اللجنة الأكاديمية لقسم الهندسة المدنية

www.civilittee-hu.com

Statics Summary

EYAS HAMAD

2019-2020

ملخص مادة الستاتيك شاملا أسئلة الكتاب إضافة ل شرح تفصيلي + أسئلة سنوات سابقه

إعداد : إياس حمد
لجنة المدني – سيفلتيي

نبذه عن المادة :

تتكون من **عشرة أجزاء** مشروحات بشكل مفصل في الدوسية شاملة إضافة إلى **وجود ملحق أسئلة فصول سابقه .**

يوجد في الكتاب خلف كل شابتر **ثلاثة أنواع من الأسئلة** سأوضحهم بالتفصيل لكي تفهموا ماذا عليكم أن تفعلوا .

يوجد **فهرس** ل الدوسية لمعرفة العناوين ويوجد **ملخص قوانين** و **مراجعة بسيطة** لكل ما تحتاجونه من أساسيات إضافة إلى شرح بعض الأشياء التي سوف تحتاجونها على **الألة الحاسبة .**

نصيحة للمادة : الدراسة أول ب أول وحل كامل أسئلة الدوسية إضافة إلى الملحق وثق تماما بإنه لن يضيع جهدك عبثا وهذا عمل زجهد طلابي فإن وجدتم أي ملاحظة يرجي إبلاغي وراجين لكم التوفيق والنجاح .

وختاما , الإمتحان ما هو إلا ل إختبار مستوى الفهم وليس إمتحان قياس ل الذكاء فكونوا على ثقة أنكم قادرين على حصد أعلى العلامات وكونوا على ثقة بأن هذا المصدر سيغنيك عن أي مصدر أخر .

PRELIMINARY PROBLEMS

أسئلة بسيطة جدا فقط هي موجودة لتثبيت الفكرة .

FUNDAMENTAL PROBLEMS

أسئلة ذات مستوى أعلى ويجب عليك
حلهم كاملة <u>وعلى نمطهم يأتي الإمتحان</u>

PROBLEMS

أسئلة ذات مستوى متوسط إلى مستوى صعب
وقد يأتي بعض أسئلة الإمتحان منهم ولا
يشترط حلهم جميعهم لأن عددهم كبير جدا

Title	Mark
First Exam (CH2-CH4)	25
Second Exam (CH5-CH7)	25
Final Exam (CH8-CH10)	40
Homework's (Five Homework's)	10

قد يحدث أي **تغير** على هذا الجدول

الإمتحان يكون بالعادة عبارة عن **6 أسئلة** والوقت محدود 50 دقيقة

الواجبات المطلوبة تكون من **الكتاب** وهي محلولة على الإنترنت وهي فقط للمساعده لا أكثر
ويفضل أن تحلهم لوحدك لكي تستفيد

1
General Principles 3

الشابتر الأول **لا يأتي عليه بالعادة أي سؤال في الإمتحان** وهو عباره عن **معلومات بسيطه** يتوجب عليك ك مهندس معرفتها والإحاطه بها وعادة يؤخذ هذا الشابتر في المحاضرة الأولى لكم .

ما عليكم إلا أن تتخذوا هذا المصدر هو **مصدر فهمك الوحيد** وسيكون كافي وافي بشرط حل جميع الأسئلة وسرعة الحل والإتقان والتركيز في الإمتحان والهدوء .

إمتحان مادة الفيرست غالبا يشمل الشباتر الأربع و**الفيرست** يعتبر **أصعب جزء** والباقي سهل إن شاء الله وعليكم أن لا تسمعوا كلام محبط عن هذه الماده .

إلى طلبة الهندسة المدنيه : هذه أسهل مادة لكم في القسم وستعرفون دقة كلامي عندما تنجزون مواد الإنشاءات وسوف نراكم مرة أخرى تدرسونها غاية ل رفع المعدل .

رابط الكتاب إضافة إلى حلوله موجودة على موقع الهندسة المدنية – سيفلتيي

إنتهى الكلام وحان البدء ب الشرح , مع تمنياتى لكم بالتوفيق والنجاح .

- **Statics** deals with the equilibrium of bodies, that is those that are either at **<u>rest</u>** or move with a **<u>constant velocity</u>** .

الستاتيك يتعامل مع توازن الأجسام ، أي تلك التي هي إما في حالة **<u>السكون</u>** أو تتحرك **<u>بسرعة ثابتة</u>** .

- Where as **dynamics** is concerned with the accelerated motion of bodies.

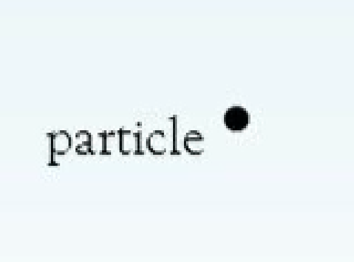
بينما الداينميك تهتم بالحركة المتسرعة للأجسام .

في الجامعة الهاشمية الداينمك لا يعطى ل طلبة الهندسة المدنية .

- We can consider statics as a special case of dynamics, in which the **acceleration is zero** .

يمكننا إعتبار أن الستاتيك أنها فرع خاص من الداينميك والتي يكون فيها السرعة ثابتة أي **يعني التسارع يكون صفر .**

❖**Particle**(الجزئ) : A particle has a mass, but a size that can be **neglected.**

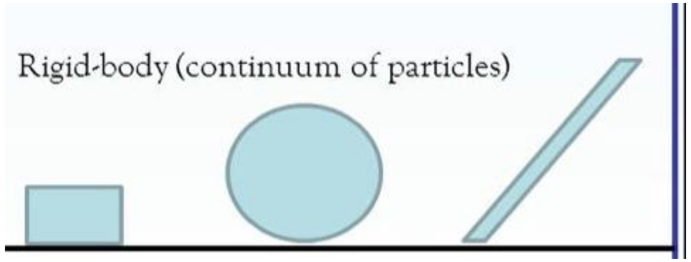


شئ له كتلة ولكن حجمة **يمكننا إهماله** بمقارنته بالمحيط الذي هو فيه.

❖**Rigid Body** (الجسم الجاسئ أو المثالي): **Combination** of a large number of particles in which all the particles remain at a fixed distance from one another, both before and after applying a load. This model is **important** because : the body's shape does not change when a load is applied, and so we do not have to consider the type of material from which the body is made

مزيج من عدد كبير من الجزيئات التي تبقى فيها جميع الجزيئات على مسافة ثابتة من بعضها البعض ، قبل وبعد تطبيق الحمل.

لا يتغير شكل الجسم عند تطبيق الحمل ، وبالتالي لا يتعين علينا النظر في نوع المادة التي يتكون منها الجسم لذلك هو مهم .



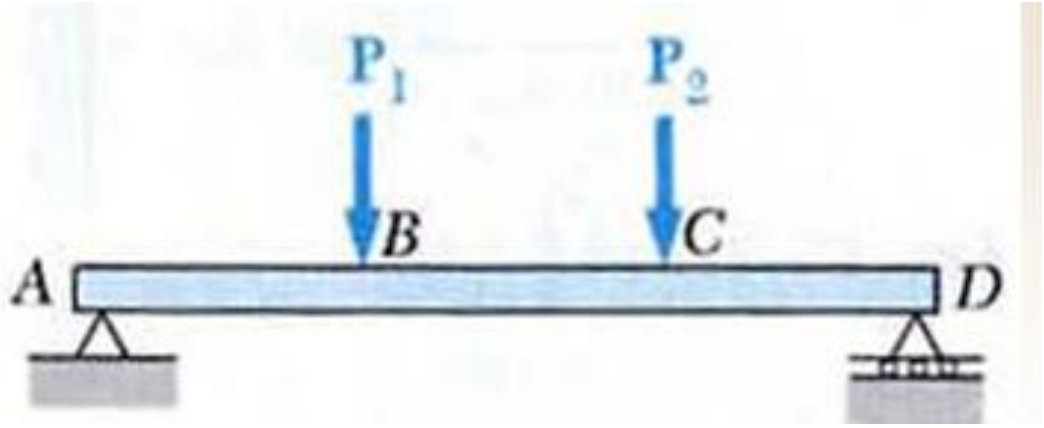
❖**Concentrated Load :** Represents the effect of a loading which is assumed to act at **a point** on a body.

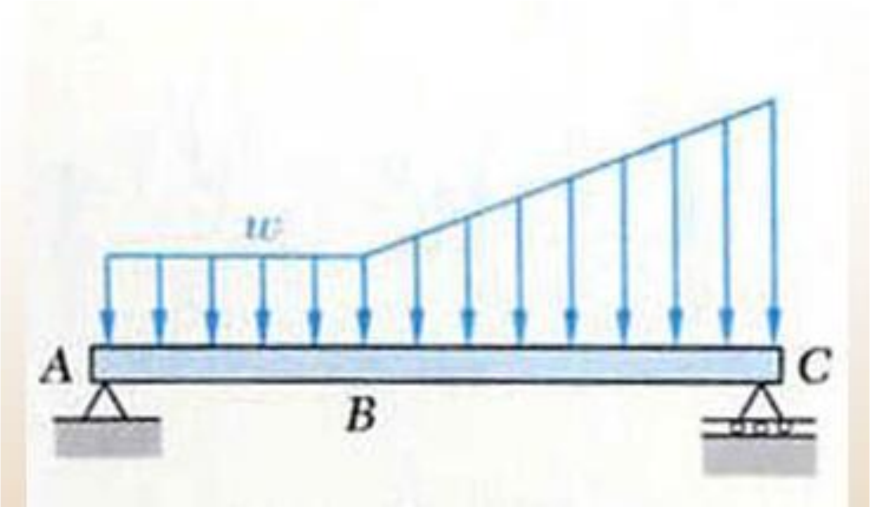
تمثل القوة المركزة تأثير التحميل الذي يُفترض أن يعمل عند **نقطة ما** على الجسم.

❖**Distributed Load**: A load applied across **a length** or area instead of at one point .

تأثير القوةعلى **طول أو منطقة** بدلاً من نقطة واحدة .

سيتم شرحه بالتفصيل في نهاية الشابتر الرابع هنا فقط من باب تهيئة نفسك .





❑Units(الوحدات) :

1- **SI units** : النظام الأمريكي

2- **US** : النظام البريطاني

TABLE 1–1 Systems of Units

Name	Length	Time	Mass	Force
International System of Units SI	meter m	second s	kilogram kg	newton* N $\left(\frac{kg \cdot m}{s^2}\right)$
U.S. Customary FPS	foot ft	second s	slug* $\left(\frac{lb \cdot s^2}{ft}\right)$	pound lb

*Derived unit.

➢Table 1–2 provides a set of **Direct conversion** factors between FPS and SI units for the basic quantities.

هنا تحويل الوحدات بين النظامين ويجب قبل أن تبدأ بحل السؤال أن تكون الوحدات متطابقة وكما جرى العرف دائما تكون الوحدات المتطابقة وخلاف ذلك يعطى في الإمتحان فهذا الجدول فقط من باب العلم بالشئ ولكونك مهندس عليك أن تعرف هذه المعلومات .

TABLE 1–2 Conversion Factors

Quantity	Unit of Measurement (FPS)	Equals	Unit of Measurement (SI)
Force	lb		4.448 N
Mass	slug		14.59 kg
Length	ft		0.3048 m

➢When a numerical quantity is either **very large or very small**, the units used to define its size may be modified by using a prefix .

عندما تكون الكمية العددية كبيرة جدًا أو صغيرة جدًا ، قد يتم تعديل الوحدات المستخدمة لتحديد حجمها ولسهولة إستخدامها في الحسابات وتكون أكثر عملية .

- 4000 N = 4kN
- 4000000N=4*$\mathbf{10^6}$ = 4MN

TABLE 1–3 Prefixes

	Exponential Form	Prefix	SI Symbol
Multiple			
1 000 000 000	10^9	giga	G
1 000 000	10^6	mega	M
1 000	10^3	kilo	k
Submultiple			
0.001	10^{-3}	milli	m
0.000 001	10^{-6}	micro	μ
0.000 000 001	10^{-9}	nano	n

❖**Rounding Off Numbers** : **As a general rule**, any numerical figure ending in a number **greater than** five is rounded up and a number **less than** five is not rounded up .

تقريب الأرقام والمعتاد عليه في هذه المادة نريد ان تكون الإجابات مقربة لمنزلتين عشريتين وألية التقريب هي نفسها وسأوضح بالأمثلة أفضل .

نريد أن نقرب هذه الأرقام إلى **منزلتين عشريتين** .

9.38**6**6 =9.39 (الرقم الثالث أكبر من 5 لذلك نجعل 8 تصبح 9)

1.34**1**= 1.34 (الرقم الثالث أقل من 5 لذلك 4 تبقى كما هي)

3.55**8**7 = 3.56 (الرقم الثالث أكبر من 5 لذلك نجعل 5 تصبح 6)

❑**Example.** Convert 2 $\frac{km}{h}$ to $\frac{m}{s}$, How many $\frac{ft}{s}$ is this?

لا يأتي مثل هذا السؤال لكني
وضعته من <u>باب الإحتياط فقط</u>

$$2\ \mathrm{km/h} = \frac{2\ \cancel{\mathrm{km}}}{\cancel{\mathrm{h}}}\left(\frac{1000\ \mathrm{m}}{\cancel{\mathrm{km}}}\right)\left(\frac{1\ \cancel{\mathrm{h}}}{3600\ \mathrm{s}}\right)$$
$$= \frac{2000\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}} = 0.556\ \mathrm{m/s}$$

1km=1000m

1 hr=3600s

<u>حفظ</u>

$$0.556\ \mathrm{m/s} = \left(\frac{0.556\ \cancel{\mathrm{m}}}{\mathrm{s}}\right)\left(\frac{1\ \mathrm{ft}}{0.3048\ \cancel{\mathrm{m}}}\right)$$
$$= 1.82\ \mathrm{ft/s}$$

1ft=0.3048

<u>حفظ</u>

2
Force Vectors 17

الشابتر الثاني من هنا **بدء الجد وذهب المزح** , الدراسة أول ب أول وعليكم حل كامل الأسئلة لكي تضمنوا علامة ورمز يليق بكم .

الشابتر الثاني مهم مهم جدا ل الأمام وسأقول لكم في الأمام إذهبوا ل الشابتر الثاني لكي تراجعوا بعض الأمور التي سوف تكونون حتما قد نسيتمونها لذلك عليكم به .

إن إنتهيتم من حل كامل الأسئلة وقمتم بإعادتها فلا يوجد أي مانع من فتح الكتاب والإطلاع على أسئلة أخرى **فكلما تعلمت إزددت علما بجهلي .**

إنتهى الكلام وحان البدء ب الشرح , مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح .

❖**Scalar (A) :** A scalar is any positive or negative physical quantity that can be **completely specified by its magnitude**.

➢ **<u>Examples</u>** of scalar quantities include length, mass, and time .

العددية هي أي كمية مادية موجبة أو سالبة يمكن تحديدها بالكامل من حيث مقدارها .

. تتضمن **أمثلة** الكميات العددية الطول والكتلة والوقت .

❖**Vector ($A^{\rightarrow}$) :** Any physical quantity that requires both a **magnitude** and a **direction** for its complete description .

➢**<u>Examples of vectors</u>** encountered in statics are **force, position, and moment** .

أي كمية مادية تتطلب كلاً من المقدار والاتجاه لوصفها الكامل.

أمثلة على المتجهات التي واجهتها في الإحصائيات هي القوة والموقع والعزم .

- A vector is shown graphically by an **arrow.**

يظهر المتجه بيانيا بواسطة **سهم**

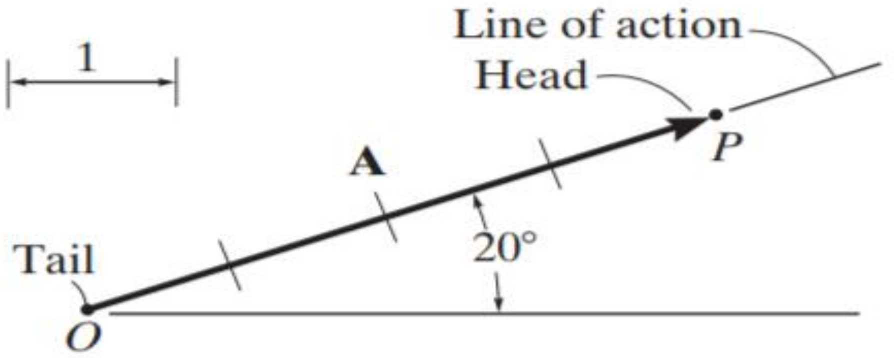
- **The length** of the arrow represents the **magnitude** of the vector .
- The **angle** θ between the vector and a fixed axis defines the **direction** of its line of action.

يمثل طول السهم مقدار المتجه .

الزاوية θ بين المتجه والمحور الثابت تعرف اتجاه المتجه .

- **The head or tip** of the arrow indicates the sense of direction of the vector .

يشير رأس السهم إلى اتجاه المتجه أي إلى أين يذهب .



❖ <u>Multiplication and Division of a Vector by a Scalar.</u>

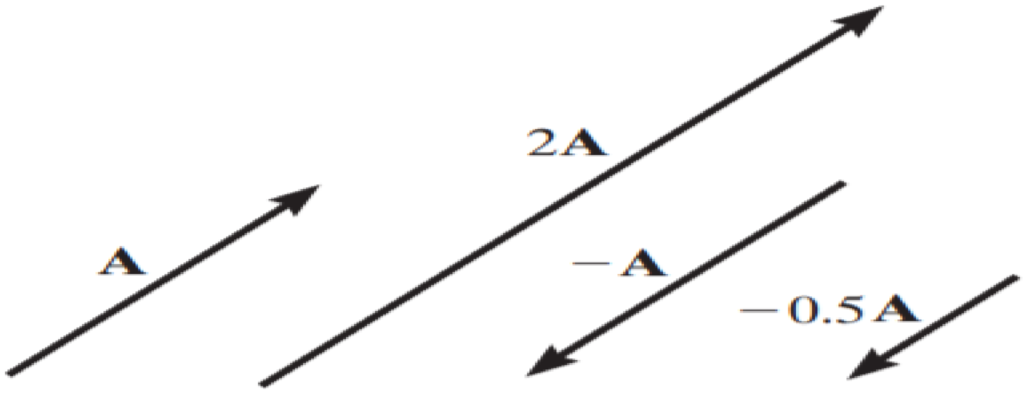
ضرب وقسمة المتجهات على أعداد .

- If a vector is **multiplied by a positive scalar**, its magnitude is increased by that amount.

  إذا ضرب المتجه ب عدد موجب فإن قيمته تزداد بمقدار قيمة العدد .

- **Multiplying by a negative scalar** will also change the directional sense of the vector and its magnitude is increased by that amount.

إذا ضرب المتجه ب عدد سالب فإن قيمته تقل بمقدار قيمة العدد وإيضا سوف يتغير إتجاه المتجه .



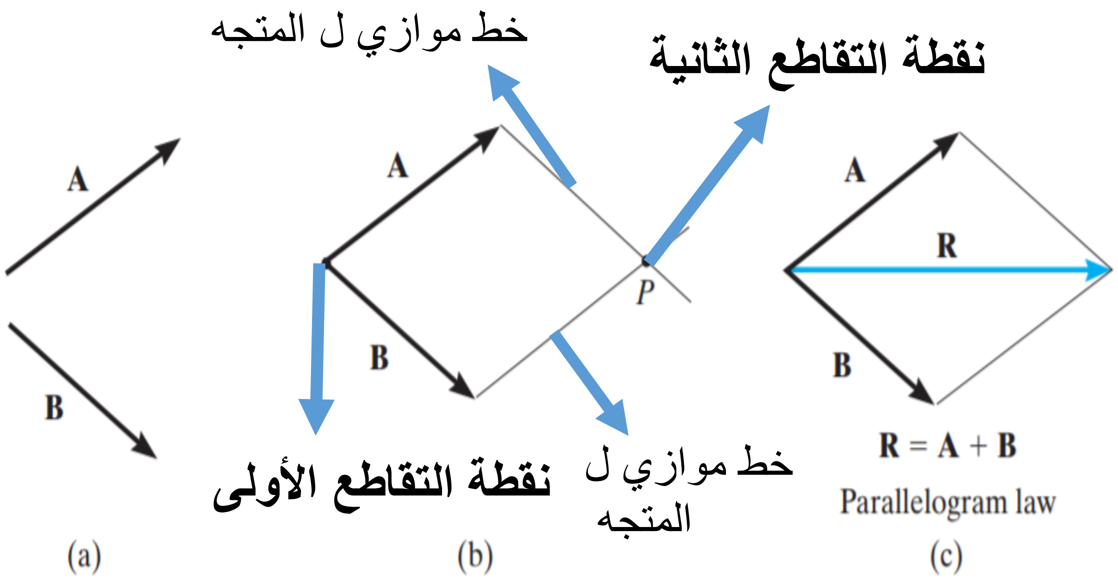
❖**Vector Addition** :When adding two vectors together it is important to account for both their magnitudes and their directions.

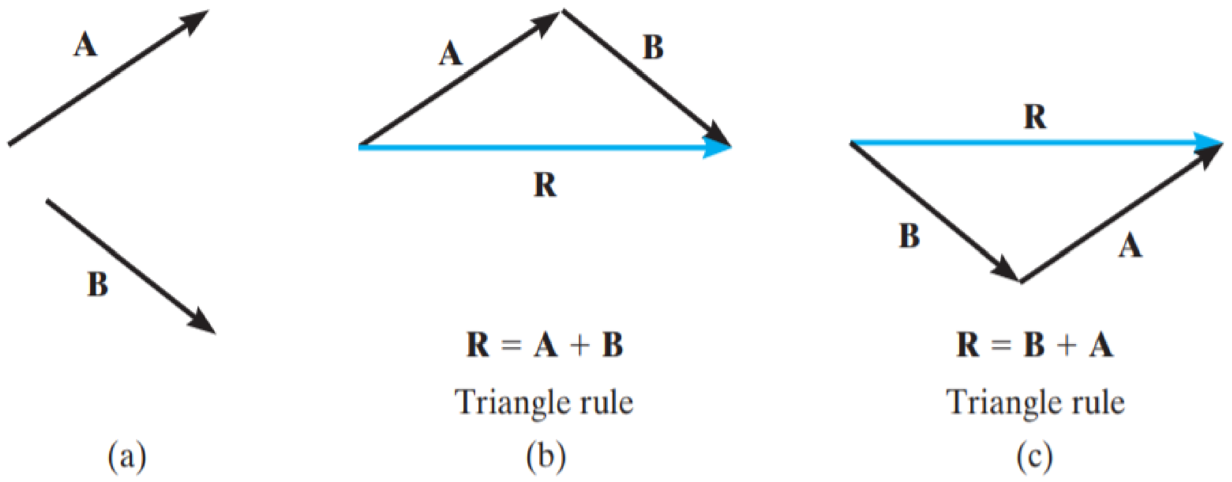
➢ To do this we must use the **parallelogram law** of addition or **triangle rule .**

عندما نريد جمع المتغيرين من المهم الإنتباه إلى مقدار كل متجه و إتجاه كل واحد منهم ويتم ذلك عن طريقتين وسنقوم بتوضحيهم الأن بالتفصيل الممل .

➢As a special case, if the two vectors A and B are **collinear .**

حالة خاصة من الجمع : إذا كانوا على نفس الإستقامة سنوضح كيف تتم عملية الجمع .





الان سنشرح كيفية الطريقة(انظر ل الرسمات الموجودة فى السلايد السابق) :

من كل متجه(رأس أو سهم) نقوم بمد خط موازي ل المتجه الثاني وبالتالي سيحدث نقطة تقاطع ثانية
ثم من نقطة إلتقاء المتجهين الأولى (نقطة التقاطع الأولى) نمد خط إلى نقطة الإلتقاء الثانية

الطريقة الثانية هي نفس الطريقة الأولى لكن هناك فرق وحيد :
الطريقة الأولى يتشكل لنا مثلثين أما في الطريقة الثانية فإننا **نكتفي ب مثلث واحد فقط** .

وإن كانوا على **نفس الإستقامة** فإننا نقوم بوضع المتجه الثاني من ذيله ونقوم بوضعه على رأس المتجه الأول كما هو موضح في الصورة التالية .

ملاحظة :

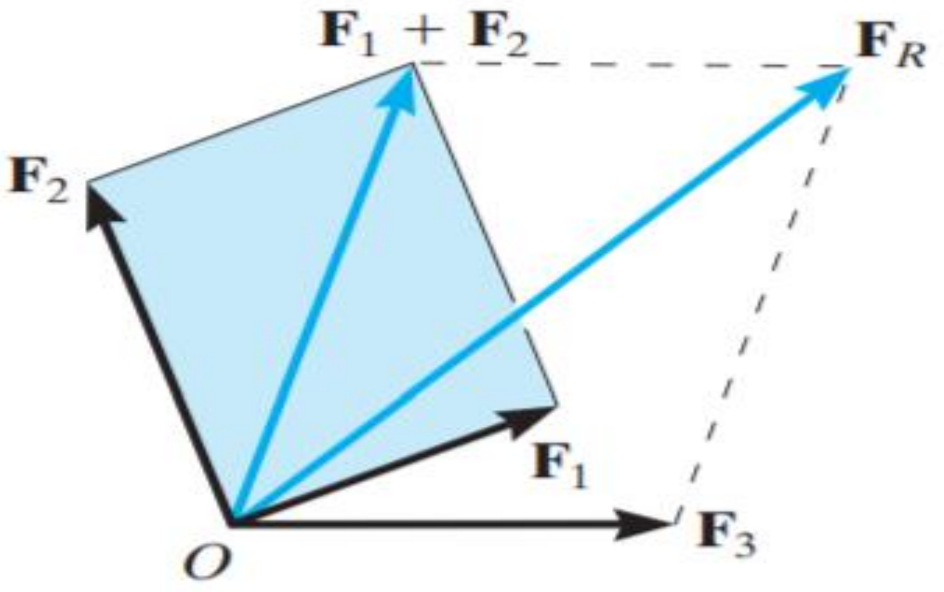
A+B=B+A

$R = A + B$

<u>فى حالة كان لدينا أكثر من متجه فلن يتغير شئ أبدا :</u>

لنفرض أن لدينا ثلاث متجهات : نقوم بجمع المتجه الأول والثاني منتج لنا متجه محصل (الاول والثاني) ومن ثم جمع المتجه الثالث مع المتجه المحصل مكونا لدينا متجه شاملا المتجهات الثلاثة التي لدينا كما هو موضح في الصورة التالية .

$F_R=(F_1+F_2)+F_3$



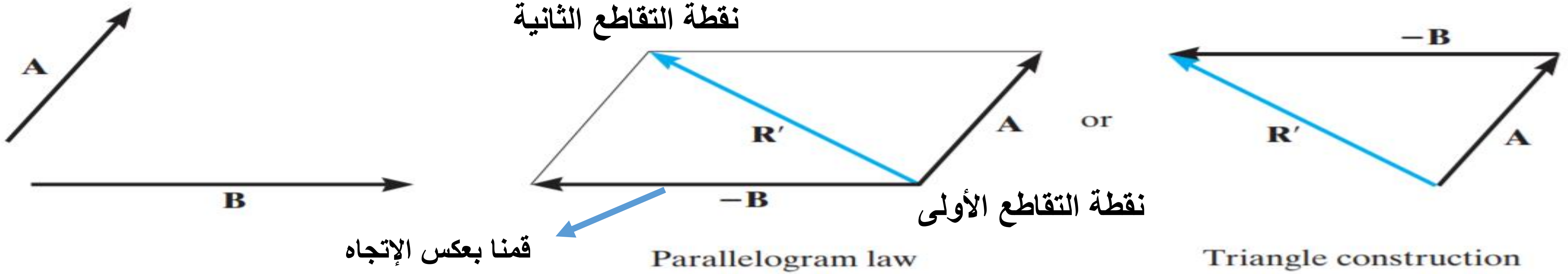
❖**Vector Subtraction :** The resultant of the difference between two vectors A and B of the same type .

الطريقة التي قد تعلمناها في الجمع ستكون **مشابهة** في الطرح لكن بعض **الإختلافات فقط** .

نعتبرهم في البداية جمع ونضع ذيل كل متجه على الذيل الأخرل المتجه **لكننا الأن فى الطرح** لذلك **نعكس** إتجاه المتجه الثاني أي كأننا نعمل إمتداد له ومن ثم نمد خط موازي لكل متجه وبالتالي حدوث نقطة التقاطع ومن نقطة التقاطع الأولى نمد خط ل نقطة التقاطع الثاني .

الطريقة الأولى يتكون لنا مثلثين **والطريقة الثانية** فقط مثلث واحد كما ناقشنا في حالة الجمع .

$$R' = A - B = A + (-B)$$



Parallelogram law

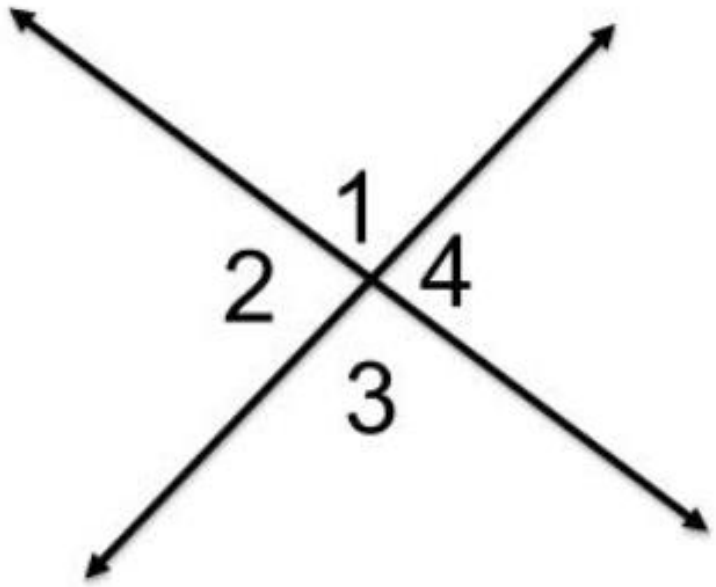
Triangle construction

- ما قبل البدء بالحل سنضع **مراجعه بسيطة** بعض النقاط الهامة جدا في حل الأسئلة ولا بد من تذكرها جيدا وإتقانها .

1) ***الزاويتان المتجاورتان :*** وهما زاويتين متجاورتين على خط مستقيم مجموع قياسهما 180درجة .

$\measuredangle 1 + \measuredangle 4 = 180$ درجة .

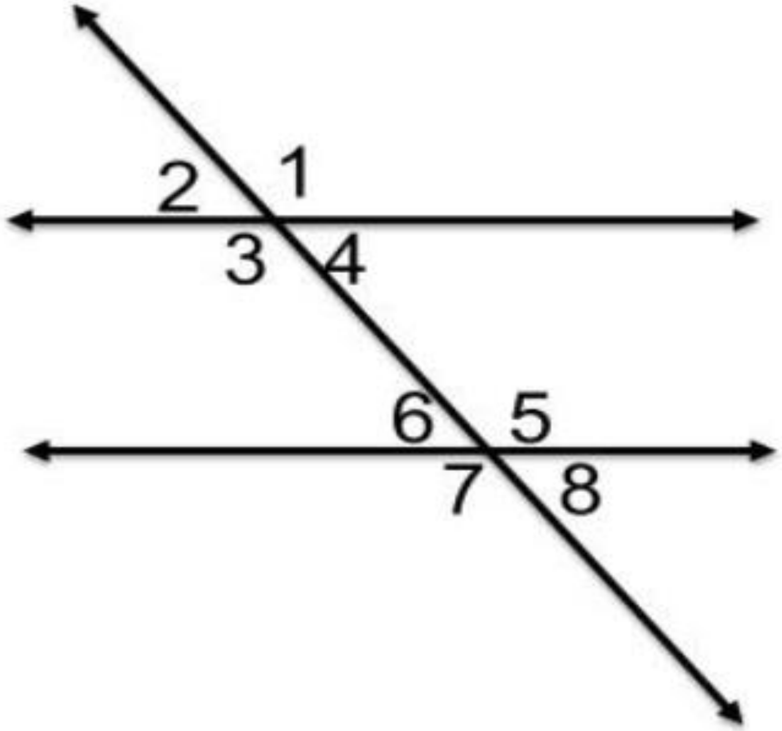
$\measuredangle 2 + \measuredangle 3 = 180$ درجة .



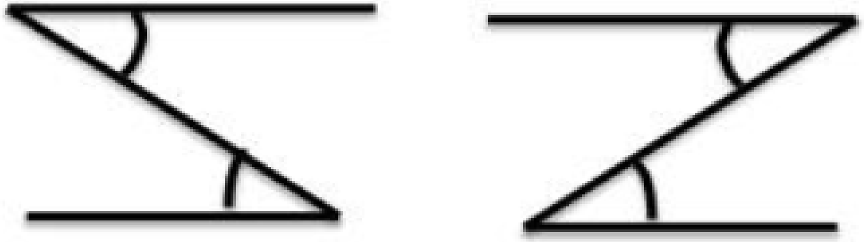
2) ***الزاويتان المتقابلتان بالرأس :*** هما زاويتان لهما الرأس نفسه وتقعان في جهتين مختلفين، وهي زوايا متساوية.

$$\measuredangle 1 = \measuredangle 3$$

$$\measuredangle 2 = \measuredangle 4$$



1) *الزوايا المتبادلة :* وهما كل زاويتين تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع وتقعان داخل الخطين الاخرين وتشكلان حرف z تقريبا .



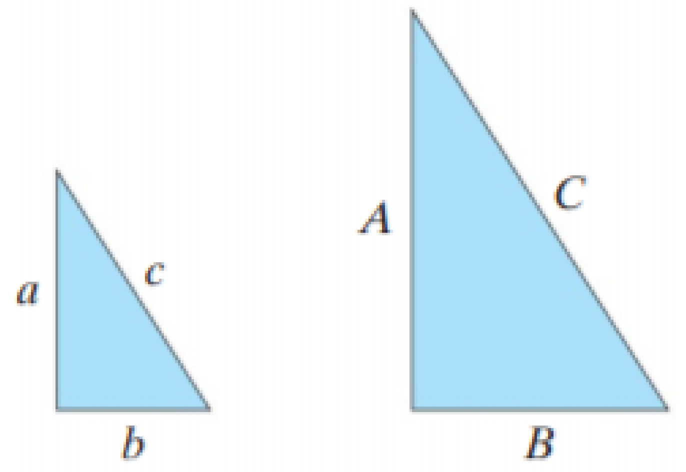
إذا كان المستقيمان متوازيان :

$\angle 4 = \angle 6$

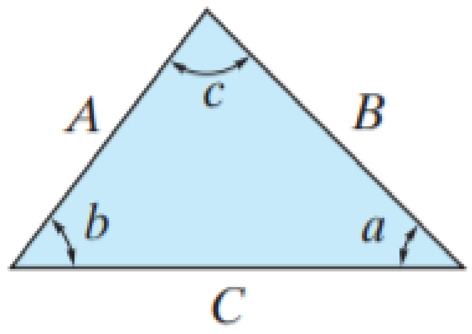
$\angle 3 = \angle 5$

تشابه المثلثات

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C}.$$



قوانين خاصة بالمثلثات غير قائمة الزاوية

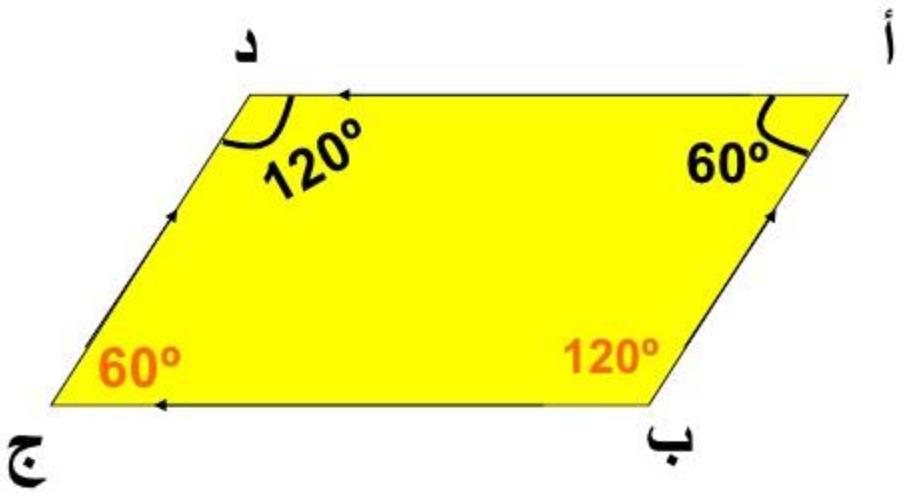


Cosine law:

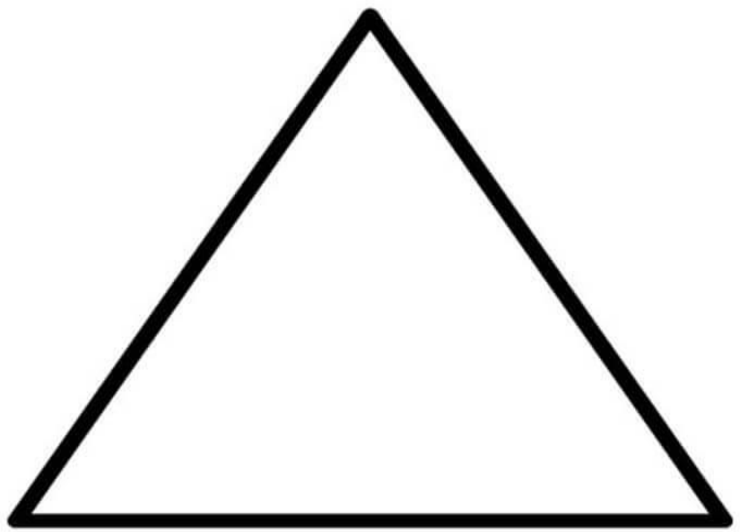
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos c}$$

Sine law:

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$



كل زاويتان متقابلتين متساويتان

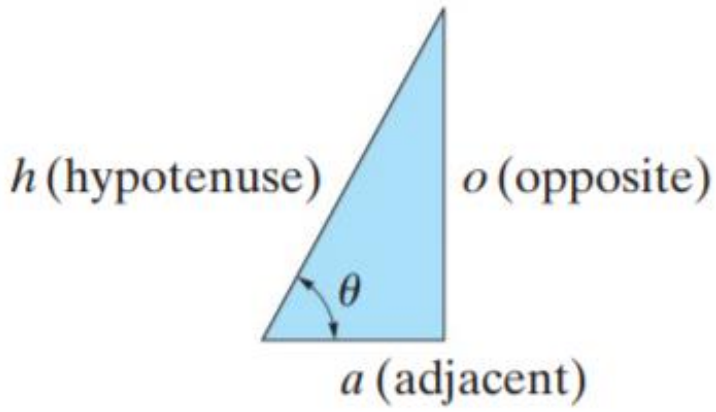


مجموع زوايا المثلث 180 درجة

$$\sin\theta = \frac{o}{h}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{h}$$

$$\tan\theta = \frac{o}{a}$$



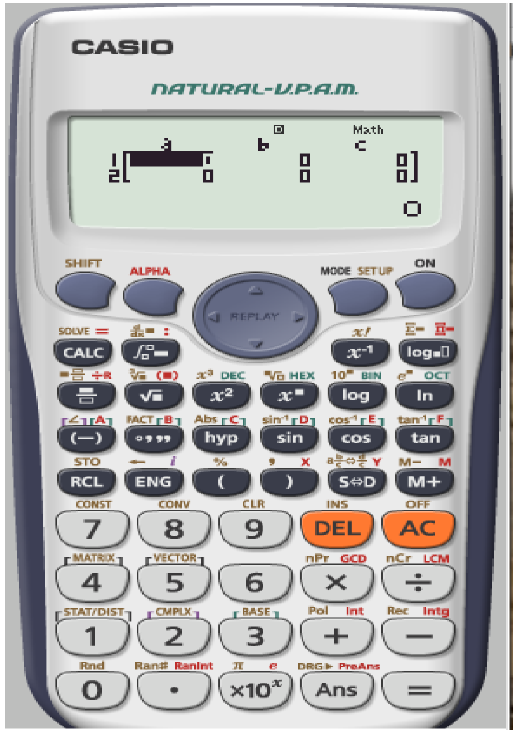
نظام حل المعادلات عن طريق الة الحاسبة

Mode-
Setup

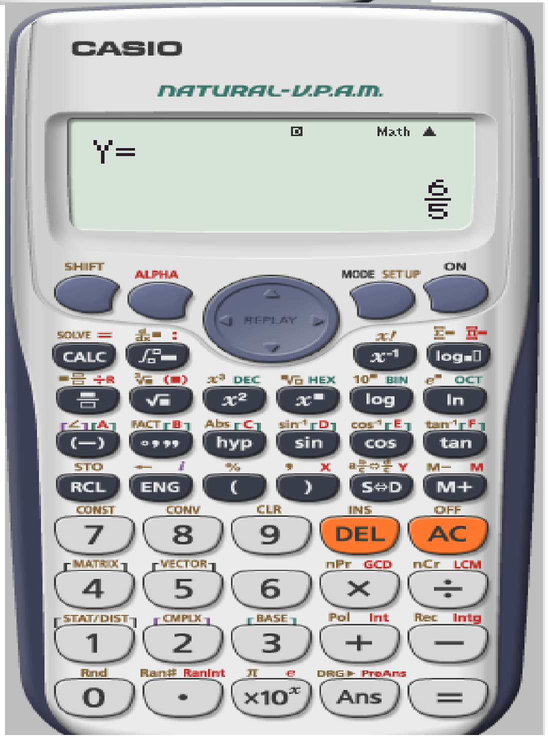
5

1

إدخال
المعاملات

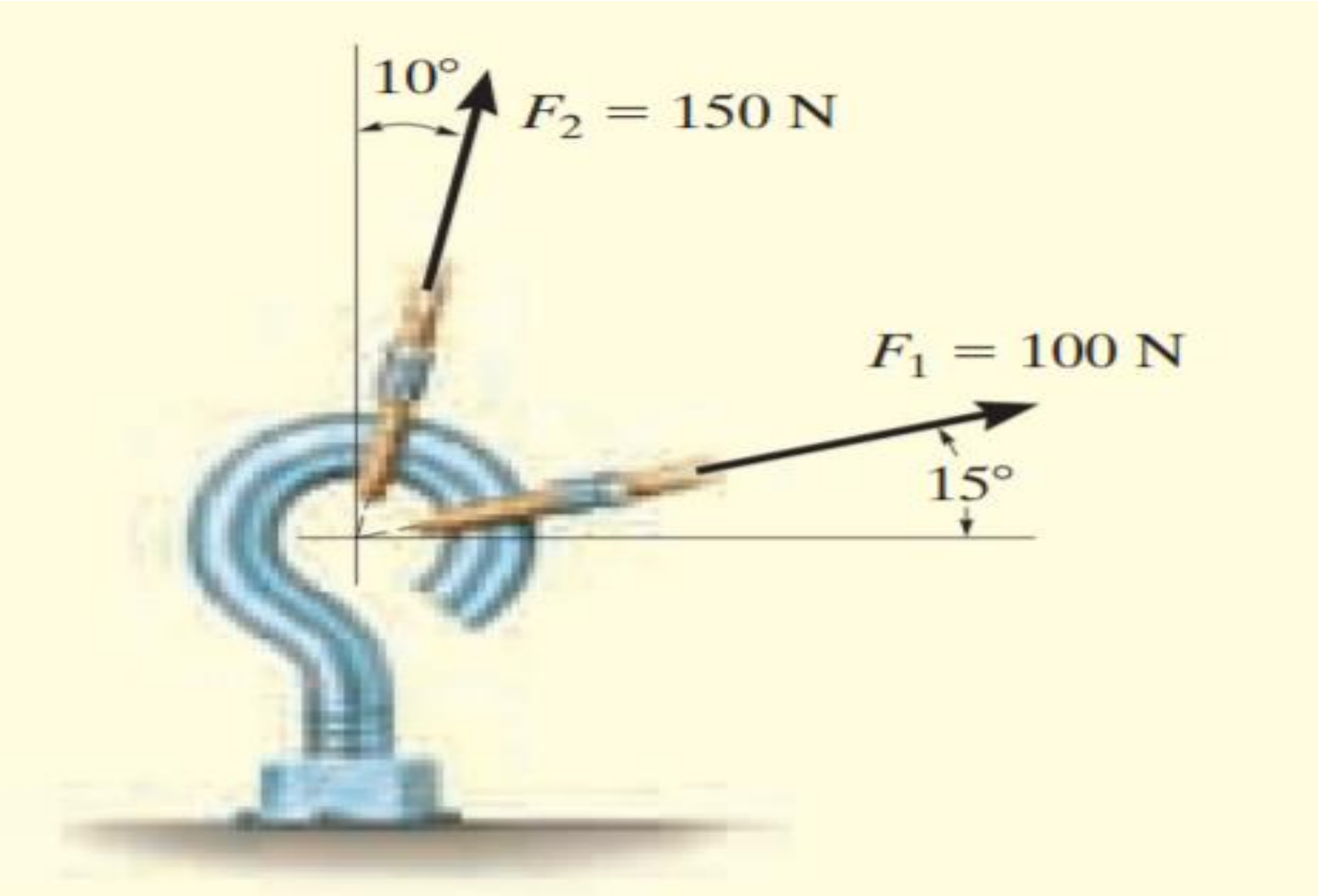


إضغط
يساوي



إضغط
يساوي

❑**Example2.1 :** The screw eye in is subjected to two forces, F_1 and F_2. Determine the **magnitude and direction of the <u>Resultant force</u>** ? .

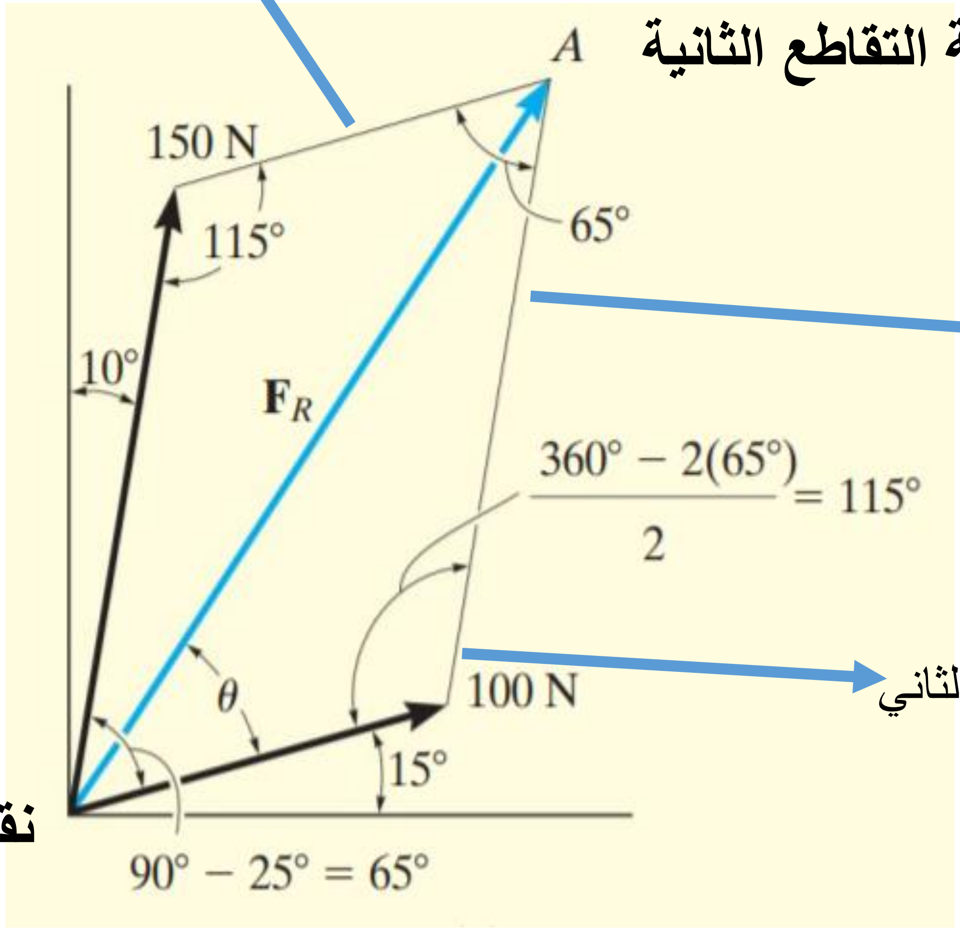


<u>**ملاحظة :**</u> طريقة الرسم **اختيارية** أي في الإمتحان أنت لست مجبرا على إستخدامها إلا إذا طلب منك لأن هناك طريقة التحليل اسهل وأبسط بكثير وسنتحدث عنها لاحقا .

الخطوة الأولى : نرسم من كل متجه خط موازي ل المتجه الأخر إلى أن يحدث نقطة **تقاطع الثانية** ومن ثم نصل خط بين نقطة التقاطع الأولى مع الثانية وهذه تكون **القوة المحصلة**

أخرج خط موازي ل المتجه الأول

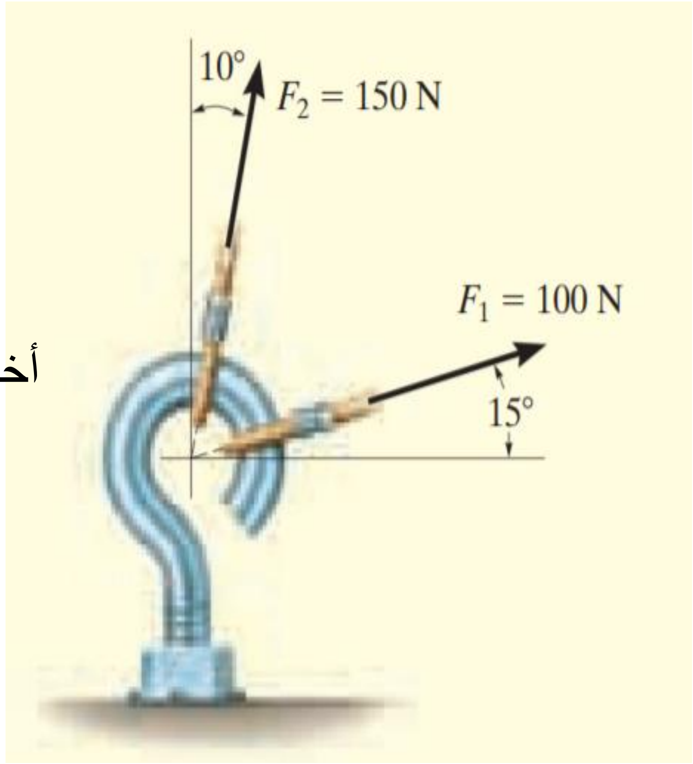
نقطة التقاطع الثانية

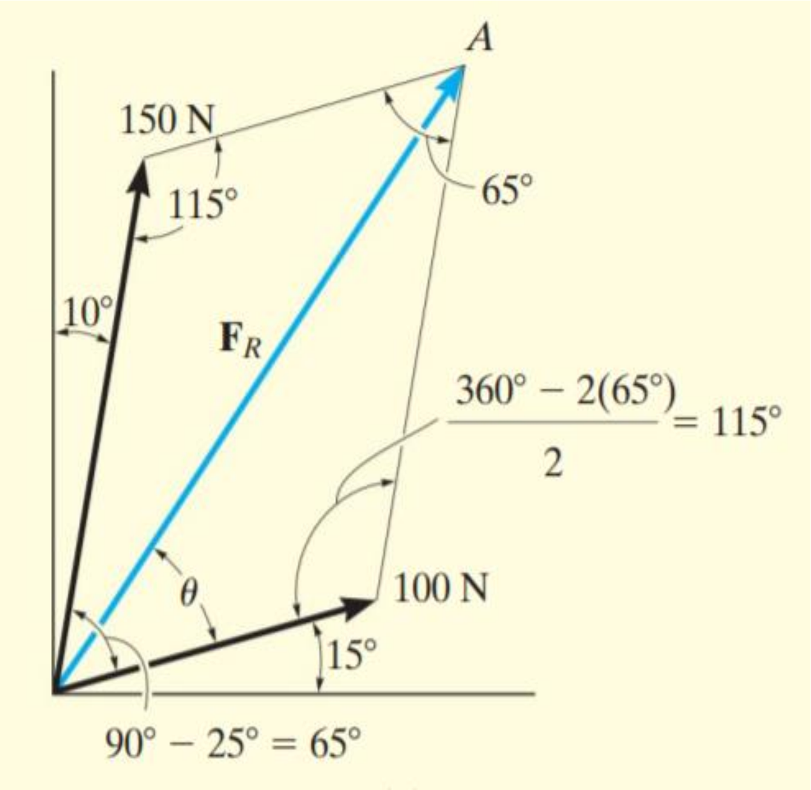


خط موازي

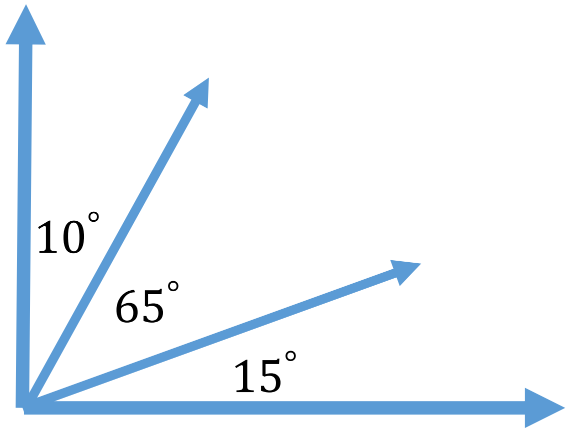
أخرج خط موازي ل المتجه الثاني

نقطة التقاطع الأولى





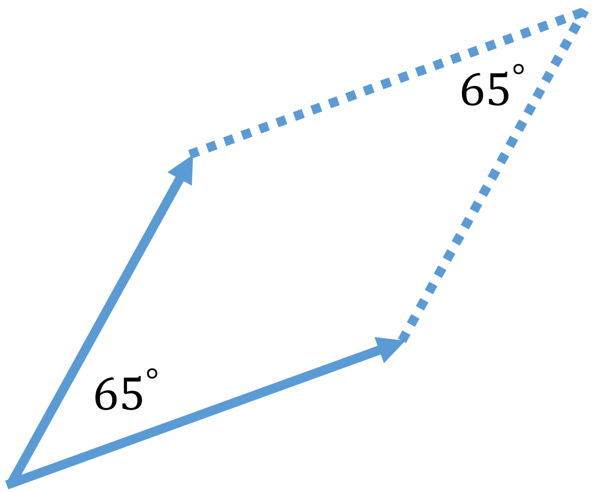
الخطوة الثانية : مهارتك في الزوايا يجب أن تكون قوية ولقد تحدثنا عن بعض الأساسيات التي سوف تحتاجونها .



الزاوية كاملة هي 90

والزاوية بين المتجهين هي

90-(10+15) =65

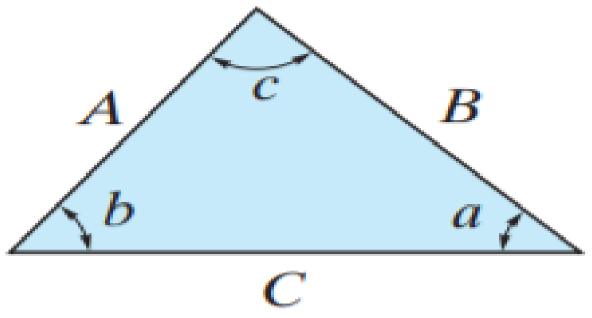


ملاحظة هامة :

مجموع زوايا متوازي الأضلاع هو 360

وكل زاويتين **متقابلتين متساويتين**

<u>الخطوة الثالثة :</u> هذه هي القوانين التي سوف يتم استخدامها في هذا الشابتر :
بشرط أن لا يكون المثلث قائم الزواية .
قوانين مهمة جدا وسيتم إستخدامها بشكل كبير فعليكم الإستعانه بهم دائما وحفظهم .



Cosine law:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos c}$$

Sine law:

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

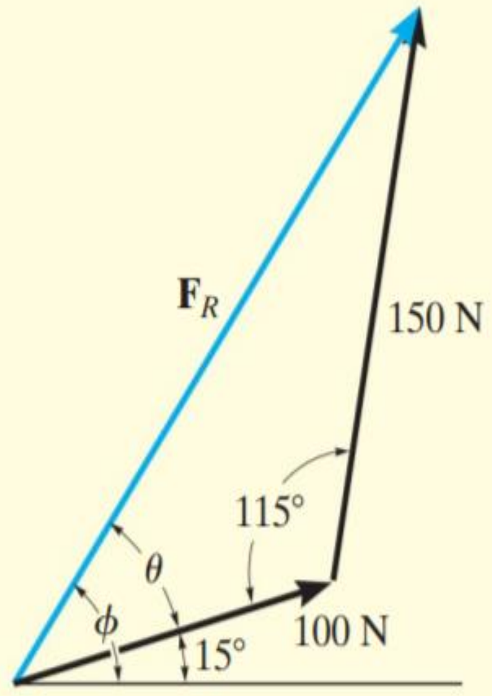
<u>إستخدامهم</u> في <u>إيجاد قوة المحصلة أو إيجاد زاوية غير معروفة</u>

$$F_R = \sqrt{(100\text{ N})^2 + (150\text{ N})^2 - 2(100\text{ N})(150\text{ N})\cos 115^\circ}$$

$$= \sqrt{10\,000 + 22\,500 - 30\,000(-0.4226)} = 212.6\text{ N}$$

$$= 213\text{ N}$$

Ans.



(c)

القوة المحصلة تم إستخدام قوانين المثلثات :

نعلم مقدار متجهين ولا نعلم مقدار المتجه الثالث ولكننا نعلم الزاوية المحصورة بين المتجه الأول والمتجه الثاني

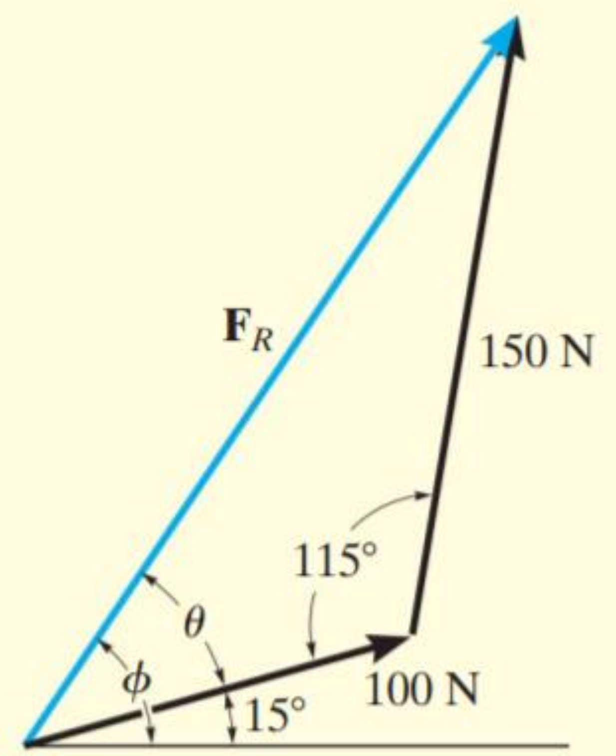
Applying the law of sines to determine θ,

$$\frac{150\text{ N}}{\sin\theta} = \frac{212.6\text{ N}}{\sin 115^\circ} \qquad \sin\theta = \frac{150\text{ N}}{212.6\text{ N}}(\sin 115^\circ)$$

$$\theta = 39.8^\circ$$

Thus, the direction ϕ (phi) of $\mathbf{F}_R$, measured from the horizontal, is

$$\phi = 39.8^\circ + 15.0^\circ = 54.8^\circ \qquad \textit{Ans.}$$

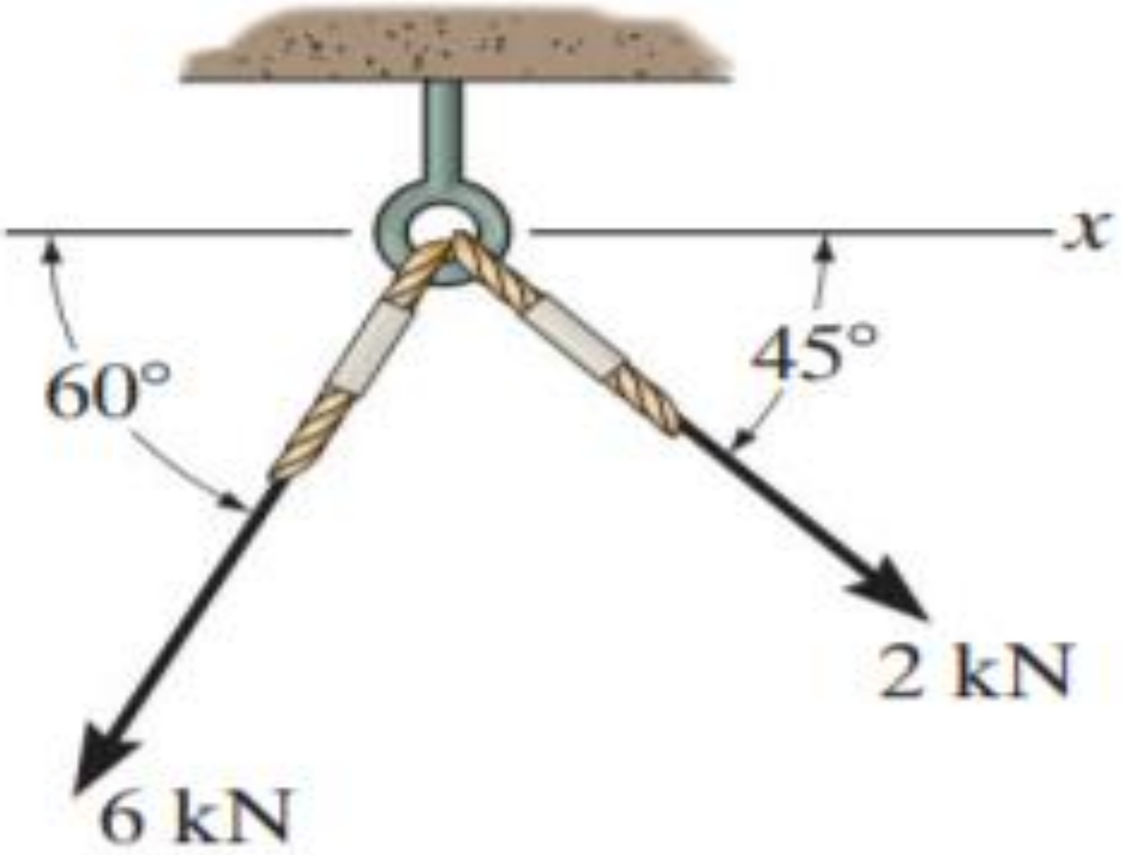


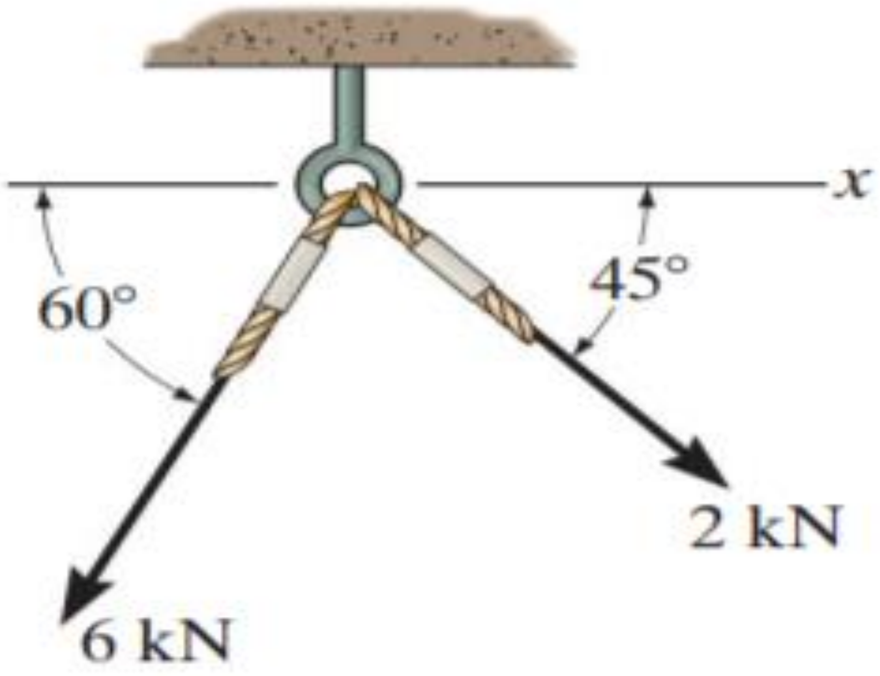
(c)

نريد إيجاد **<u>الزاوية الخاصة بالقوة المحصلة</u>** وبالتالي سوف نستخدم قوانين المثلثات :
نعرف مقدار المتجه الأول ونعرف الزاوية المقابله له ونعرف مقدار القوة المحصلة والزاوية المقابلة له ونحن لم نأخذ قيمة المتجه الثاني لأننا لا نعرف مقدار الزاوية المقابله له .

أوجدنا قيمة الزاوية الداخلية التي تخص المثلث ونحن نريد **الزاوية كاملة إلى أن نصل محور السينات الموجب** لذلك نجمع 15 درجة مع الزاوية الداخلية ل المثلث

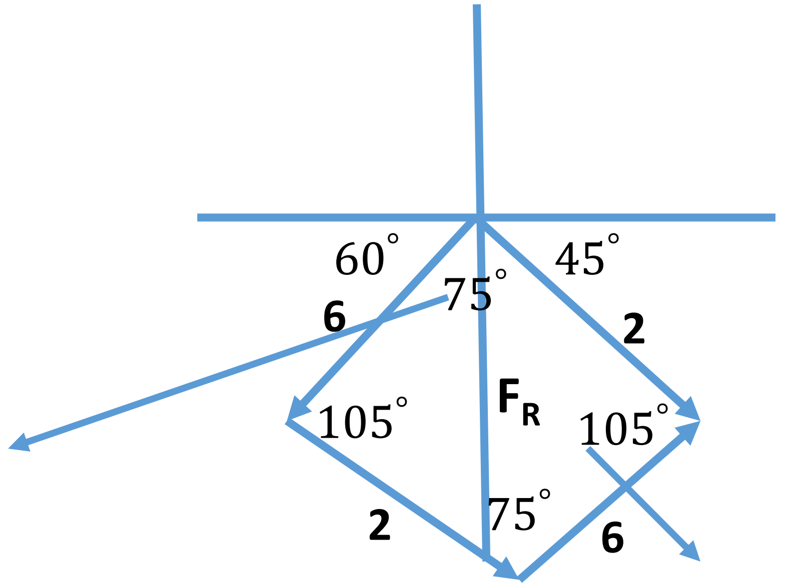
❑**F2-1.** Determine the magnitude of the resultant force acting on the screw eye and its direction measured **clockwise from the x axis** ?





الخطوة الأولى : نرسم من كل متجه خط موازي ل المتجه الأخر إلى أن يحدث نقطة **تقاطع الثانية** ومن ثم نصل خط بين نقطة التقاطع الأولى مع الثانية وهذه تكون **القوة المحصلة**

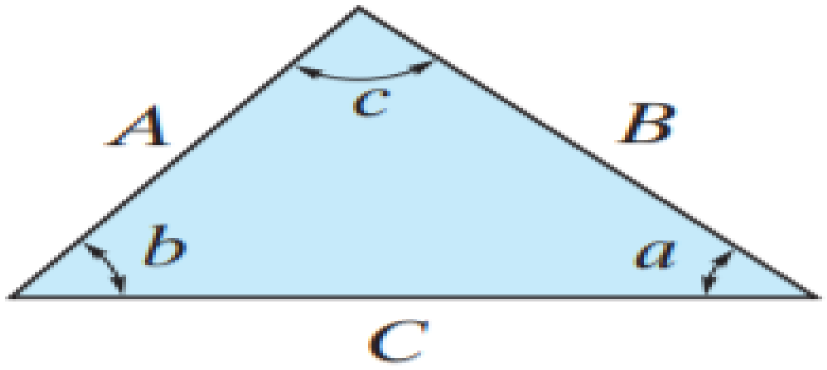
الخطوة الثانية : مهارتك في الزوايا يجب أن تكون قوية ولقد تحدثنا عن بعض الأساسيات التي سوف تحتاجونها .



$$\mathbf{180 - (60 + 45) = 75^{\circ}}$$

$$\frac{360 - 2*(75)}{2} = 105^{\circ}$$

الخطوة الثالثة : هذه هي القوانين التي سوف يتم استخدامها في هذا الشابتر :
بشرط أن لا يكون المثلث قائم الزاوية .
قوانين مهمة جدا وسيتم إستخدامها بشكل كبير **فعليكم** الإستعانه بهم دائما وحفظهم .



Cosine law:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos c}$$

Sine law:

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

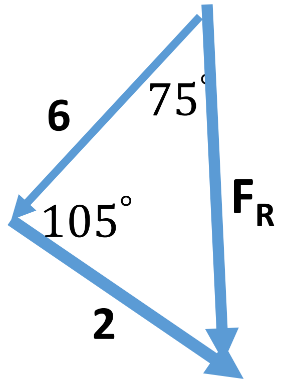
$$F_R = \sqrt{(2\ \mathrm{kN})^2 + (6\ \mathrm{kN})^2 - (2)(2\ \mathrm{kN})(6\ \mathrm{kN}) \cdot cos(105)} =$$

$$6.80\ \mathrm{kN}$$

$$\frac{\sin(\phi)}{6\ \mathrm{kN}} = \frac{\sin(105)}{6.80\ \mathrm{kN}}$$

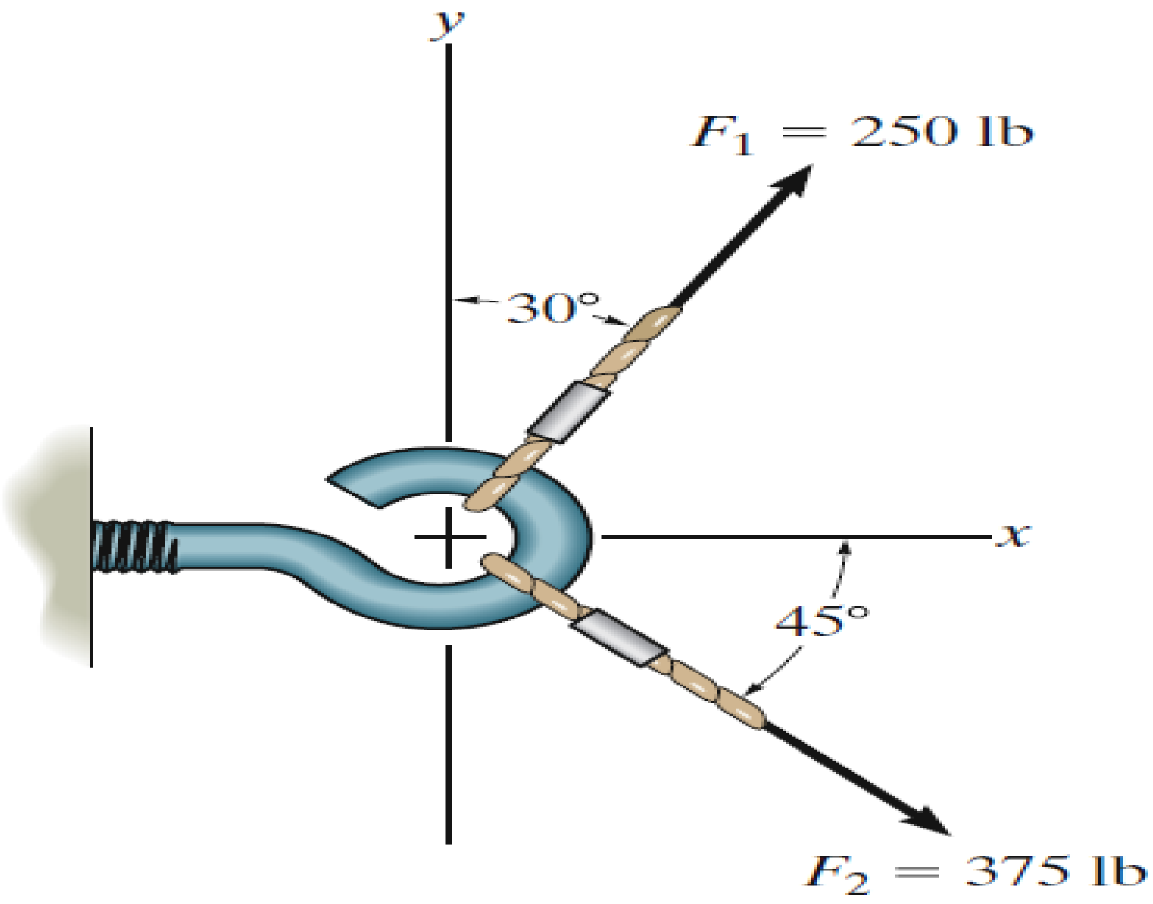
$$\phi = 58$$

$$\theta_R = \phi + 45 = 103$$



نبدأ من **محور السينات الموجب** لأنه هكذا طلب السؤال

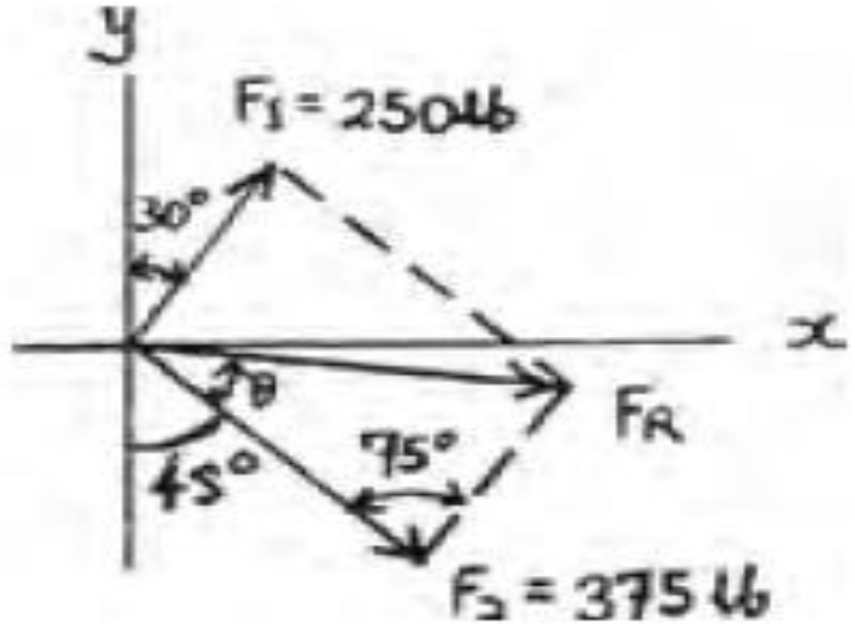
❑**Proplem2.3** : Determine the magnitude of the **resultant force** $F_R = F_1 + F_2$ and its direction, measured **counterclockwise** from the **positive x axis** ?



Counterclockwise :

عكس عقارب الساعه

<u>الخطوة الأولى :</u> نرسم من كل متجه خط موازي ل المتجه الأخر إلى أن يحدث نقطة **تقاطع الثانية** ومن ثم نصل خط بين نقطة التقاطع الأولى مع الثانية و هذه تكون **<u>القوة المحصلة</u>**



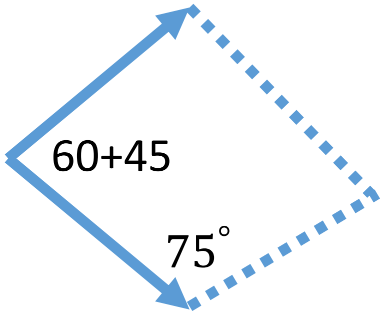
الخطوة الثانية : بعض المهارات في إيجاد الزوايا .

$$\frac{360-2*(45+60)}{2} = 75^\circ$$

<u>ملاحظة هامة :</u>

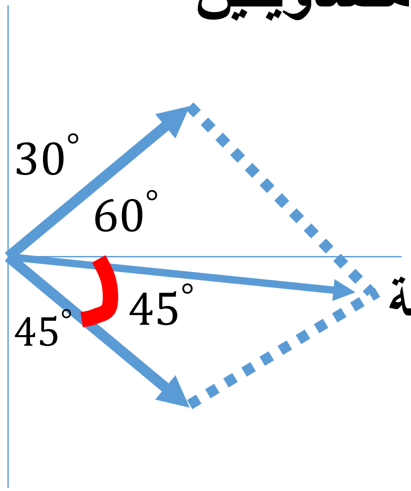
مجموع زوايا متوازي الأضلاع هو 360

وكل زاويتين **متقابلتين متساويتين**



$$\frac{360-2*(60+45)}{2}=75$$

نقطة التقاطع الأولى



نقطة التقاطع الثانية

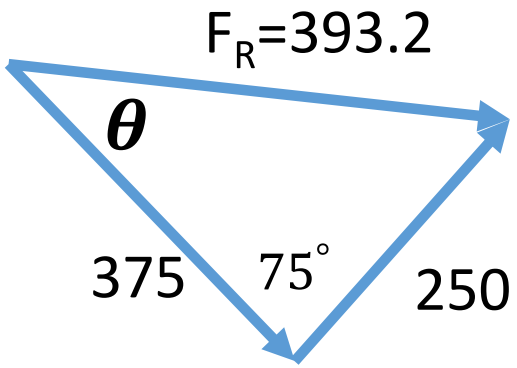
الخطوة الثالثة :

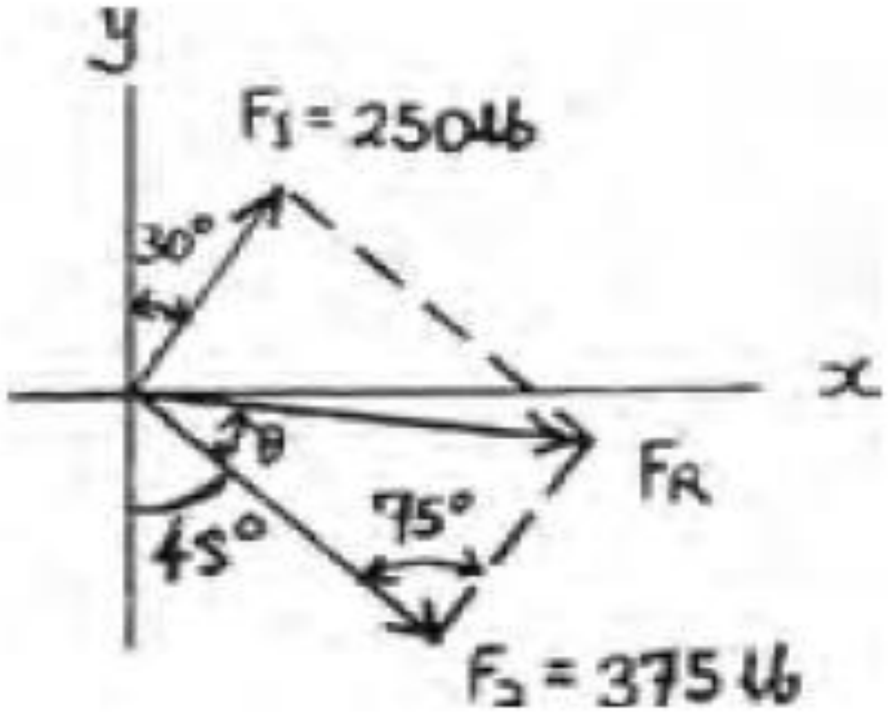
نستخدم قوانين المثلثات لإيجاد القوة المحصلة والزاوية الخاصة بها

$$F_R = \sqrt{(250)^2 + (375)^2 - 2(250)(375)\cos 75^\circ} = 393.2 = 393\ \text{lb}$$

$$\frac{393.2}{\sin 75^\circ} = \frac{250}{\sin\theta}$$

$$\theta = 37.89^\circ$$





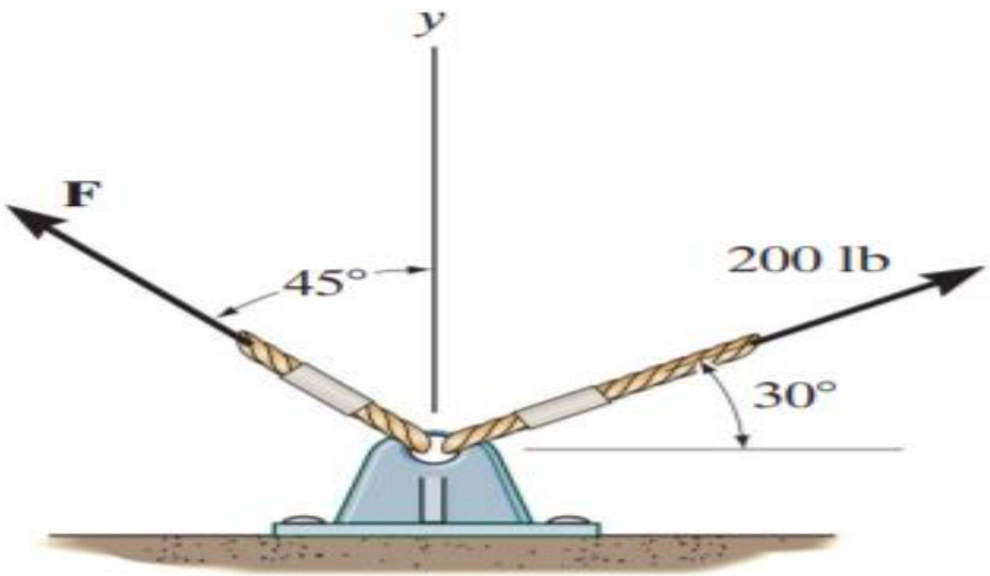
$$\emptyset = 37.89 + 45 + 180 + 90 = 352.89$$

يجب أن تكون الزاوية مع محور السيني الموجب

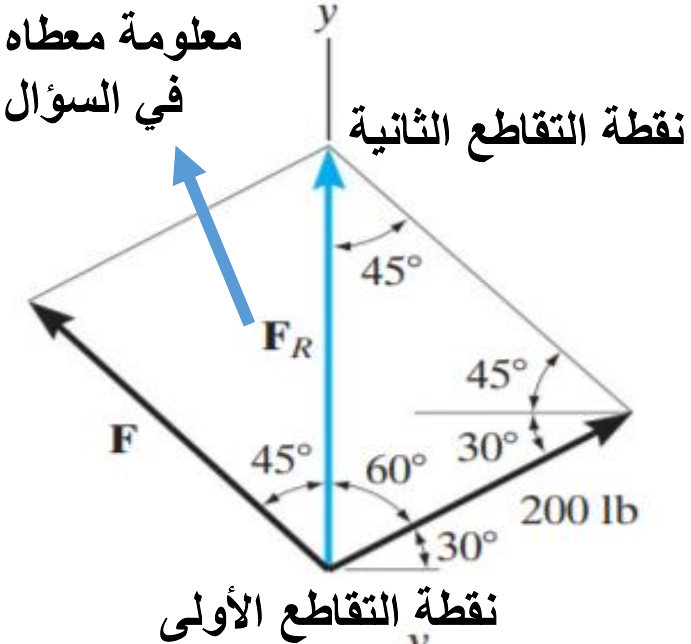
لأنه طلب في السؤال

❑**Example2.3 :** Determine the magnitude of the component force F in and the magnitude of the resultant force F_R if F_R is directed along the **positive y axis** ?

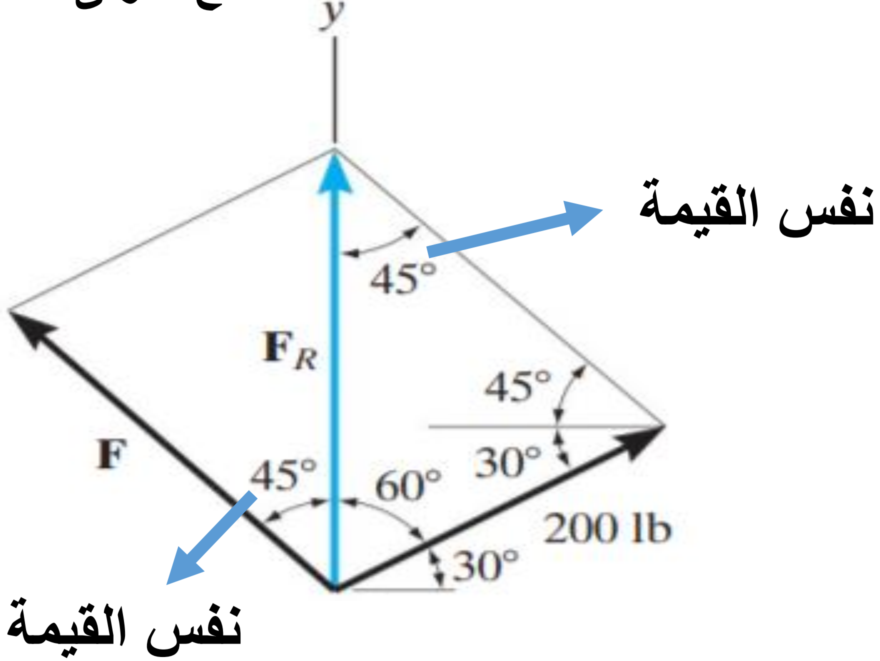
- المطلوب من هذا السؤال إيجاد قيمة القوة المحصلة ومركبات المتجه الثاني سنحل كما إعتدنا من قبل وما زالت الأمور صعبة لأنك في البداية ولكن ثق تماما بأنك على قدر الأسئلة التي سوف تحلها ستكون الأمور أكثر سهولة .

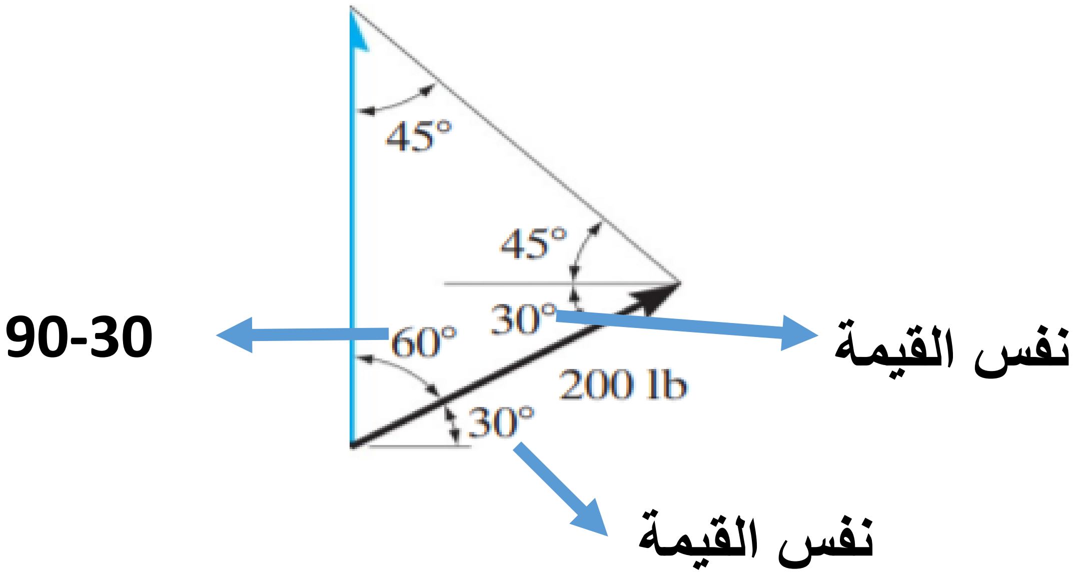


<u>الخطوة الأولى :</u> نرسم من كل متجه خط موازي ل المتجه الأخر إلى أن يحدث نقطة **تقاطع الثانية** ومن ثم نصل خط بين نقطة التقاطع الأولى مع الثانية وهذه تكون **<u>القوة المحصلة</u>**



الخطوة الثانية : بعض المهارات في إيجاد الزوايا .





الخطوة الثالثة :

نستخدم قوانين المثلثات **<u>وبالأخص القانون الثانى</u>** لماذا ؟
لأننا لا نملك قيمة المتجهات لذلك استعنا بالقانون الثاني

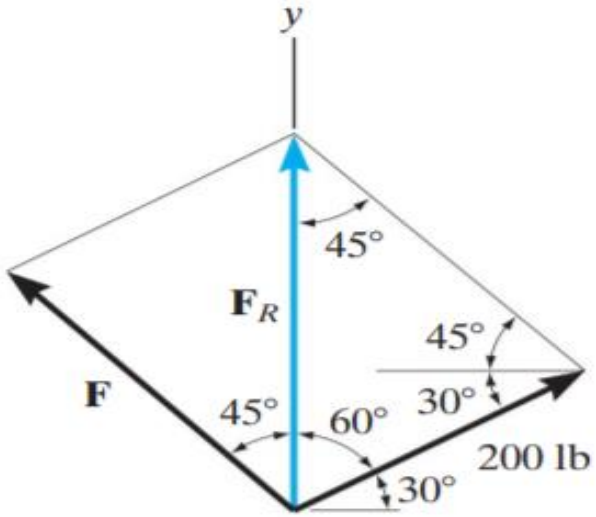
قمنا بتطبيقه **مرتين** لكي نجد كامل المعلومات المطلوبة

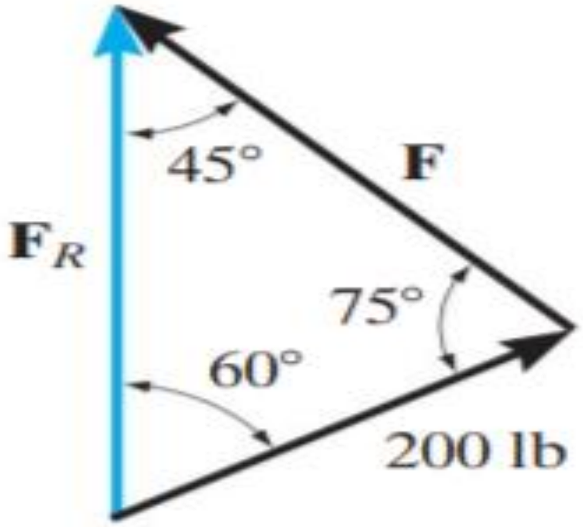
$$\frac{F}{\sin 60^\circ} = \frac{200\text{ lb}}{\sin 45^\circ}$$

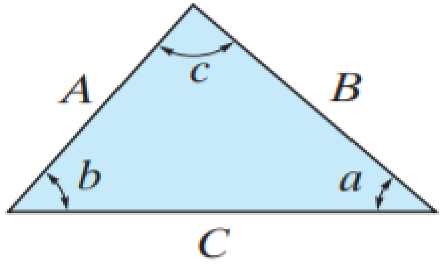
$$F = 245\text{ lb} \qquad \textit{Ans.}$$

$$\frac{F_R}{\sin 75^\circ} = \frac{200\text{ lb}}{\sin 45^\circ}$$

$$F_R = 273\text{ lb} \qquad \textit{Ans.}$$







Cosine law:

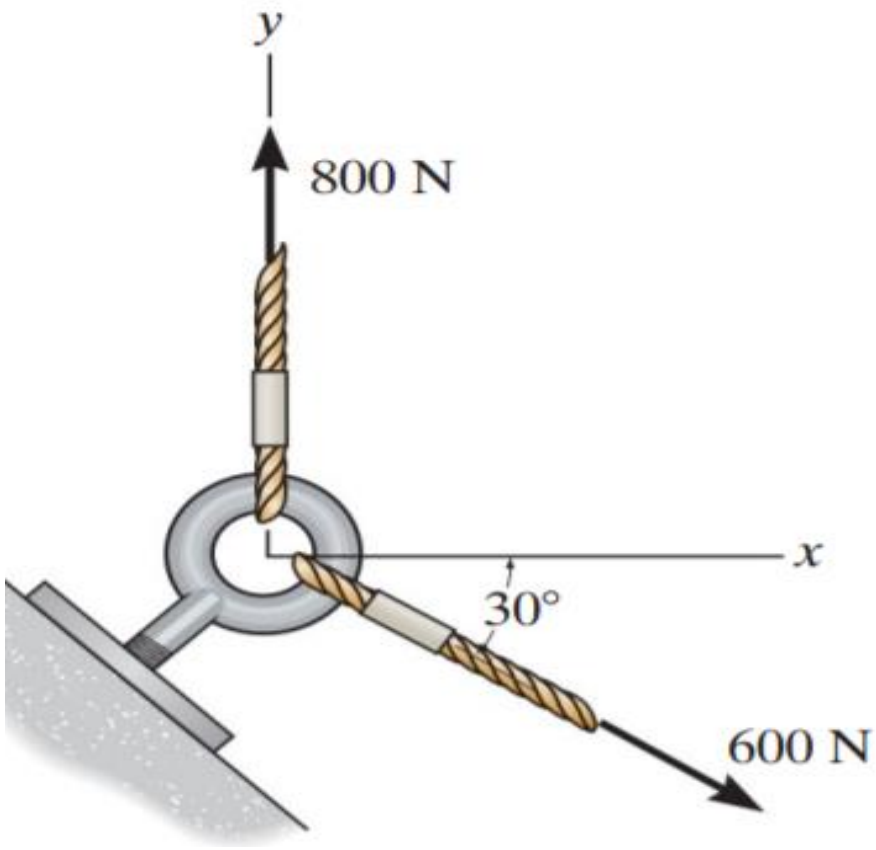
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos c}$$

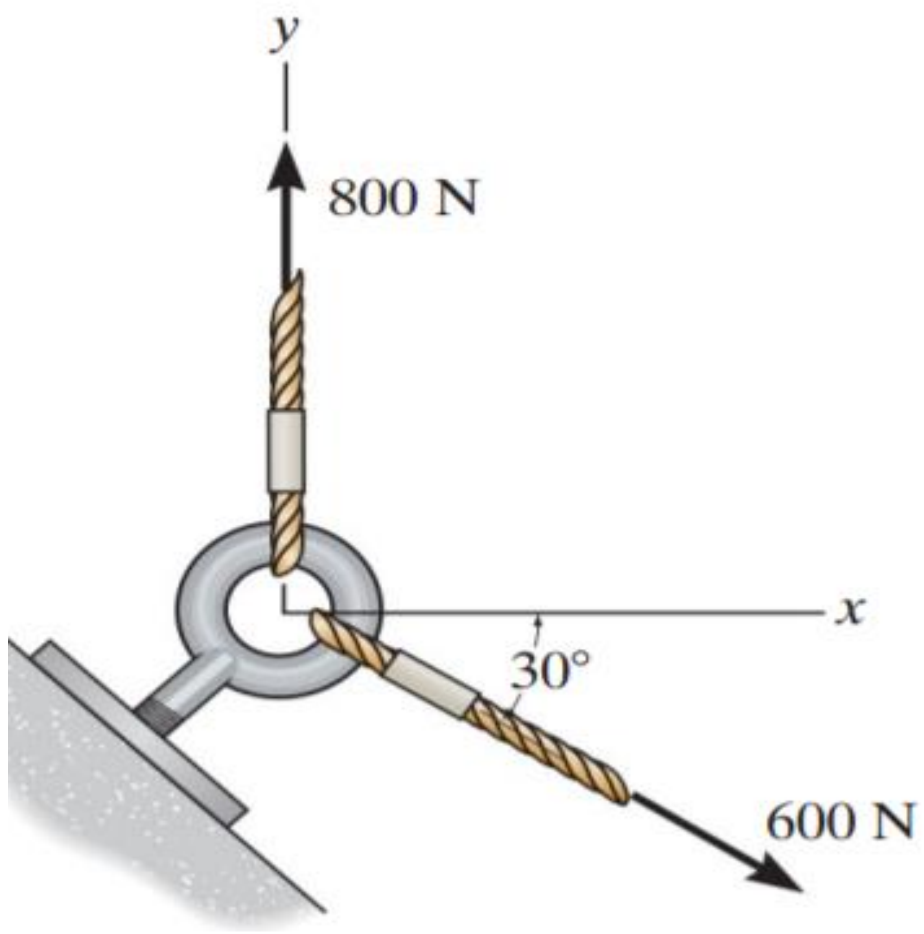
Sine law:

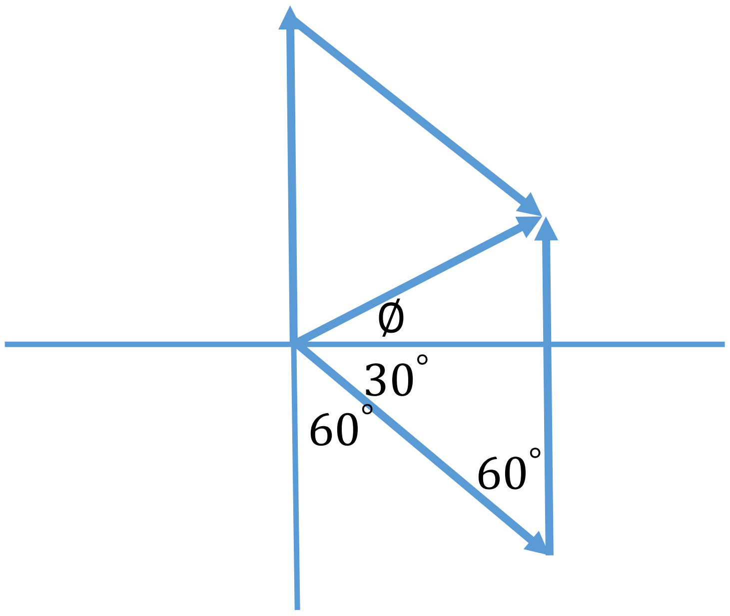
$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

(c)

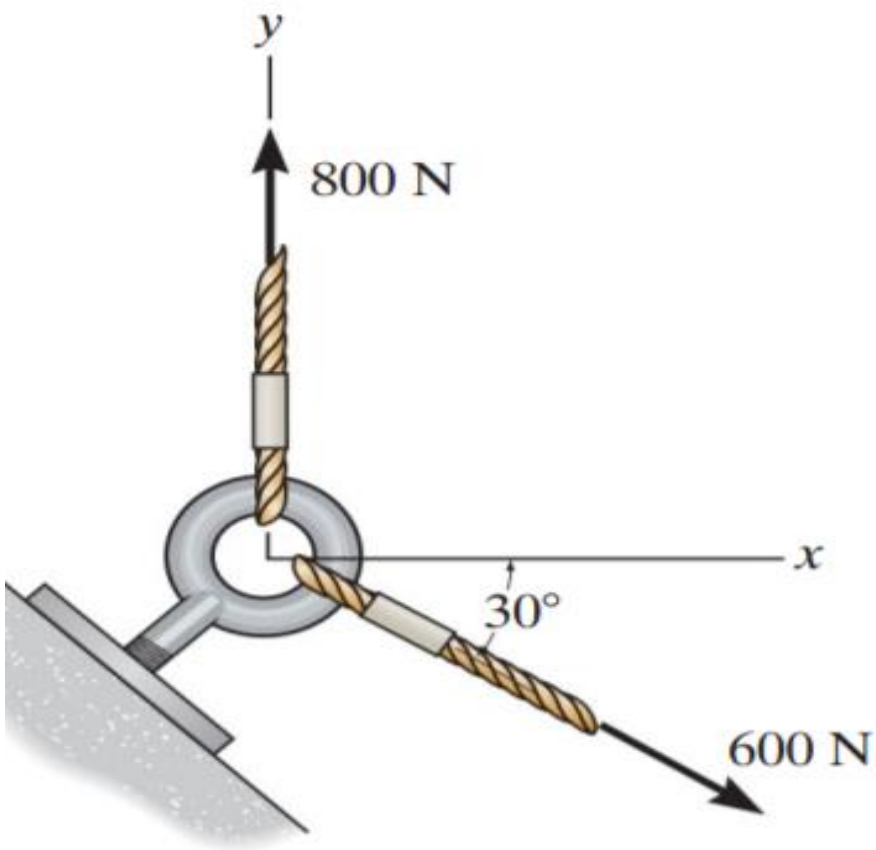
- **F2-3 :** Determine the magnitude of the **resultant force** and its **direction** measured counterclockwise from the positive x axis ?





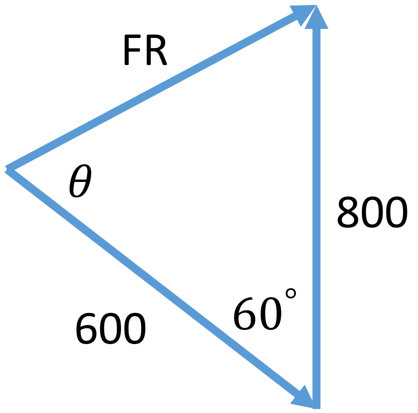


$\theta = 30 + \varnothing$



الخطوة الأولى : نرسم من كل متجه خط موازي ل المتجه الأخر إلى أن يحدث نقطة **تقاطع الثانية** ومن ثم نصل خط بين نقطة التقاطع الأولى مع الثانية وهذه تكون **القوة المحصلة**

الخطوة الثانية : بعض المهارات في إيجاد الزوايا .



$$\theta = 30 + \emptyset$$

الخطوة الثالثة :

نستخدم قوانين المثلثات لإيجاد القوة المحصلة والزواية الخاصة بها

$$F_R = \sqrt{600^2 + 800^2 - 2 * 600 * 800 * \cos 60}$$

$$\frac{721.2}{\sin 60} = \frac{800}{\sin \theta}$$

$$\theta = 73.9$$

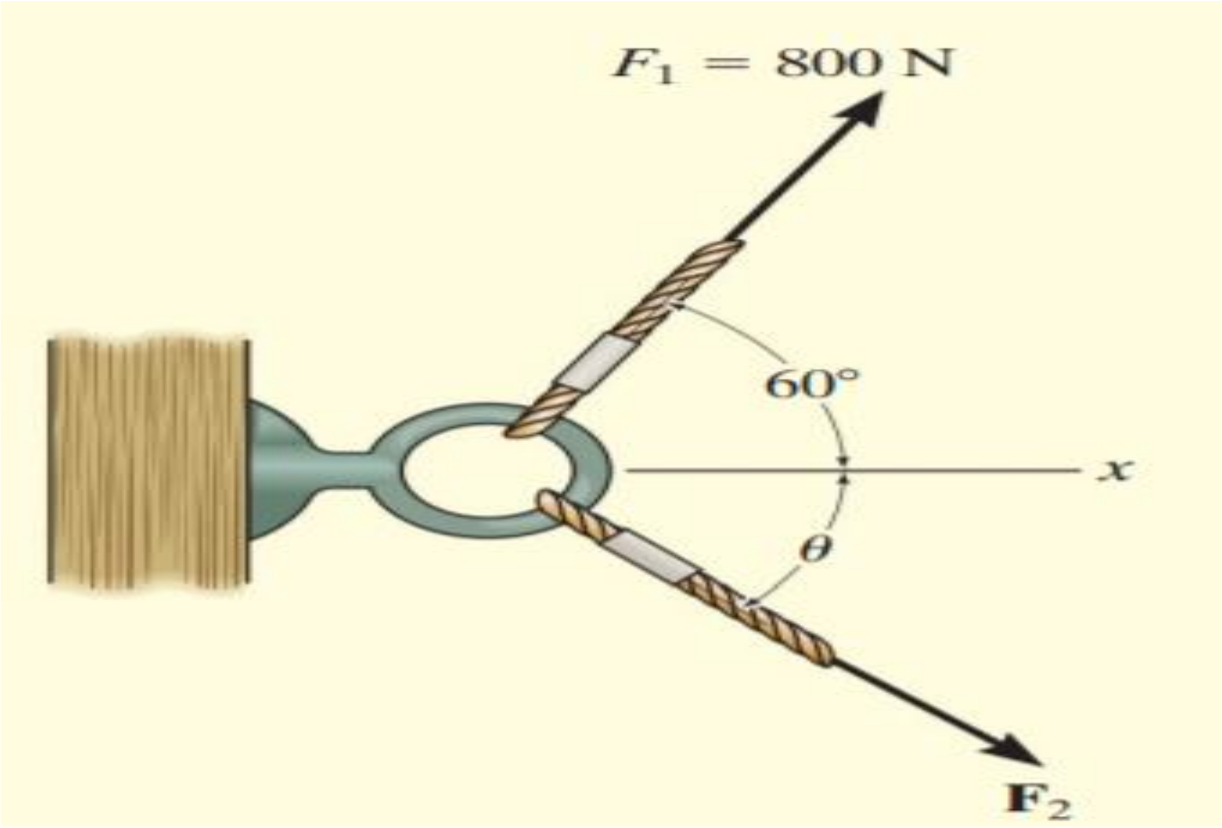
$$\emptyset = 73.9 - 30 = 43.9$$

❑**Example2.4 :** It is required that the **resultant force** acting on the eyebolt be directed along the **positive x axis** and that F_2 have a **<u>minimum</u> magnitude.**

Determine this **magnitude**, the **angle θ** and the corresponding **resultant force** ?

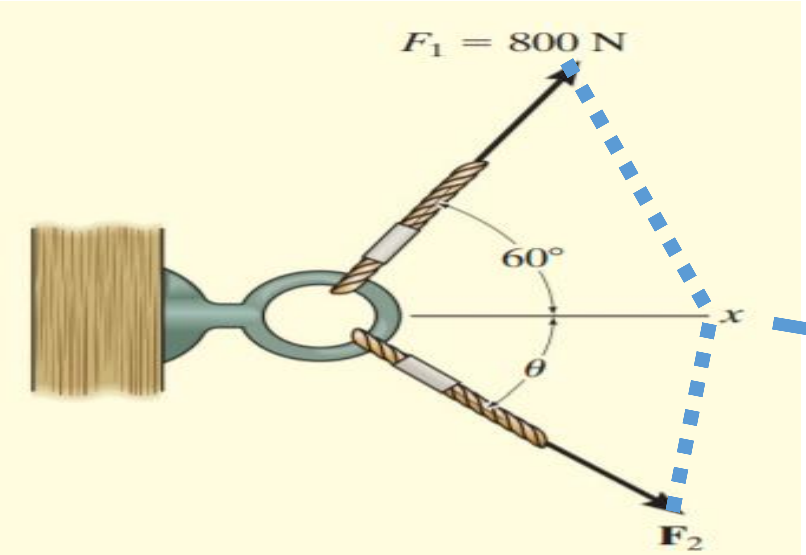
سؤال جيد وفكرته عليكم الإنتباه لها :

يقول السؤال أن القوة المحصلة على المحور السيني الموجب و يقول أن قيمة القوة الثانية مجهولة ونريدها أن تكون أقل قيمة فكيف لها أن يتحقق هذا الشرط ؟

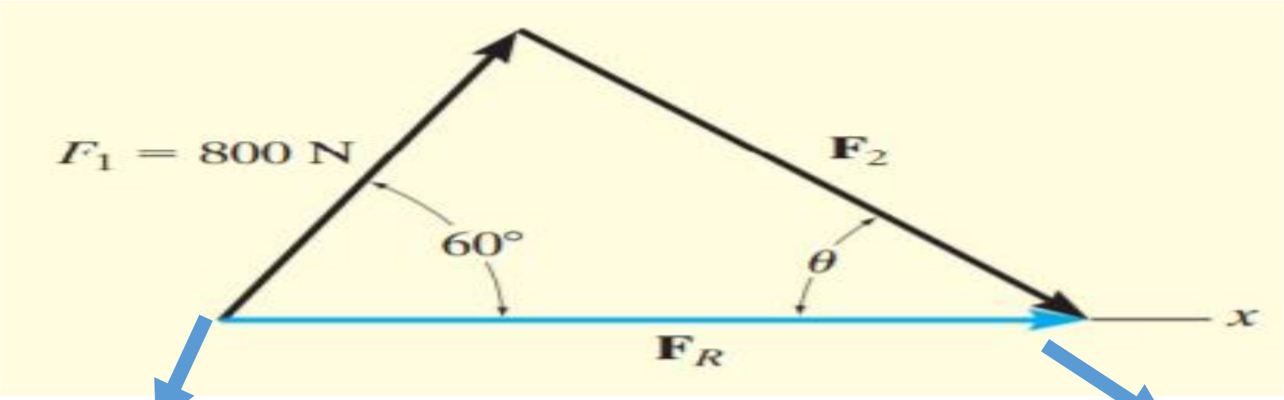


<u>الخطوة الأولى :</u> نرسم من كل متجه خط موازي ل المتجه الأخر إلى أن يحدث نقطة **تقاطع الثانية** ومن ثم نصل خط بين نقطة التقاطع الأولى مع الثانية وهذه تكون **<u>القوة المحصلة</u>**

هنا لقد أخذنا الجزء العلوي وتركنا الجزء السفلي وكلاهما صحيح

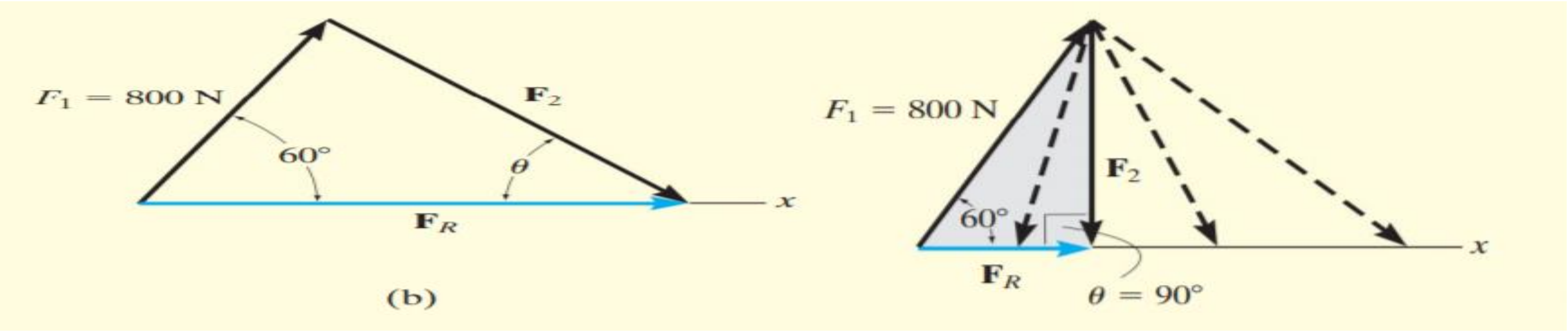


هنا لقد أخذنا **الجزء العلوي** وتركنا
الجزء السفلي **وكلاهما صحيح**



نقطة التقاطع الأولى

نقطع التقاطع الثانية



تكون قيمة المتجه الثاني **اقل شئ** عندما تكون زاوية **90** أي زاوية قائمة .

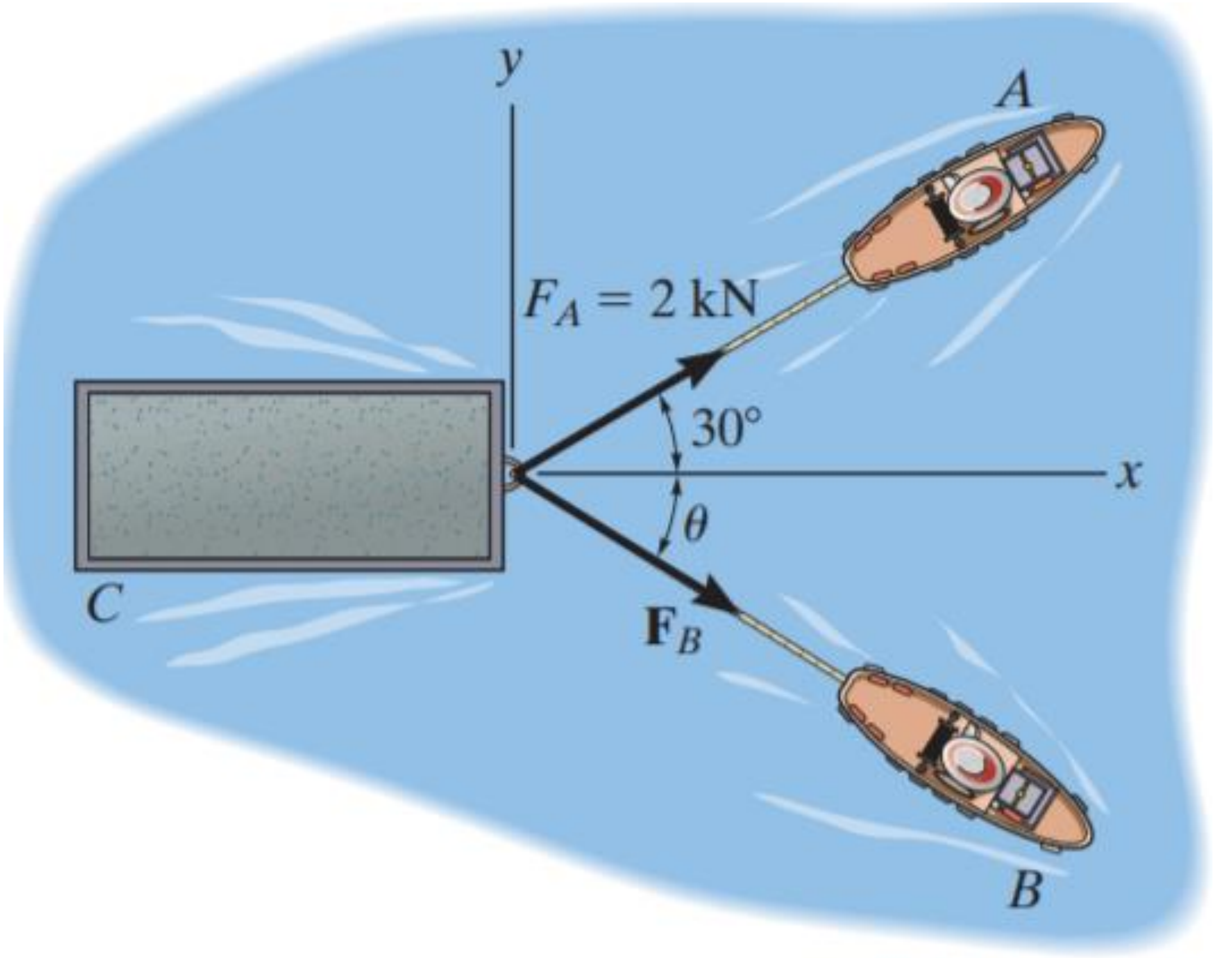
أي قمنا بتحليل القوة الأولى إلى مركبتين :
المركبة السينية هي المركبة المحصلة
المركبة الصادية هي القوة الثانية

$$F_R = (800\ \text{N})\cos 60^\circ = 400\ \text{N}$$

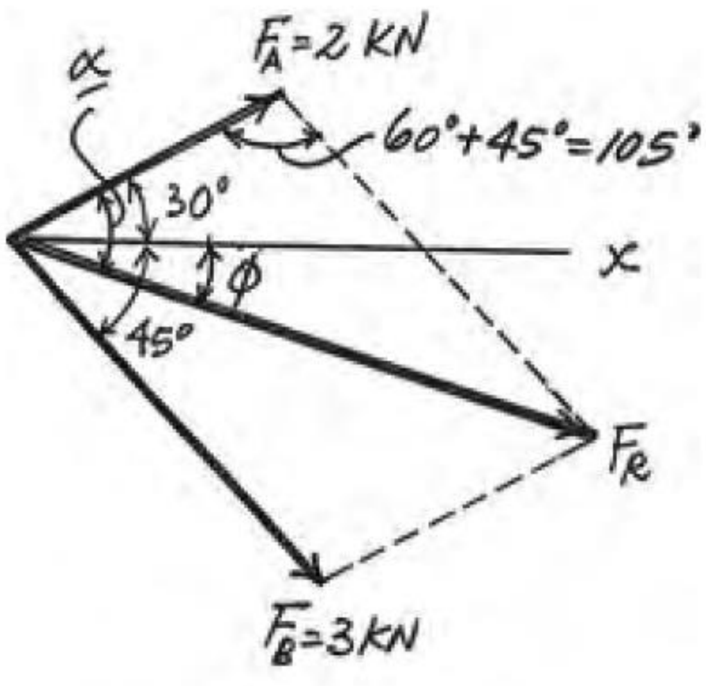
$$F_2 = (800\ \text{N})\sin 60^\circ = 693\ \text{N}$$

محل ما الزاوية تنام بكون جيب التمام

❑**Prop2.31 .** If F_B = 3 kN and $\theta = 45^{\circ}$, determine the **magnitude** of the **resultant** force of the two tugboats and its direction measured clockwise form the **positive x axis** ?



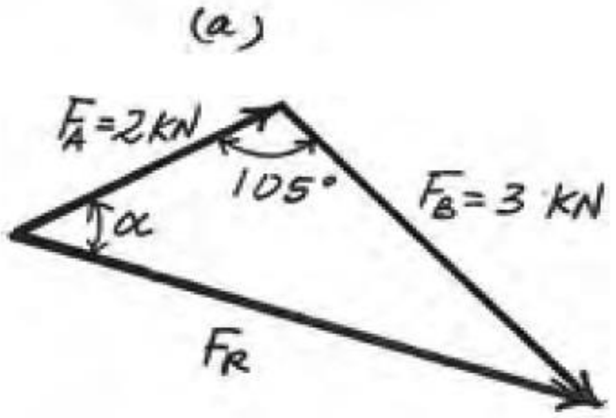
<u>الخطوة الأولى :</u> نرسم من كل متجه خط موازي ل المتجه الأخر إلى أن يحدث نقطة **تقاطع الثانية** ومن ثم نصل خط بين نقطة التقاطع الأولى مع الثانية وهذه تكون **<u>القوة المحصلة</u>**

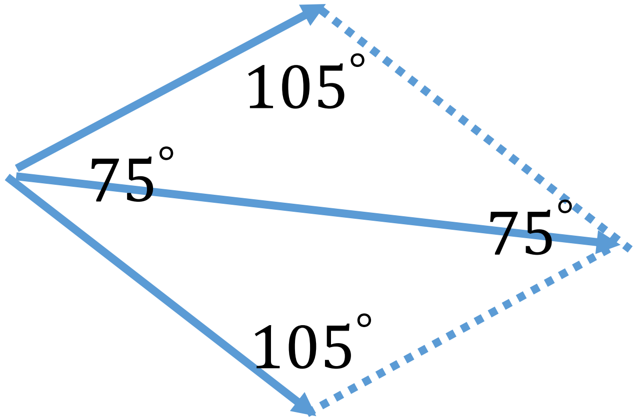


الخطوة الثانية : بعض المهارات في إيجاد الزوايا .

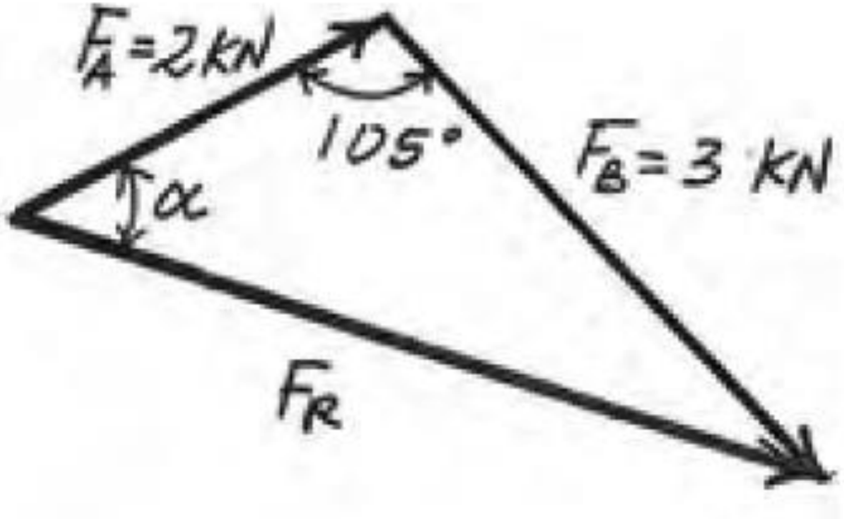
<u>ملاحظة هامة :</u>

مجموع زوايا متوازي الأضلاع هو 360
وكل زاويتين **متقابلتين متساويتين** .





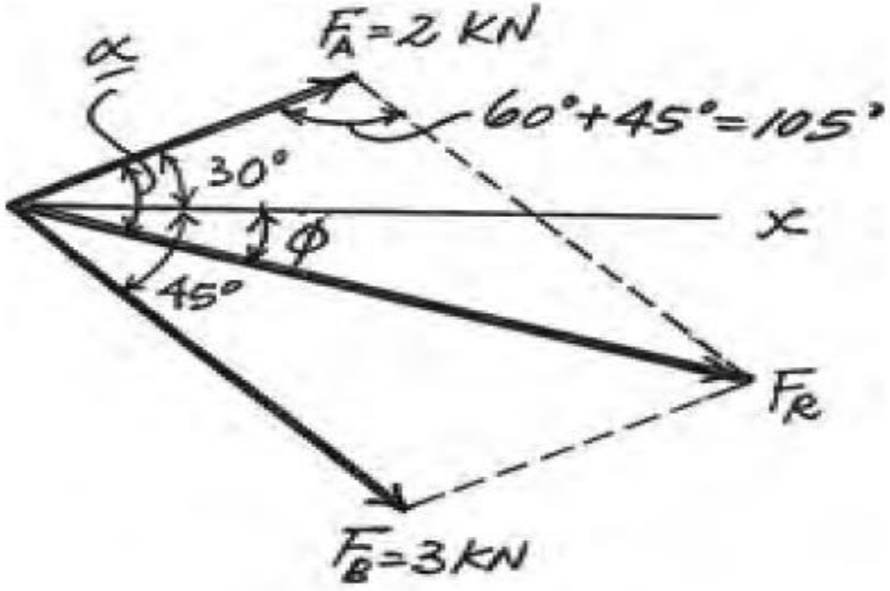
$$\frac{360-2*75}{2} = 105$$



$$F_R = \sqrt{2^2 + 3^2 - 2(2)(3)\cos 105^\circ}$$

$$= 4.013 \text{ kN} = 4.01 \text{ kN}$$

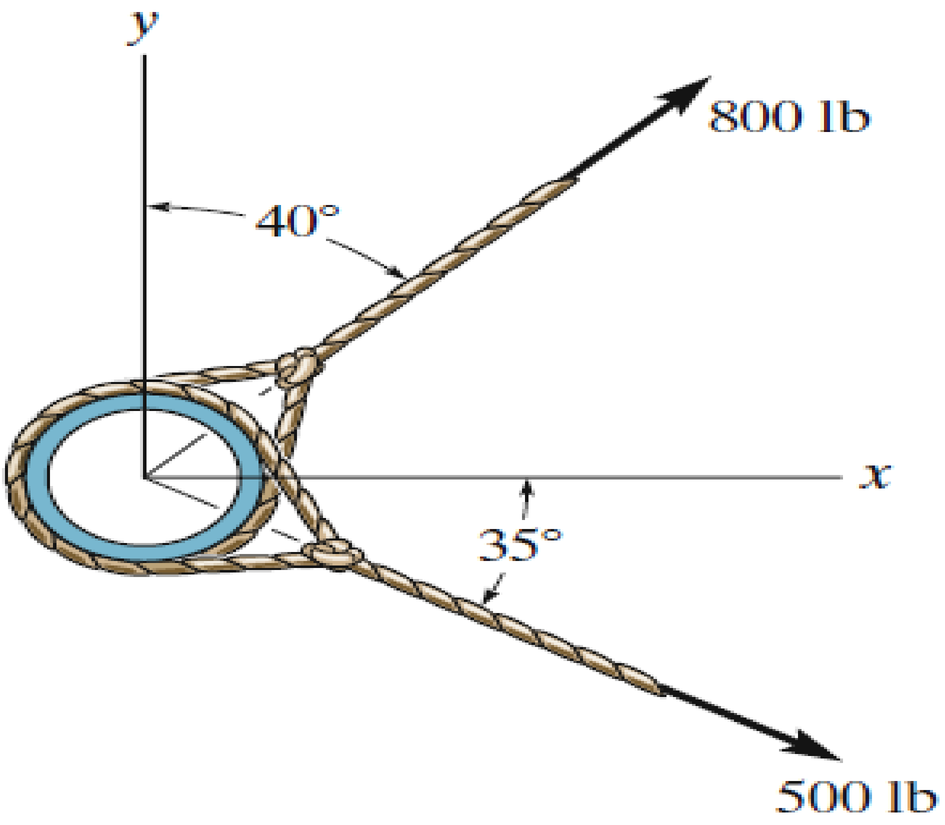
$$\frac{\sin\alpha}{3} = \frac{\sin 105^\circ}{4.013} \qquad \alpha = 46.22^\circ$$



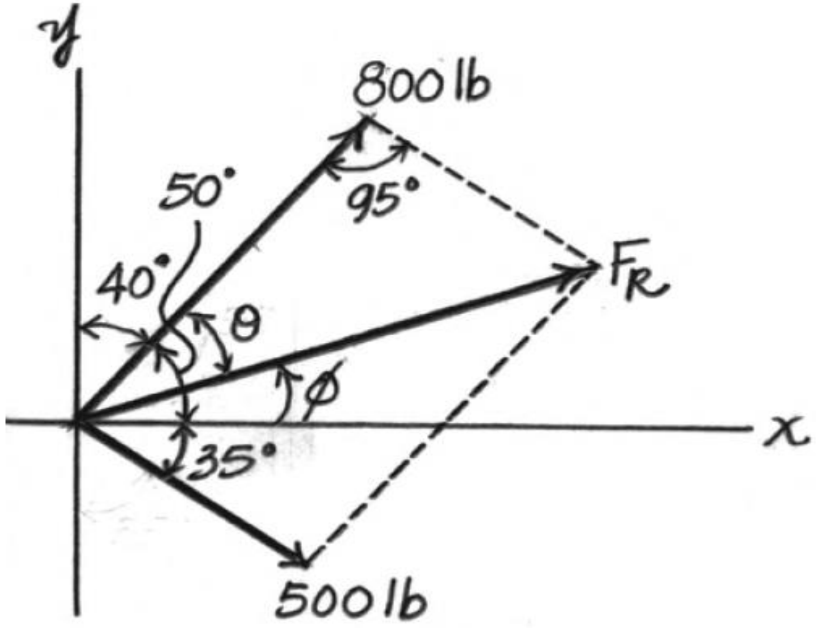
$$\phi = \alpha - 30^\circ = 46.22^\circ - 30^\circ = 16.2^\circ$$

نريد الزاوية من القوة المحصلة ل محور السينات الموجب

❑**Prop2.10 .** Determine the magnitude of the resultant force and its direction, measured counterclockwise from the **positive *x* axis** ?



<u>الخطوة الأولى :</u> نرسم من كل متجه خط موازي ل المتجه الأخر إلى أن يحدث نقطة **تقاطع الثانية** ومن ثم نصل خط بين نقطة التقاطع الأولى مع الثانية وهذه تكون **<u>القوة المحصلة</u>**

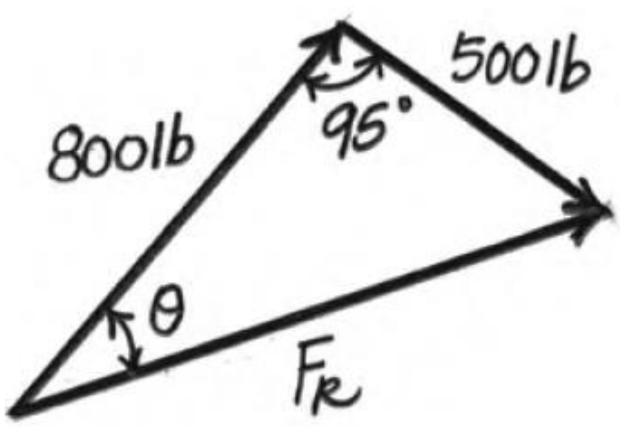


الخطوة الثانية : بعض المهارات في إيجاد الزوايا .

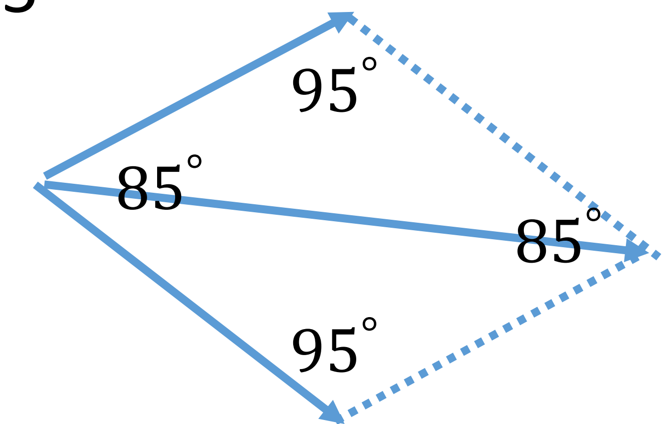
<u>ملاحظة هامة :</u>

مجموع زوايا متوازي الأضلاع هو 360

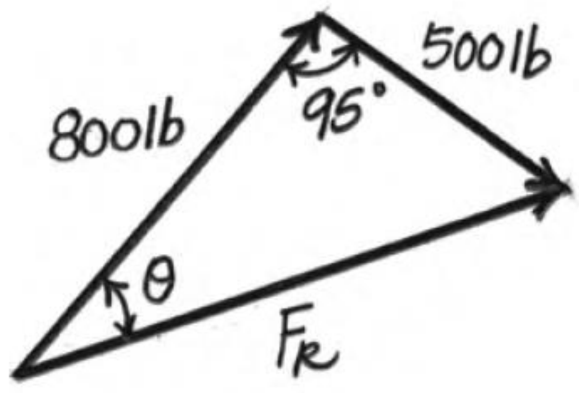
وكل زاويتين **متقابلتين متساويتين** .



$$\frac{360-2*(35+50)}{2} = 95$$



$$F_R = \sqrt{800^2 + 500^2 - 2(800)(500)\cos 95^\circ} = 979.66 \text{ lb} = 980 \text{ lb}$$

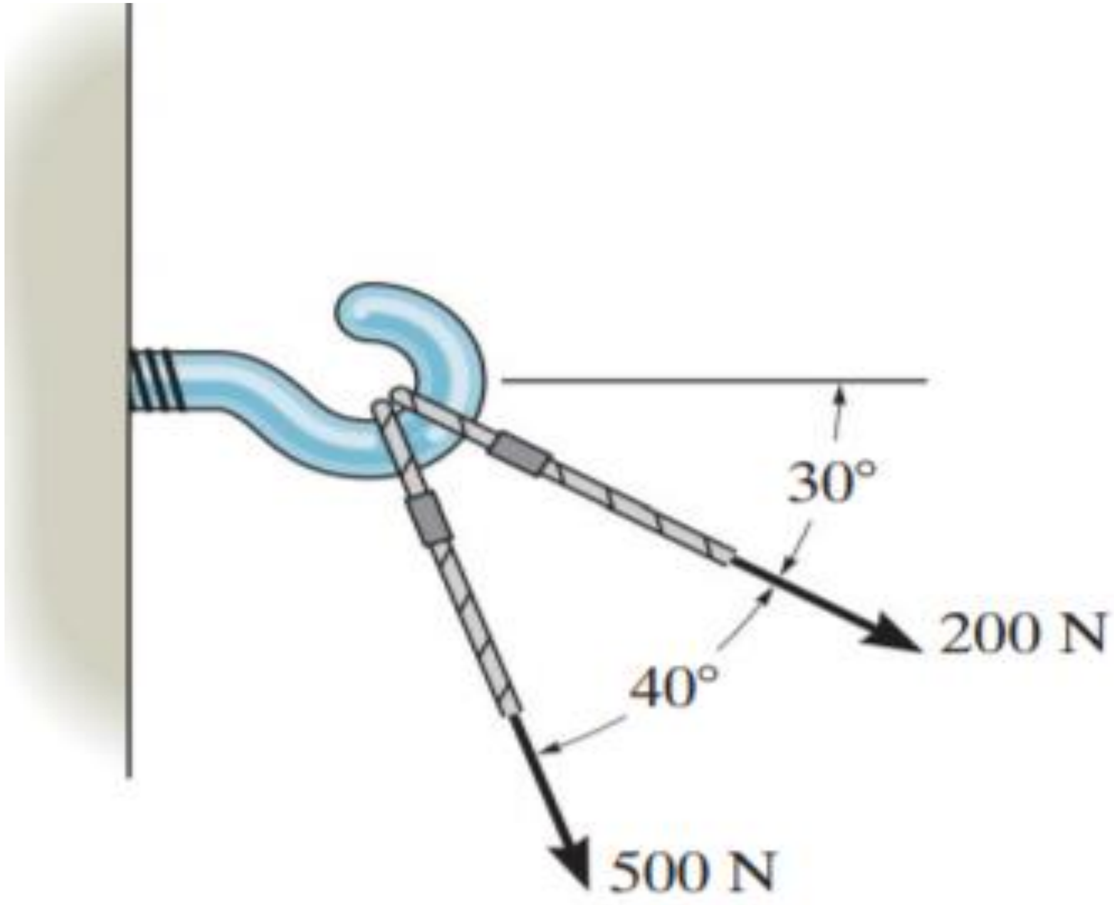


$$\frac{\sin\theta}{500} = \frac{\sin 95^\circ}{979.66}; \qquad \theta = 30.56^\circ$$

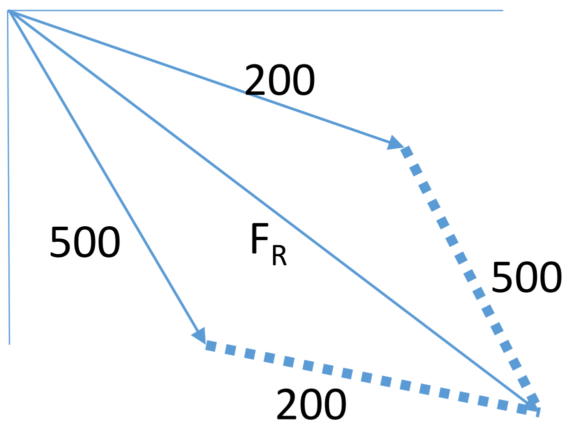
$$\phi = 50^\circ - 30.56^\circ = 19.44^\circ = 19.4^\circ$$

نريد الزاوية من القوة المحصلة ل محور السينات الموجب

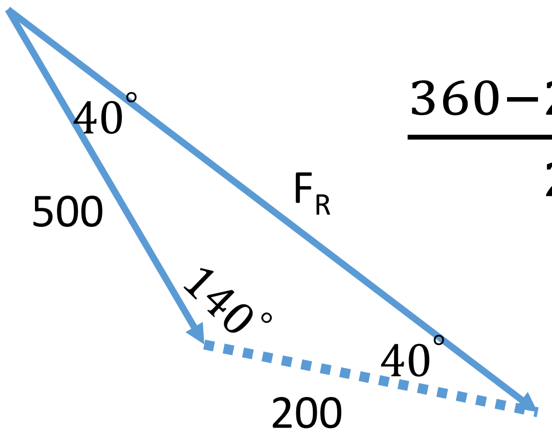
❑**F2-2 .** Two forces act on the hook. Determine the **magnitude of the resultant force ?**



الخطوة الأولى : نرسم من كل متجه خط موازي ل المتجه الأخر إلى أن يحدث نقطة **تقاطع الثانية** ومن ثم نصل خط بين نقطة التقاطع الأولى مع الثانية و هذه تكون **القوة المحصلة**



الخطوة الثانية : بعض المهارات في إيجاد الزوايا .



$$\frac{360-2*(40)}{2} = 140$$

$$F_R = \sqrt{200^2 + 500^2 - 2(200)(500)\cos 140^\circ}$$
$$= 666\ \text{N}$$

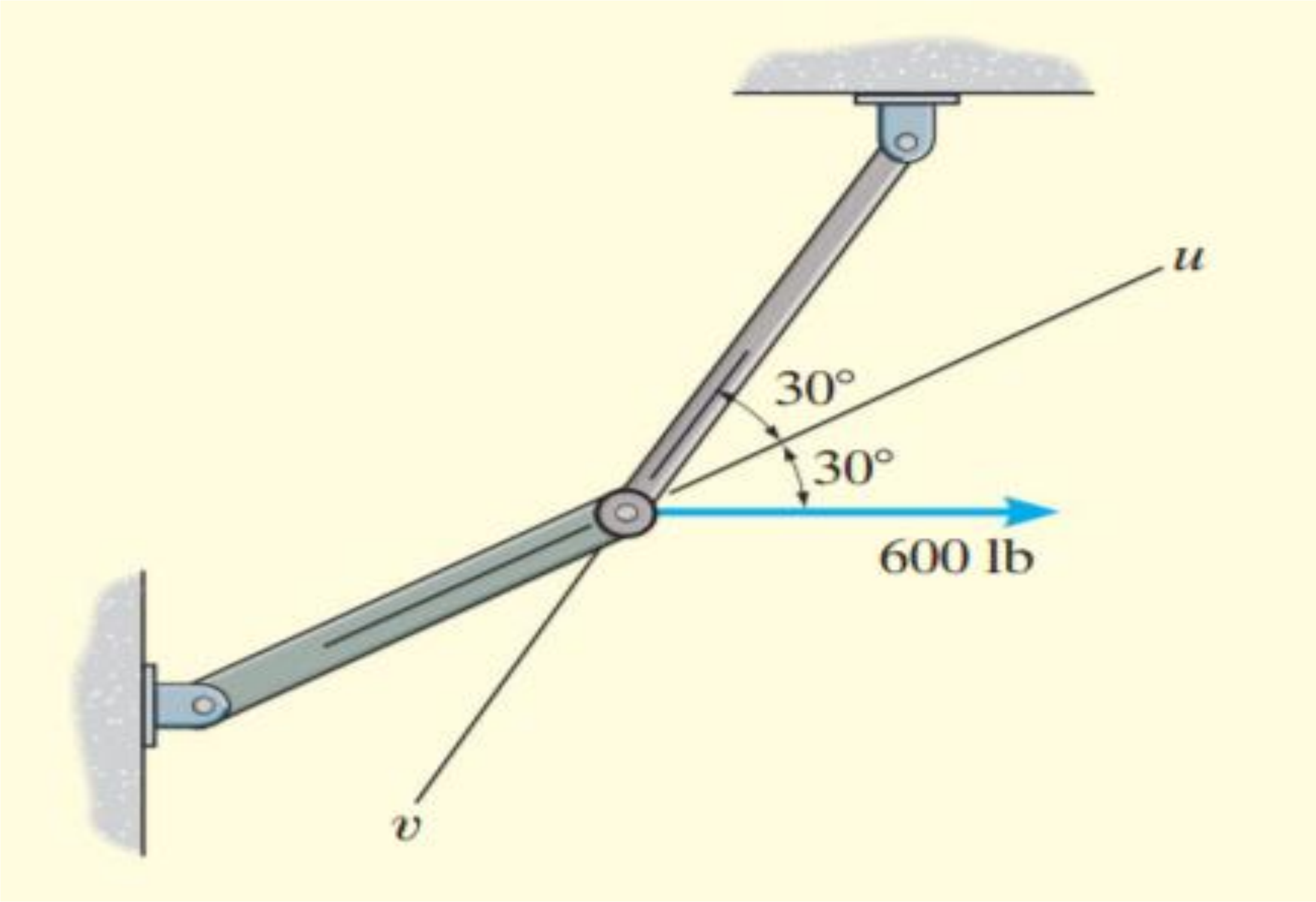
ملاحظة هامة :

مجموع زوايا متوازي الأضلاع هو 360
وكل زاويتين **متقابلتين متساويتين** .

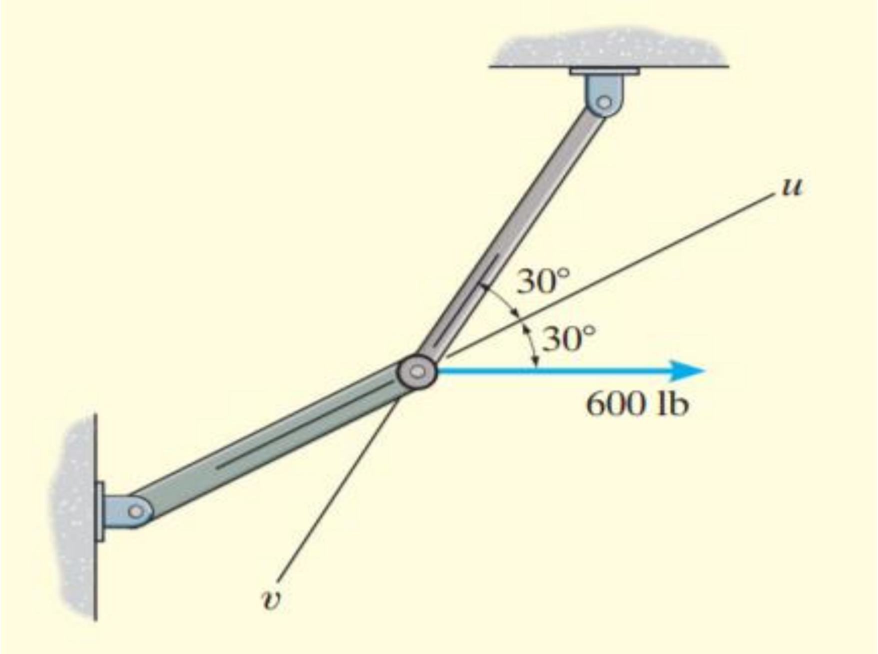
كل ما قد تعلمناه الأن كان عبارة عن **محاور عالمية** ولكن فيه حالة كانت المحاور ليست عالمية **فما الحل وما ألية التعامل معها ؟**

الأمور **متشابهة** من حيث القوانين والمبدأ وكما قلت سابقا الرسم غير مطالب به للأمام لأننا سنتعلم طريقة أسهل و أسرع , وفي الإمتحان **غير مجبر** على إستخدام الرسم لكن نستخدمه في حال الطلب لأن معظم الطلبة يواجهون صعوبة فيه .

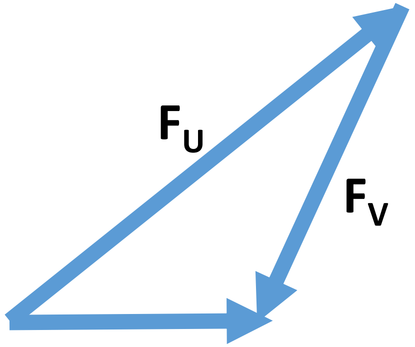
- **<u>Example2.2 .</u>** Resolve the horizontal 600-lb force in into components acting along the **<u>u and v axis</u>** and determine the magnitudes of these components ?



<u>الخطوة الأولى :</u> من ذيل القوة نرسم مركبات القوة على **المحاور المطلوبة** ونكتفي بجزء واحد ويمكنك رسم الرسمة كاملة ومن ثم أخذ مثلث واحد كما فعلنا مسبقا .

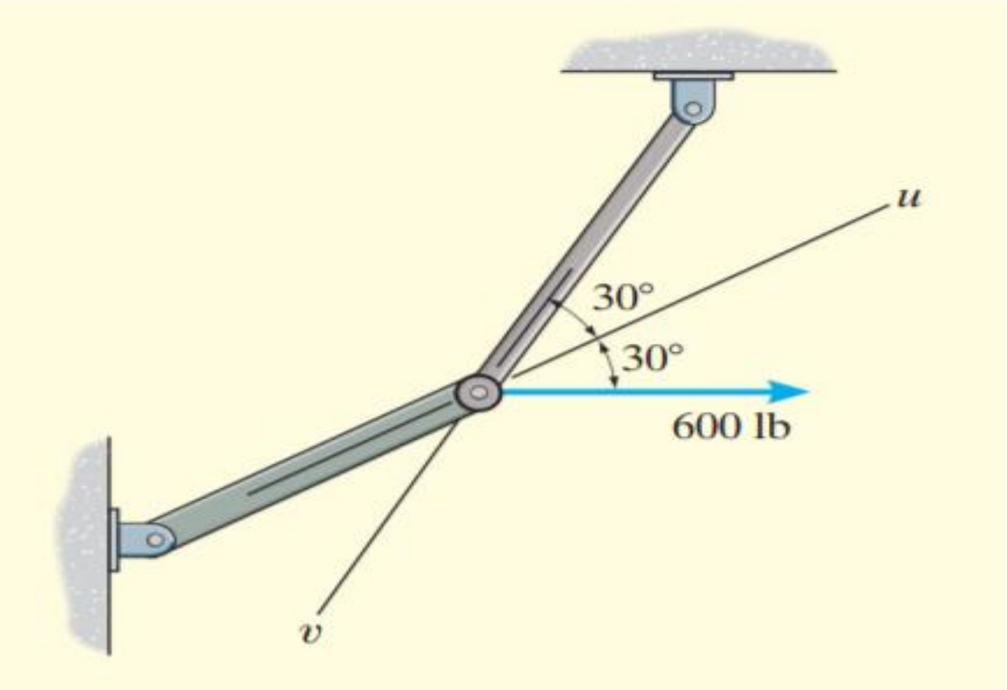


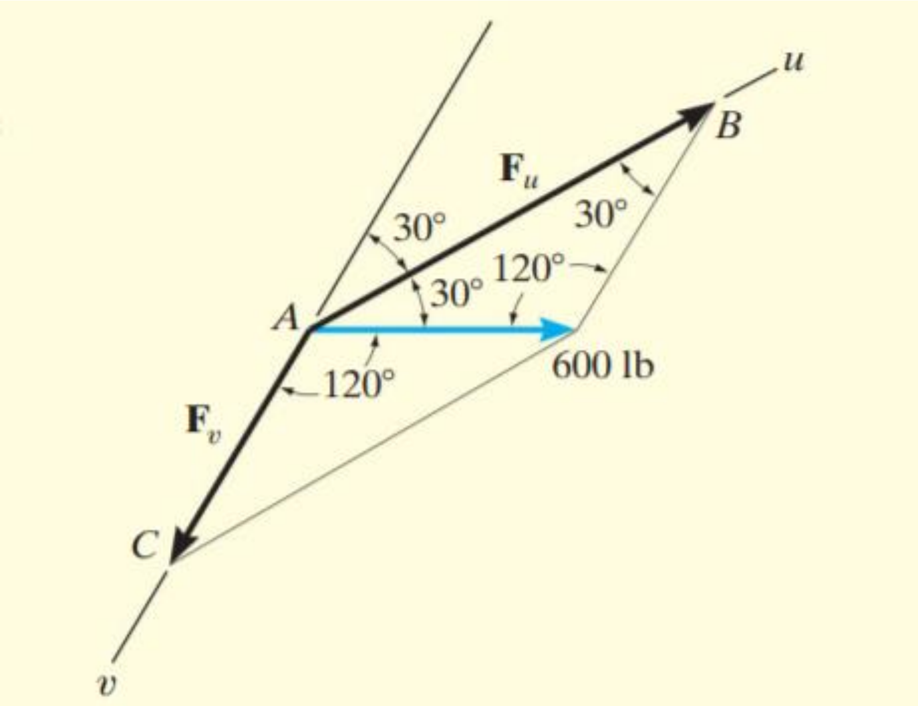
u and v
هم المحاور المطلوبة

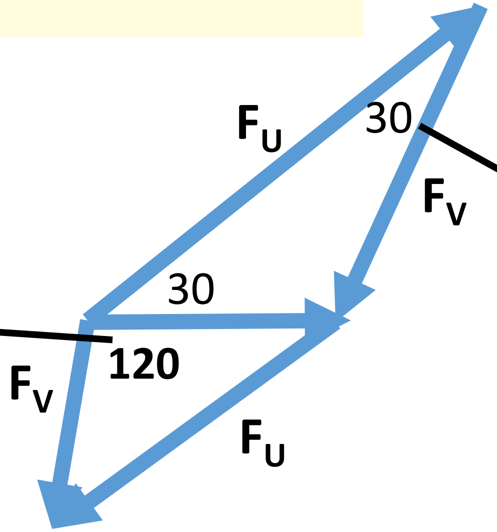


أخذنا مثلث واحد **<u>فقط</u>** هنا

الخطوة الثانية: بعض المهارات البسيطة في الزوايا

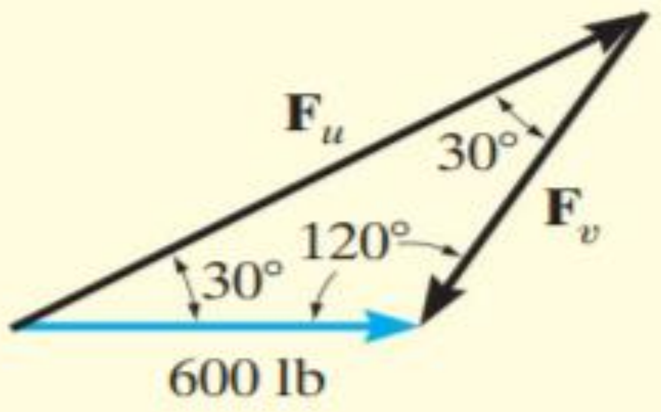






180-60=120

$$\frac{360-2(150)}{2}=30$$

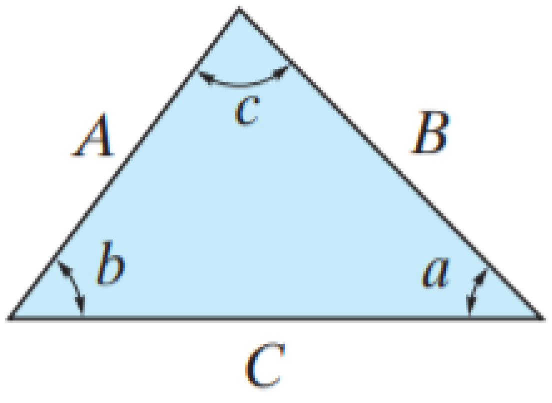


$$\frac{F_u}{\sin 120^\circ} = \frac{600 \text{ lb}}{\sin 30^\circ}$$

$$F_u = 1039 \text{ lb}$$

$$\frac{F_v}{\sin 30^\circ} = \frac{600 \text{ lb}}{\sin 30^\circ}$$

$$F_v = 600 \text{ lb}$$



Cosine law:

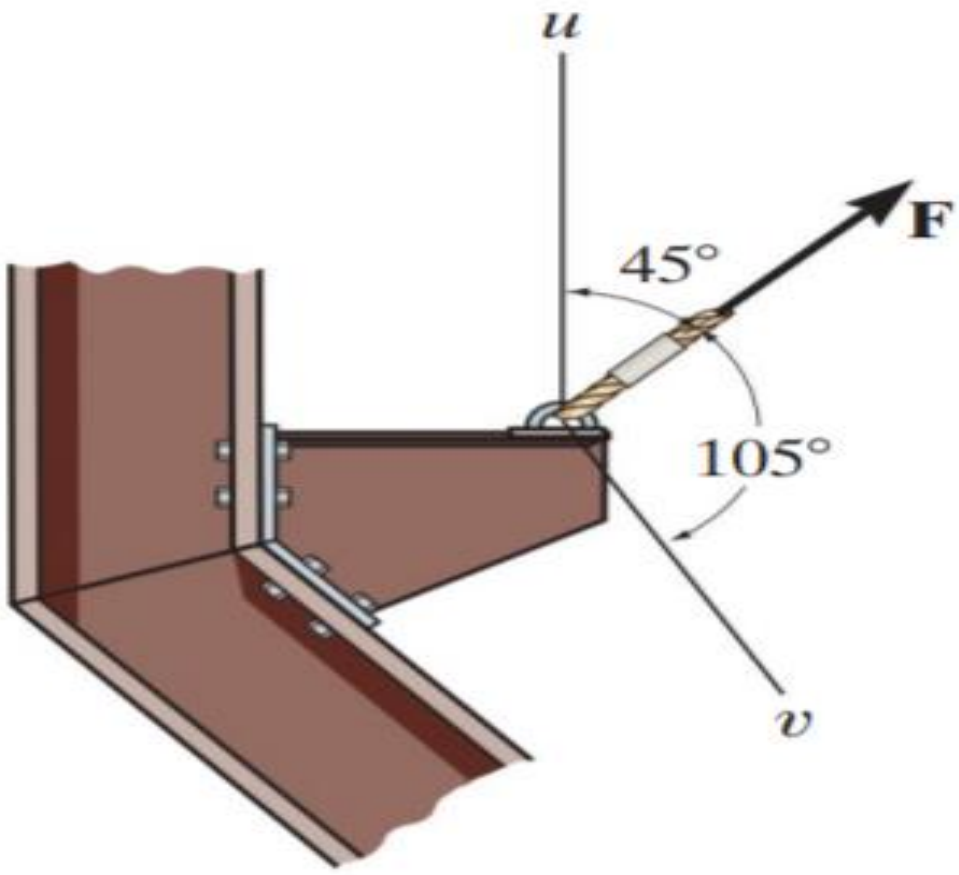
$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos c}$$

Sine law:

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

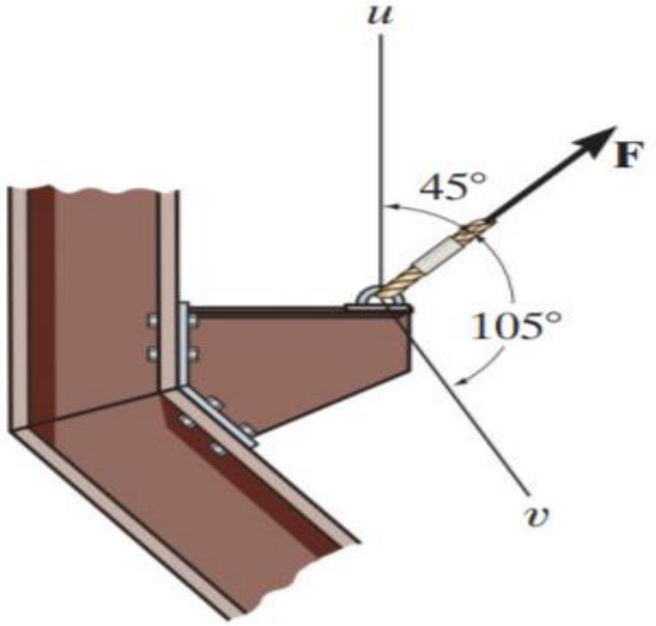
(c)

❑**F2–6.** If force F is to have a component along the u axis of $F_u = 6$ kN, determine the magnitude of F and the magnitude of its component F_v along the v axis ?

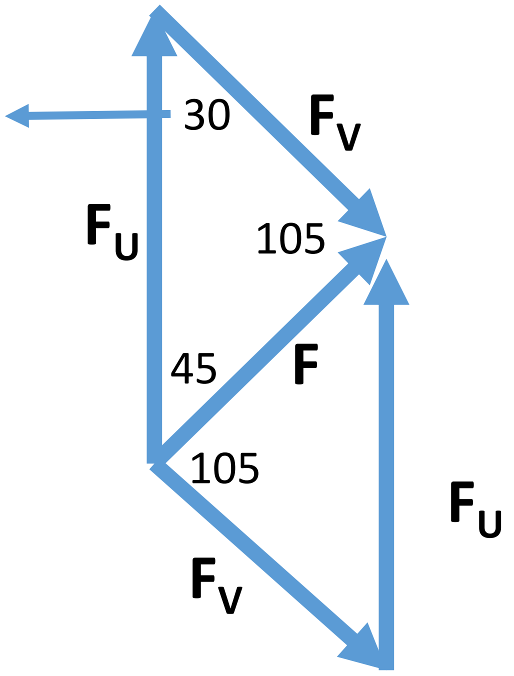


<u>الخطوة الأولى :</u> من ذيل القوة نرسم مركبات القوة على **المحاور المطلوبة** ونكتفي بجزء واحد ويمكنك رسم الرسمة كاملة ومن ثم أخذ مثلث واحد كما فعلنا مسبقا .

<u>الخطوة الثانية:</u> بعض المهارات البسيطة في الزوايا



$$\frac{360-2(150)}{2}=30$$

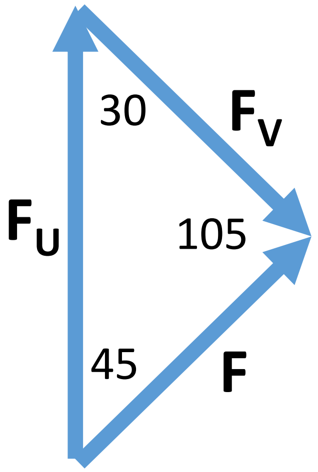


$$\frac{\sin(30)}{F\,\mathrm{kN}} = \frac{\sin(105)}{6\,\mathrm{kN}}$$

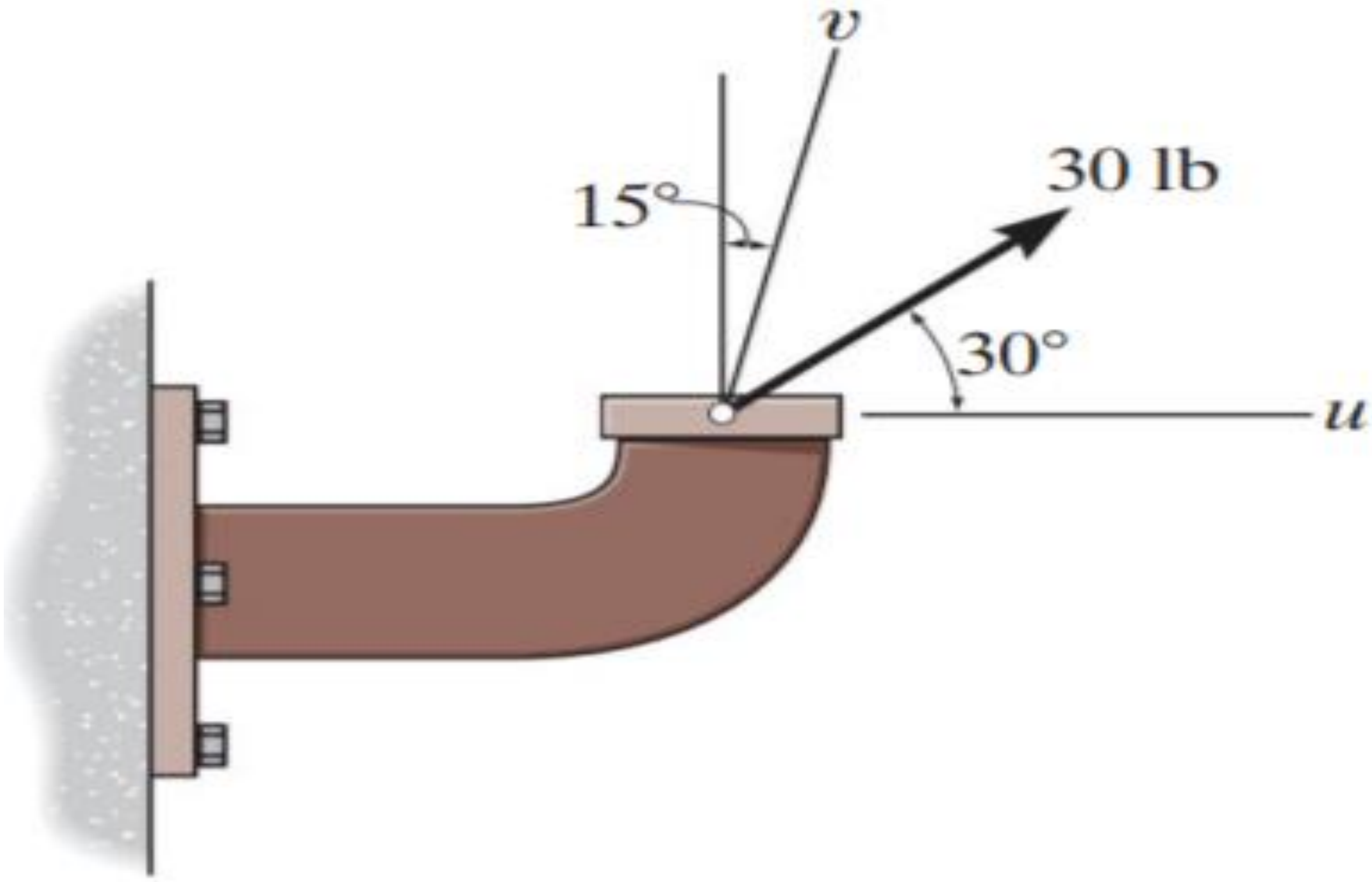
$$\frac{\sin(45)}{F_v\,\mathrm{kN}} = \frac{\sin(105)}{6\,\mathrm{kN}}$$

$$F = 3.11\,\mathrm{kN}$$

$$F_v = 4.39\,\mathrm{kN}$$

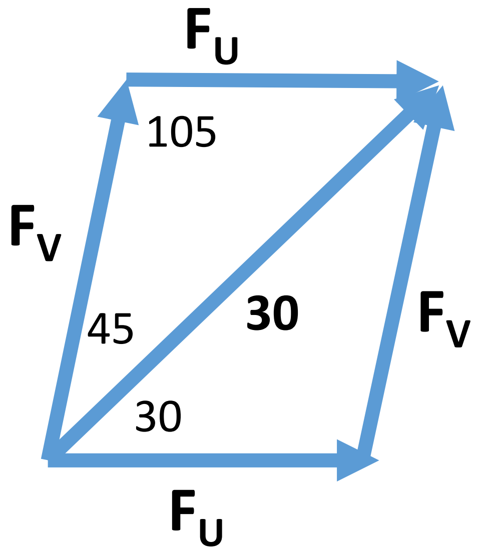


❑**F2.4 .** Resolve the 30-lb force into components along the u and v axes, and determine the magnitude of each of these components ?

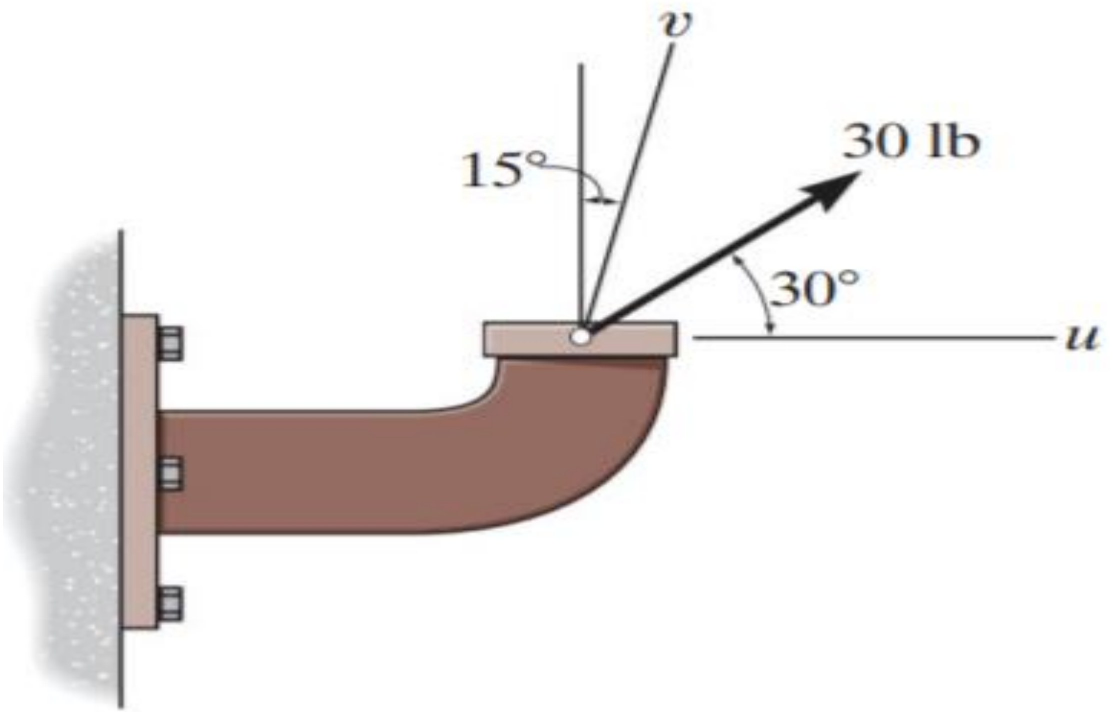


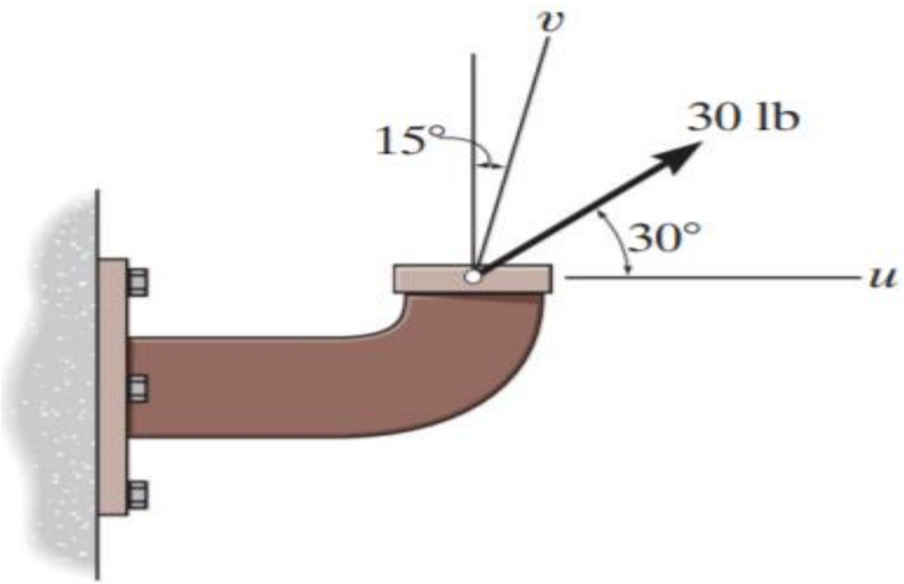
<u>الخطوة الأولى : من ذيل القوة</u> نرسم مركبات القوة على **المحاور المطلوبة** ونكتفي بجزء واحد ويمكنك رسم الرسمة كاملة ومن ثم أخذ مثلث واحد كما فعلنا مسبقا .

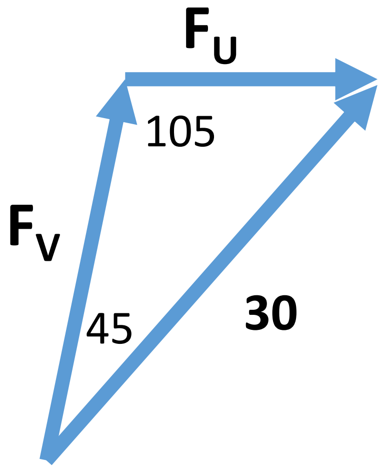
<u>الخطوة الثانية:</u> بعض المهارات البسيطة في الزوايا



$$\frac{360 - 2(45 + 30)}{2} = 105$$







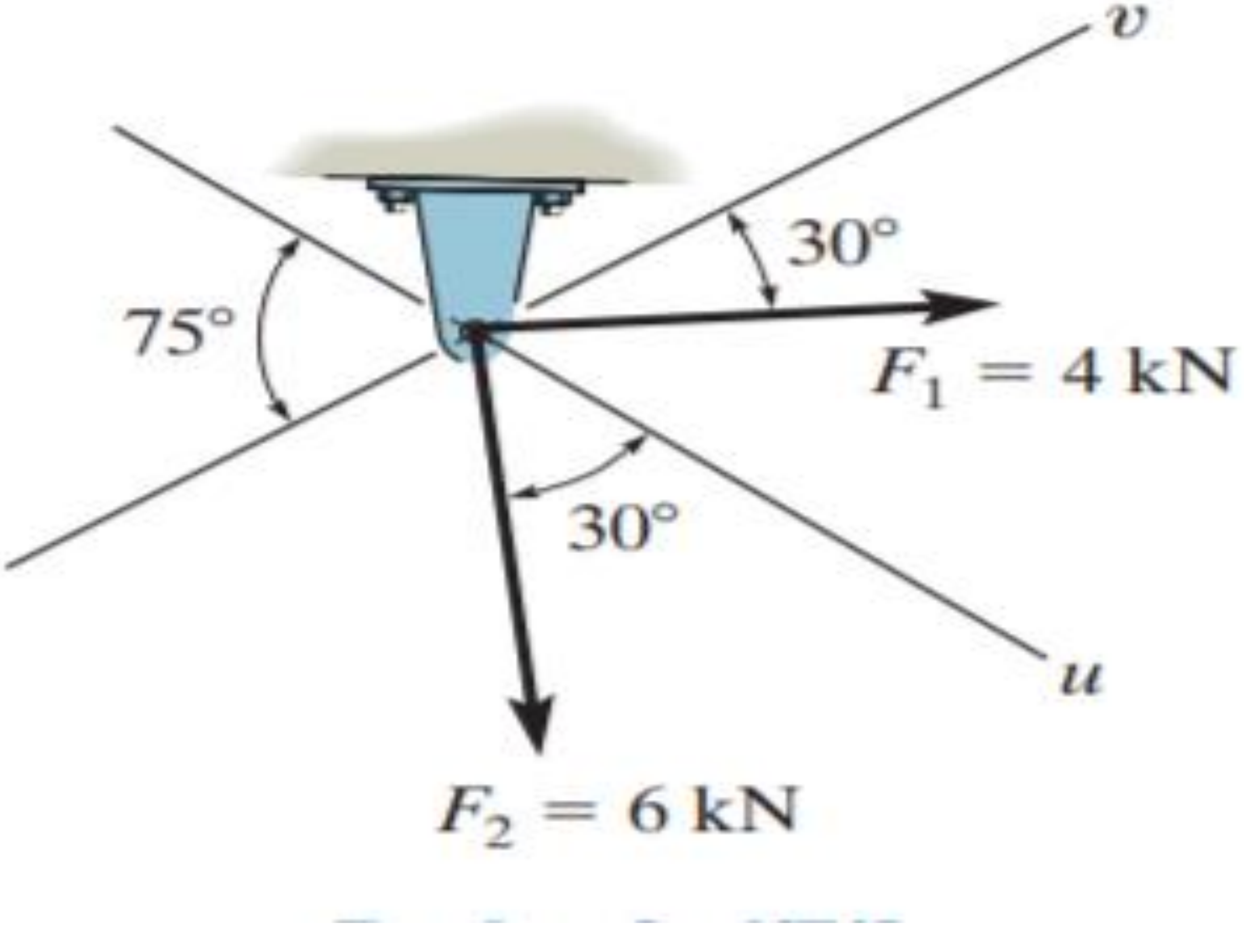
$$\frac{\sin(45)}{F_u\ \mathrm{lb}} = \frac{\sin(105)}{30\ \mathrm{lb}}$$

$$\frac{\sin(30)}{F_v\ \mathrm{lb}} = \frac{\sin(105)}{30\ \mathrm{lb}}$$

$$F_u = 22.0\ \mathrm{lb}$$

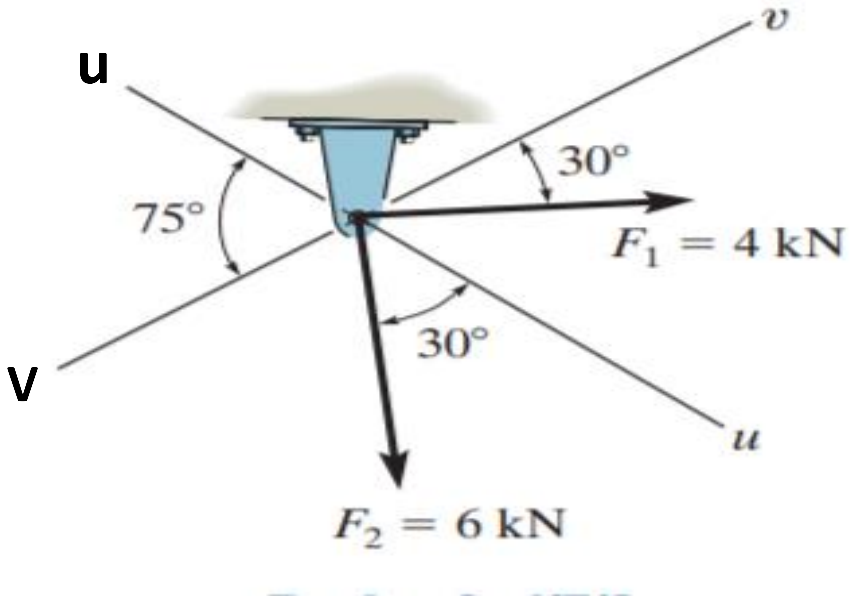
$$F_v = 15.5\ \mathrm{lb}$$

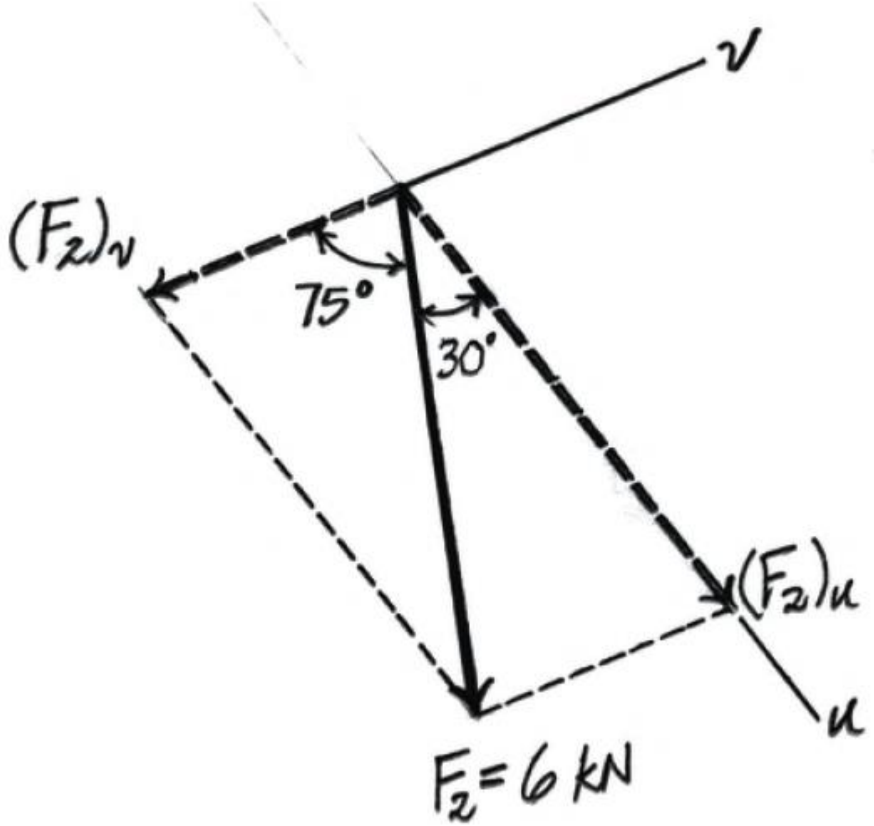
❑**Prop2.8 .** Resolve the force F_2 into components acting along the u and v axes and determine the magnitudes of the components ?

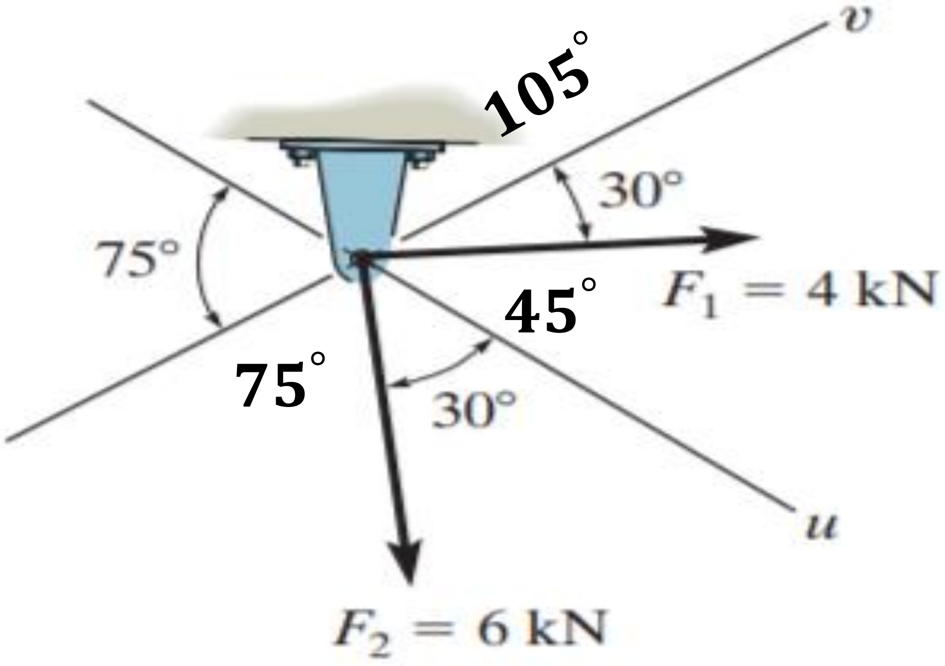


<u>الخطوة الأولى :</u> من ذيل القوة نرسم مركبات القوة على **المحاور المطلوبة** ونكتفي بجزء واحد ويمكنك رسم الرسمة كاملة ومن ثم أخذ مثلث واحد كما فعلنا مسبقا .

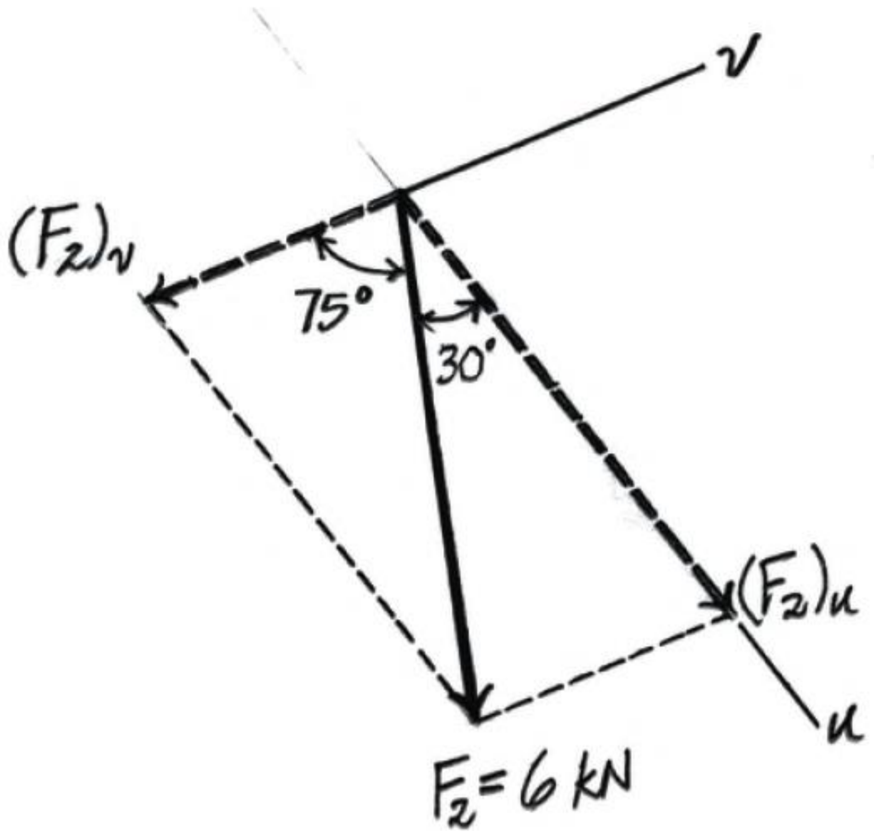
<u>الخطوة الثانية:</u> بعض المهارات البسيطة في الزوايا



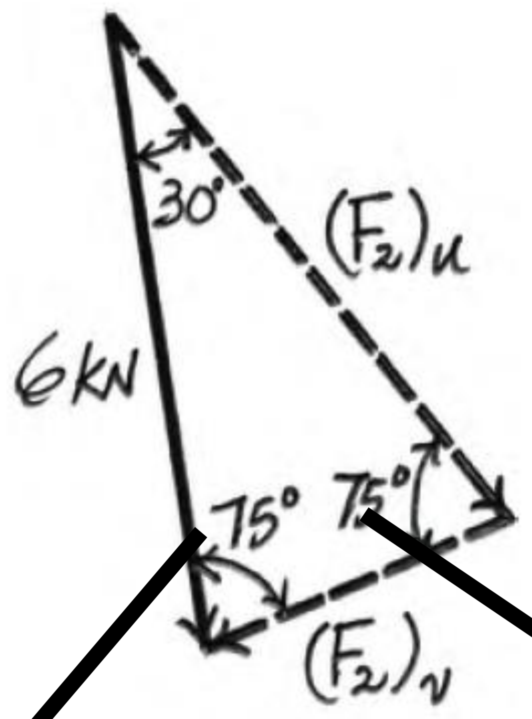




v
105°
30°
75°
$F_1 = 4$ kN
45°
75°
30°
u
$F_2 = 6$ kN



v
$(F_2)_v$
75°
30°
$(F_2)_u$
u
$F_2 = 6$ kN



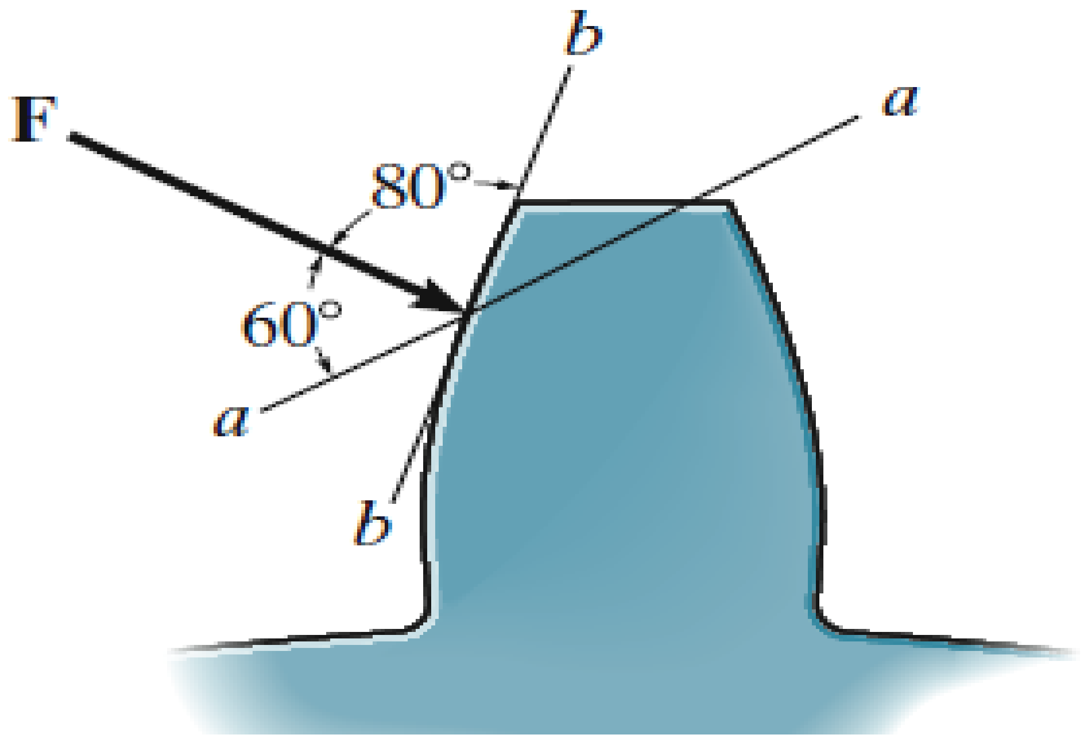
تبادل بالرأس

180-(75+30)=75

$$\frac{(F_2)_u}{\sin 75^\circ} = \frac{6}{\sin 75^\circ}; \qquad (F_2)_u = 6.00\ \text{kN}$$

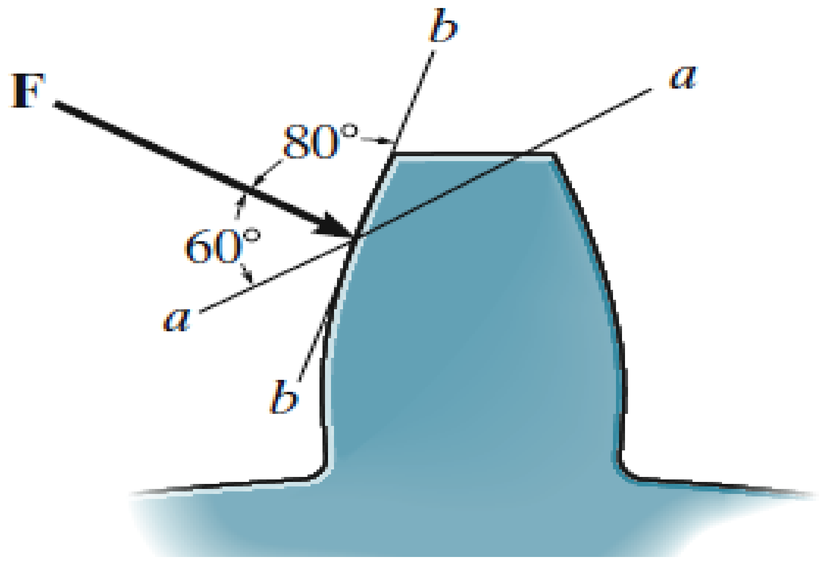
$$\frac{(F_2)_v}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{\sin 75^\circ}; \qquad (F_2)_v = 3.106\ \text{kN} = 3.11\ \text{kN}$$

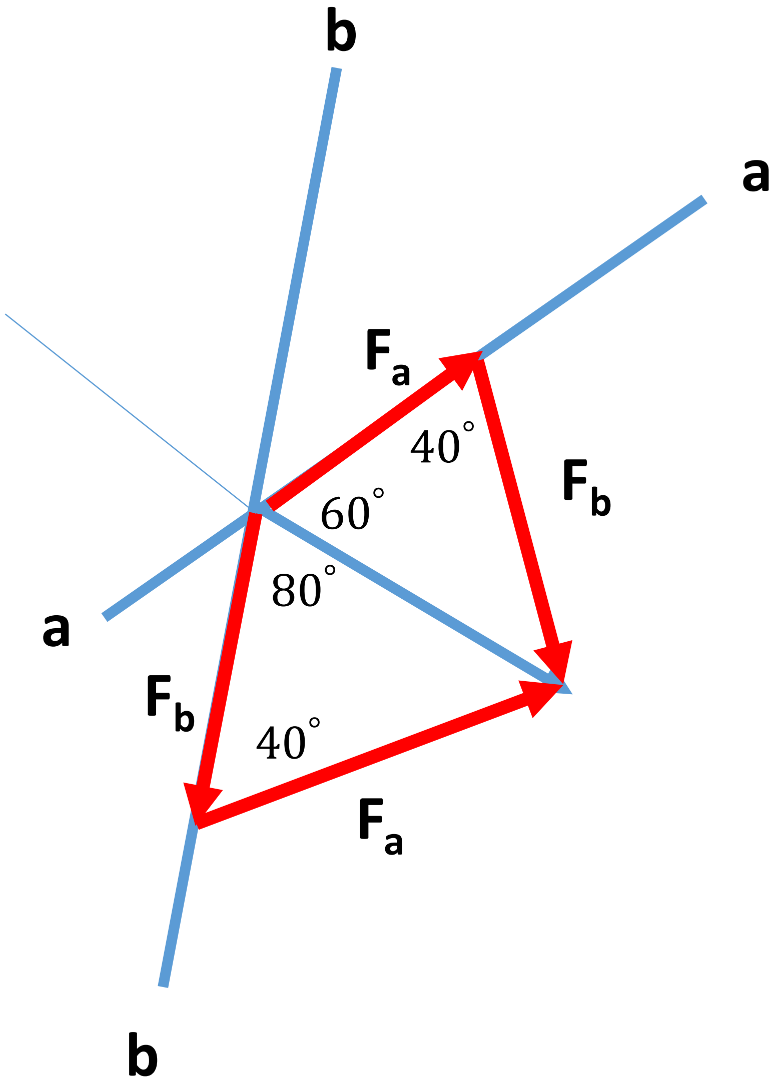
❑**Prop2.13 .** The force acting on the gear tooth is 20lb Resolve this force into two components acting along the lines *aa* and *bb* ?

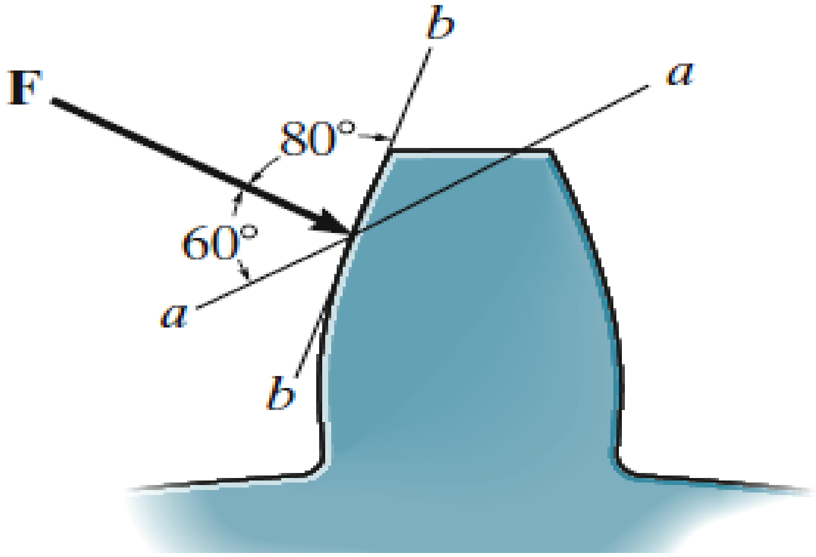


<u>الخطوة الأولى :</u> من ذيل القوة نرسم مركبات القوة على **المحاور المطلوبة** ونكتفي بجزء واحد ويمكنك رسم الرسمة كاملة ومن ثم أخذ مثلث واحد كما فعلنا مسبقا .

<u>نسحب</u> القوة لتكون الأمور أسهل



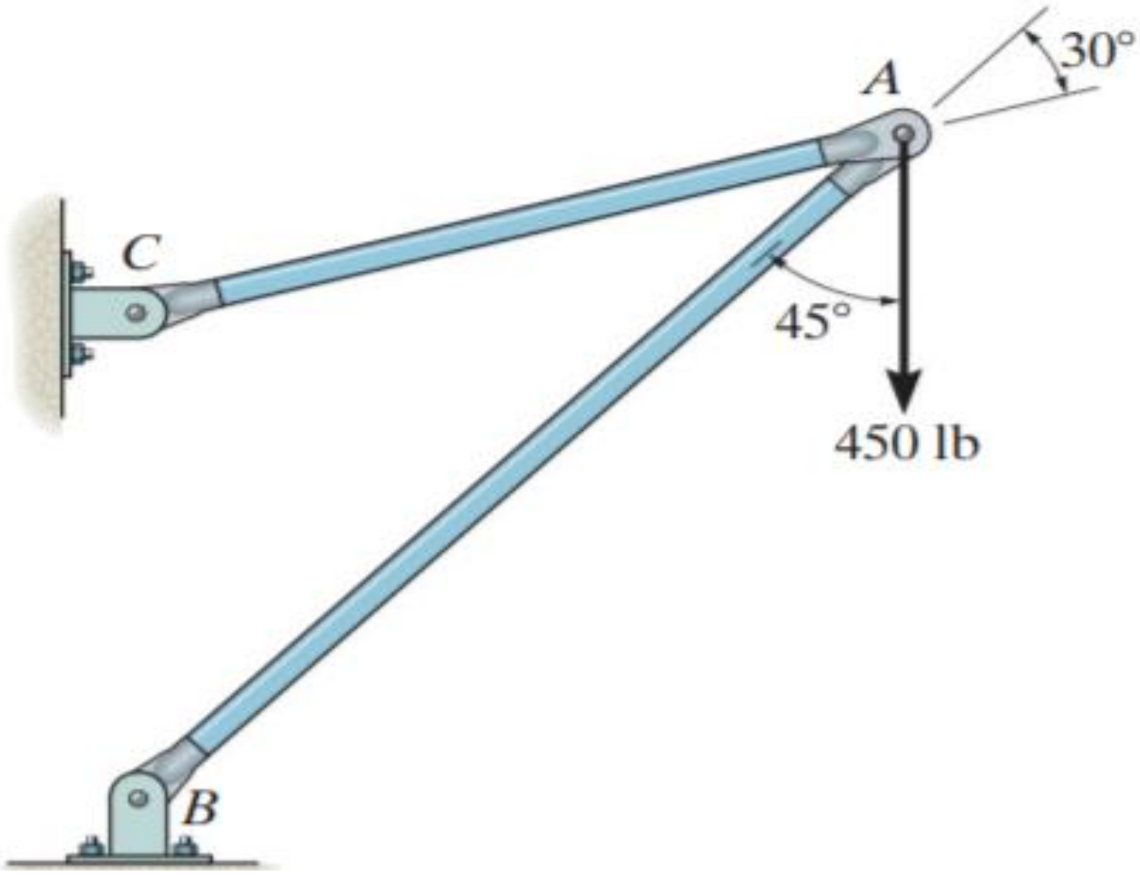




$$\frac{20}{\sin 40^\circ} = \frac{F_a}{\sin 80^\circ}; \qquad F_a = 30.6 \text{ lb}$$

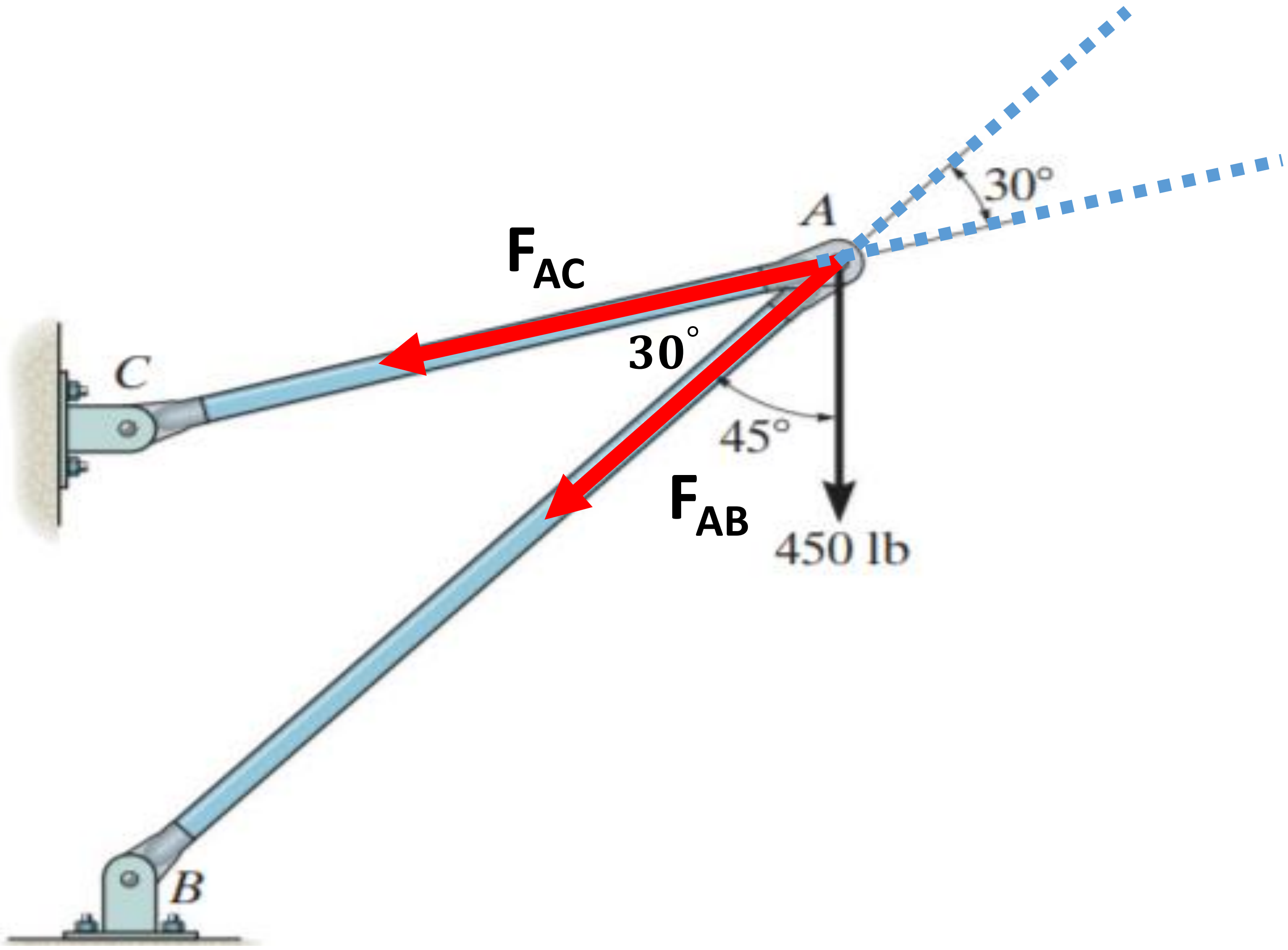
$$\frac{20}{\sin 40^\circ} = \frac{F_b}{\sin 60^\circ}; \qquad F_b = 26.9 \text{ lb}$$

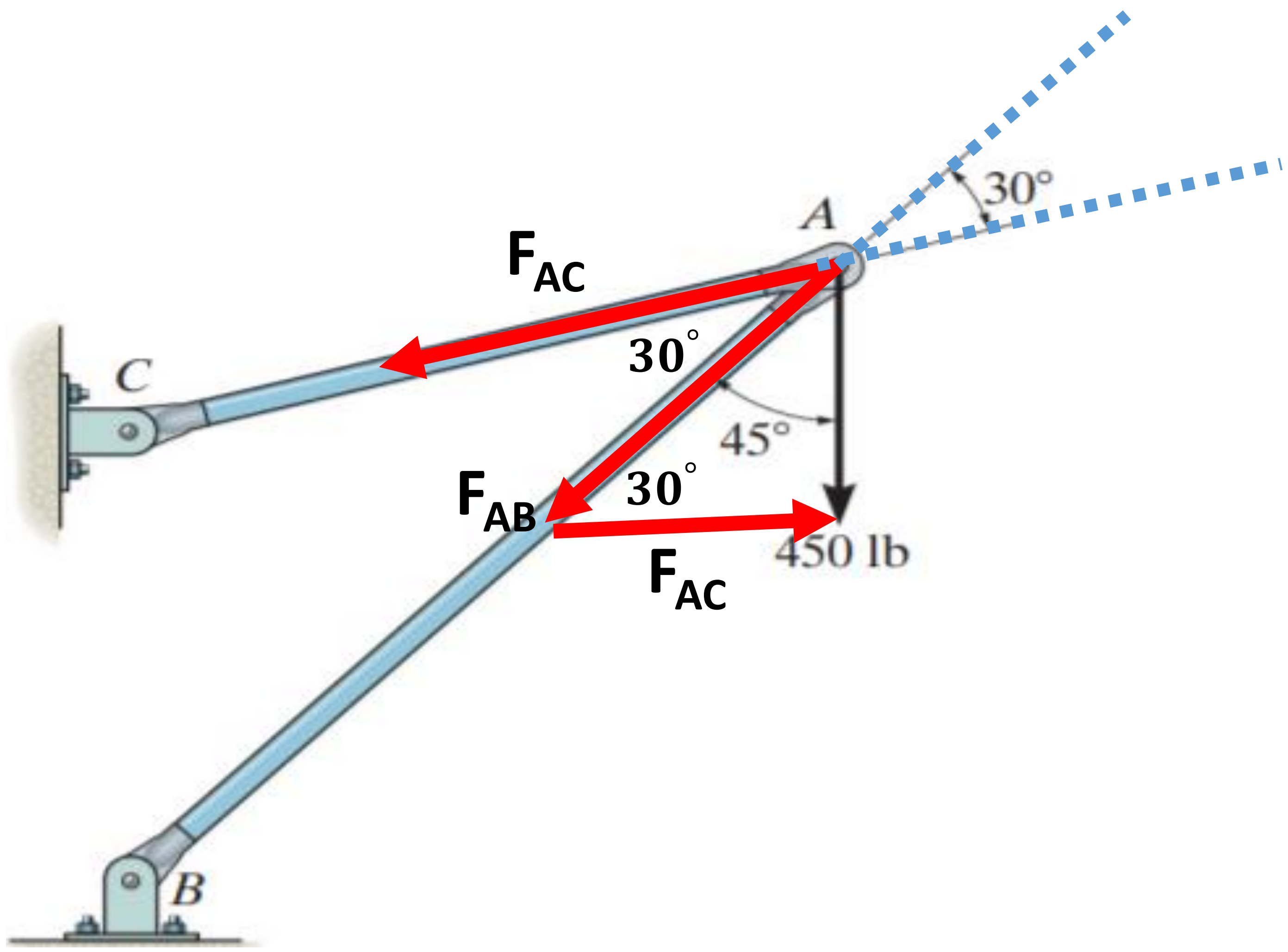
❑**F2-5.** The force F = 450 lb acts on the frame. Resolve this force into components acting along **members AB and AC**, and determine the magnitude of each component ?



الخطوة الأولى : من ذيل القوة نرسم مركبات القوة على **المحاور المطلوبة** ونكتفي بجزء واحد ويمكنك رسم الرسمة كاملة ومن ثم أخذ مثلث واحد كما فعلنا مسبقا .

الخطوة الثانية: بعض المهارات البسيطة في الزوايا





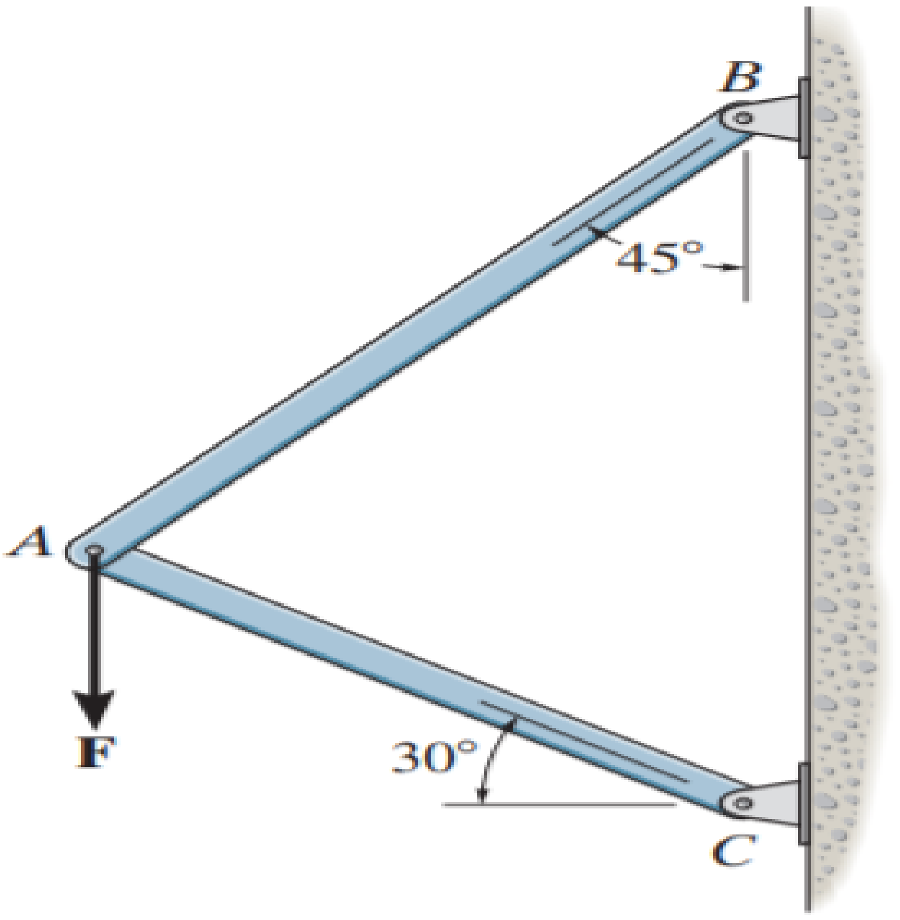
$$\frac{450}{\sin 30^{\circ}} = \frac{F_{AC}}{\sin 45^{\circ}}$$

F_{AC}=636.4

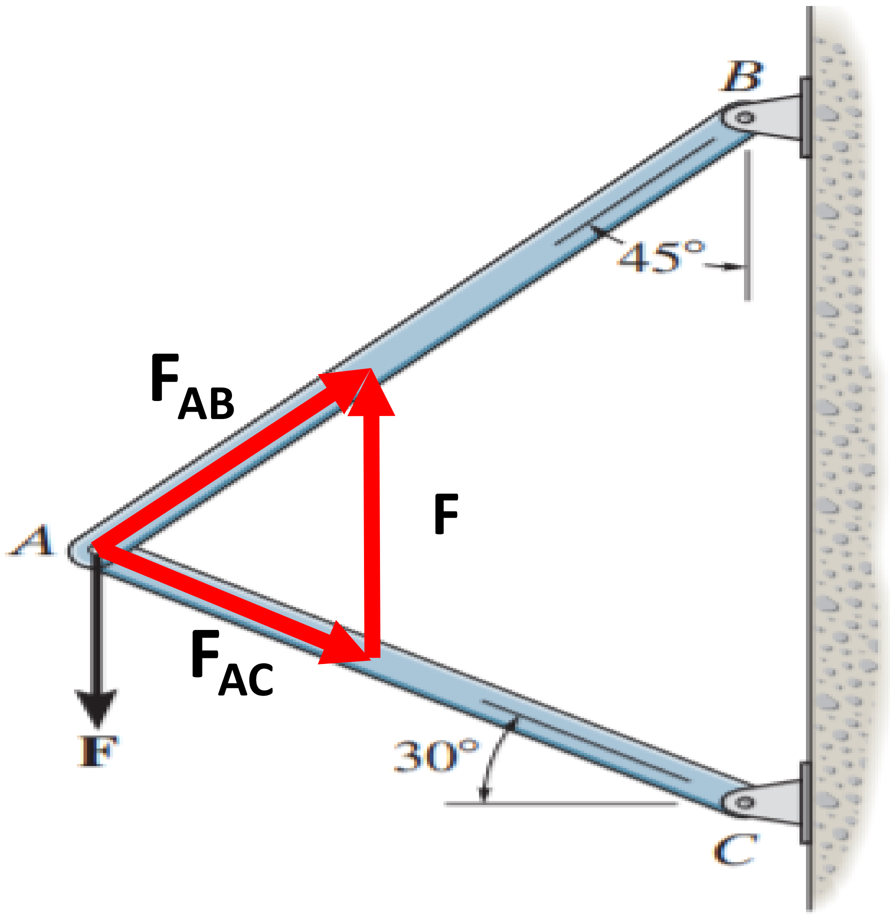
$$\frac{450}{\sin 30^{\circ}} = \frac{F_{AB}}{\sin 105^{\circ}}$$

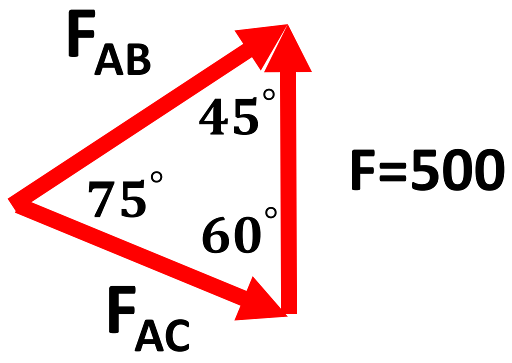
F_{AB}=896.3

❑**Prop2-4.** The vertical force F acts downward at A on the two membered frame. Determine the magnitudes of the two components of F directed along the **axis of AB and AC**. Set F = 500 N ?



الخطوة الأولى : من ذيل القوة نرسم مركبات القوة على **المحاور المطلوبة** ونكتفي بجزء واحد ويمكنك رسم الرسمة كاملة ومن ثم أخذ مثلث واحد كما فعلنا مسبقا .





$$\frac{F_{AB}}{\sin 60^\circ} = \frac{500}{\sin 75^\circ}$$

$$F_{AB} = 448 \text{ N}$$

$$\frac{F_{AC}}{\sin 45^\circ} = \frac{500}{\sin 75^\circ}$$

$$F_{AC} = 366 \text{ N}$$

- ما قمنا به سابقا كان عبارة عن تحليل قوة وحساب قوة المحصلة والزاوية الخاصة بها عن طريق الرسم ولا بد أن أكثركم وجد صعوبة فيها وقلت لكم هذه طريقة أولى للحل والأن سنأخذ الطريقة الثانية **وهى التحليل** وهي أسهل بكثير .
- When a force is **resolved** into two **components** along the x and y axis, the **components** are then called rectangular components.

عند تحليل قوة إلى مركباتها السينية والصادية , هذه المركبات تسمى بالمركبات المستطيلة .

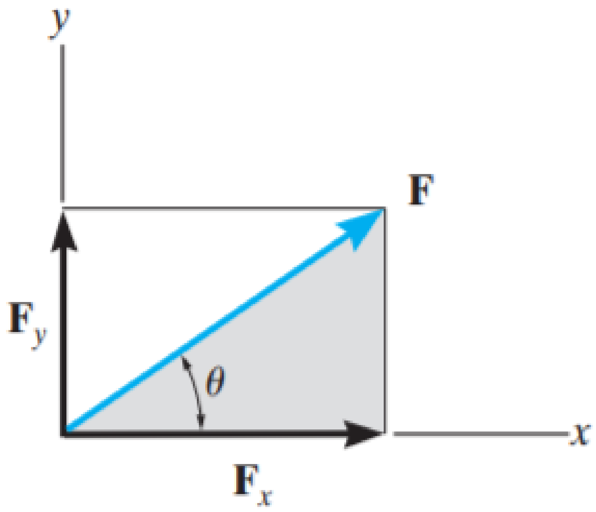
- For analytical work we can represent these components in one of two ways, using either **scalar or Cartesian vector notation**.

نسبة إلى العمل التحليلي يمكننا تمثيل المركبات بطريقتين , الطريقة العددية والطريقة الكارتيزن وسنقوم بشرحهم بالتفصيل الممل .

❖Scalar Notation :

- يمكن لنا تمثيله بطريقتين أو شكلين ويجب فهمهم بشكل ممتاز لأنه في حال لم تستطع أن تحلل القوة في السؤال فستخسر جزء كبير من علامته وقد تخسره كامل .

<u>الشكل الأول</u> : أن يعطيك متجه مع زاوية فنقوم بتحليلها إلى مركبتين



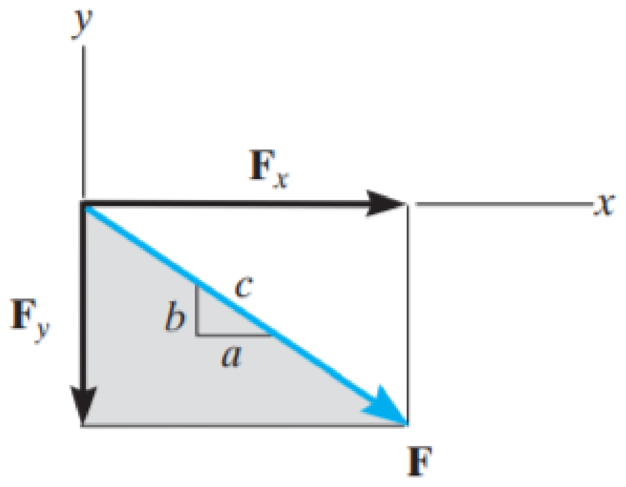
$$F_x = F\cos\theta \quad \text{and} \quad F_y = F\sin\theta$$

محل ما الزاوية بتنام بكون جيب التمام

لا بد ابضا من **الإنتباه** أن في حال كانت المركبة في إتجاه محور السيني السالب تكون سالبة وفي حال كانت متجهة ل المحور الصادي الموجب فتكون موجبة و هكذا ...

- **<u>الشكل الثانى</u>** هو أن يعطيك بدلا من الزاوية يعطيك **مثلث صغير** وهنا يجب الإنتباه وفهمة جيدا .

لو نلاحظ المثلث الصغير يشبه المثلث الكبير فمن قاعدة تشابه المثلثات يمكننا أن نستفيد .



$$\frac{F_x}{F} = \frac{a}{c}$$

$$\frac{F_y}{F} = \frac{b}{c}$$

F_x and a
هم ضلعين متوازيين

F_y and b
هم ضلعيين متوازيين

$$F_x = F\left(\frac{a}{c}\right)$$

$$F_y = -F\left(\frac{b}{c}\right)$$

<u>خلاصة الكلام :</u>

المركبة السينية: طول الضلع الموازي ل محور السينات مقسوما على الوتر مضروبا ب القوة

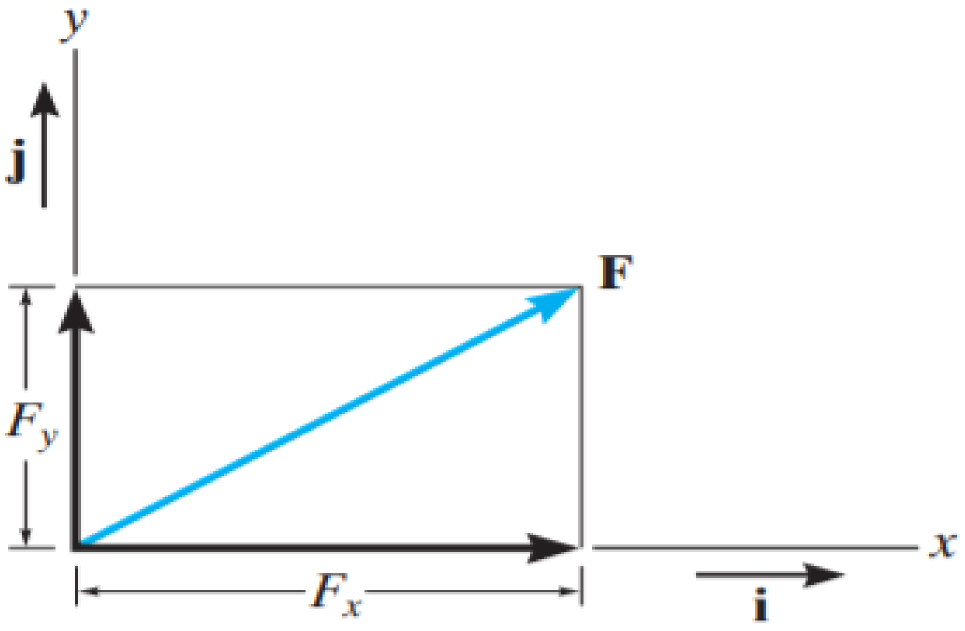
المركبة الصادية: طول الضلع الموازي ل محور الصادرات مقسوما على الوتر مضروبا بالقوة

<u>إنتبه ل إشارة المحور</u>

❖Cartesian Vector Notation :

- It is also possible to represent the x and y components of a force in terms of Cartesian unit vectors i and j. They are called **unit vectors** because they have a dimensionless **magnitude of 1,** and so they can be used to designate the directions of the x and y axis, respectively .

أيضا يمكننا تمثيل مركبات السينية والصادية بدلالة متجه الوحدات الدال على المحاور ومتجه الوحده قيمته واحد ويمكننا إستخدامهم للتعبير عن الإتجاه عن المحاور .

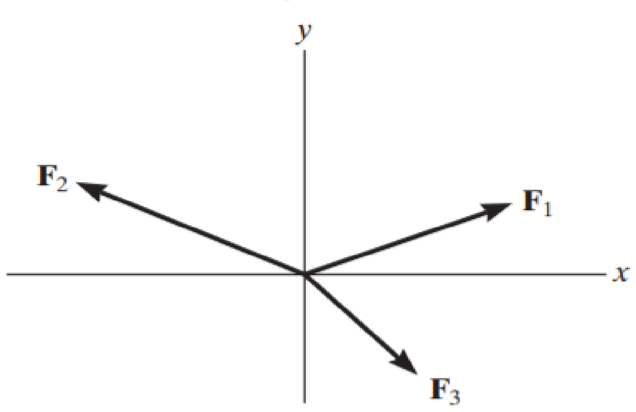


هذا إن كان في قوة واحدة لكن إن كان أكثر من قوة فما العمل ؟
نحلل كل قوة إلى مركباتها ومن ثم نجمع المركبات السينية مع بعضها البعض وهكذا ..

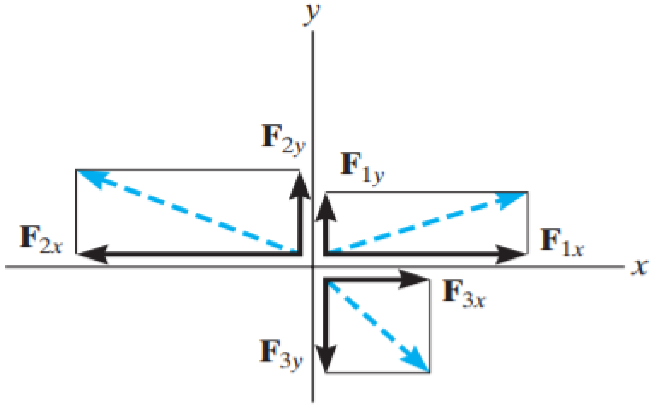
$$\mathbf{F} = F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j}$$

❖**Coplanar Force Resultants** : When several **forces** several **forces** act on a body .

نستطيع الحل بالطريقتين وكلاهما صحيح ويعطيان نفس الجواب .



(a)

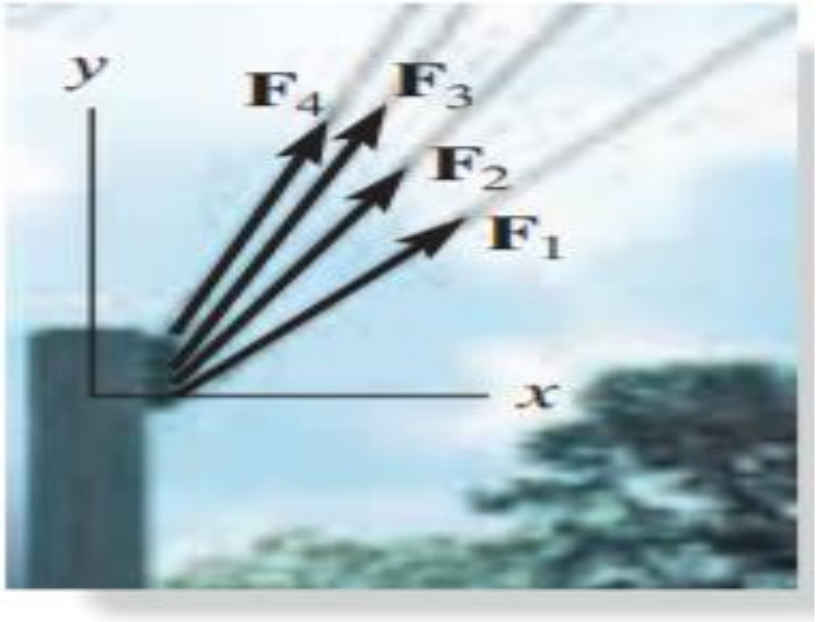


(b)

$$\mathbf{F}_1 = F_{1x}\,\mathbf{i} + F_{1y}\,\mathbf{j}$$
$$\mathbf{F}_2 = -F_{2x}\,\mathbf{i} + F_{2y}\,\mathbf{j}$$
$$\mathbf{F}_3 = F_{3x}\,\mathbf{i} - F_{3y}\,\mathbf{j}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_R &= \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 \\ &= F_{1x}\mathbf{i} + F_{1y}\mathbf{j} - F_{2x}\mathbf{i} + F_{2y}\mathbf{j} + F_{3x}\mathbf{i} - F_{3y}\mathbf{j} \\ &= (F_{1x} - F_{2x} + F_{3x})\mathbf{i} + (F_{1y} + F_{2y} - F_{3y})\mathbf{j} \\ &= (F_{Rx})\mathbf{i} + (F_{Ry})\mathbf{j}\end{aligned}$$

Scalar notation(Coplanar Force)

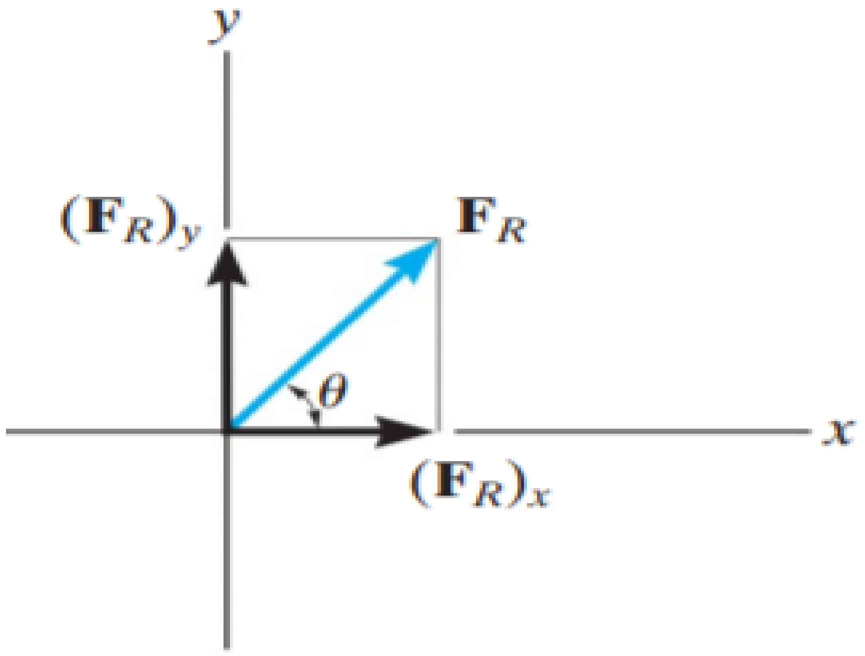


$$\boxed{\begin{aligned}(F_R)_x &= \Sigma F_x \\ (F_R)_y &= \Sigma F_y\end{aligned}}$$

$$\xrightarrow{+} \qquad (F_R)_x = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}$$

$$+\uparrow \qquad (F_R)_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}$$

والأن نحنا كل ما قمنا بشرحه غاية **الوصول ل القوة المحصلة والزاوية المحصلة الخاصة بها** .

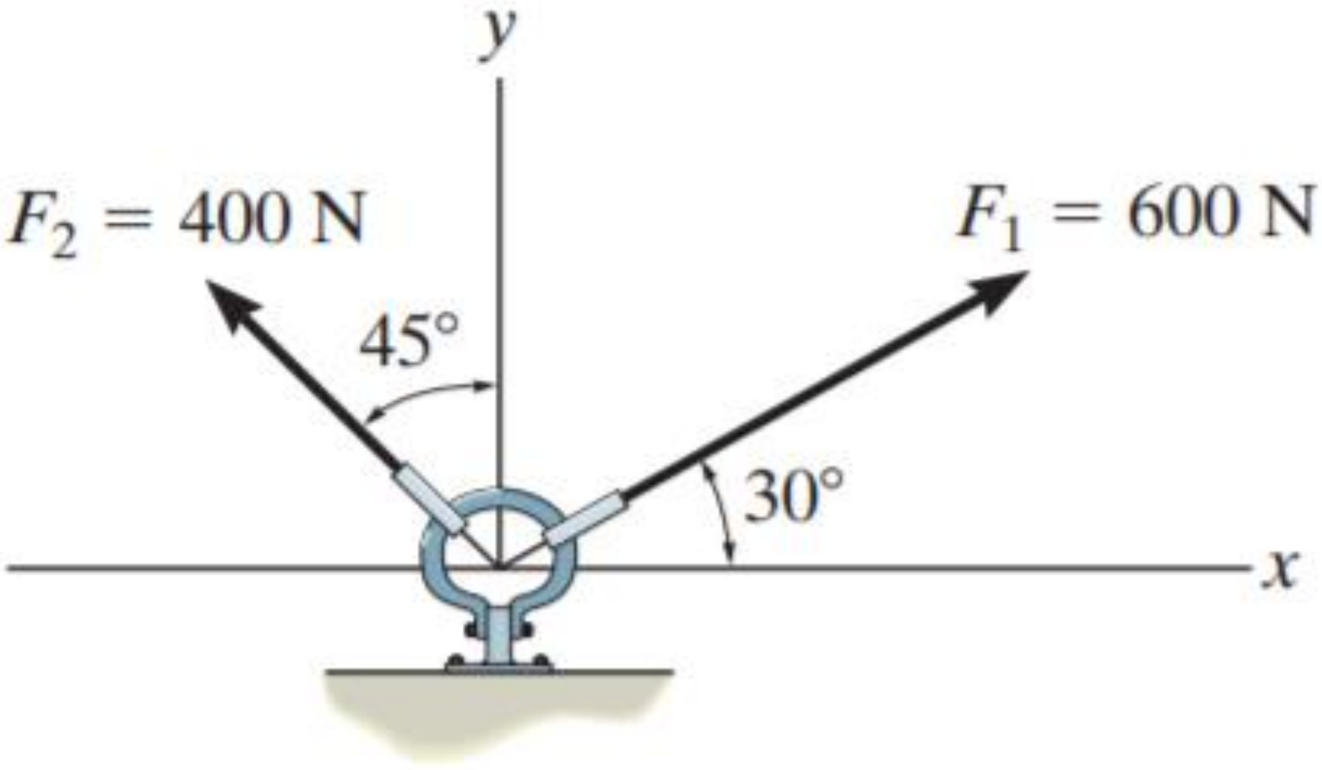


$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right|$$

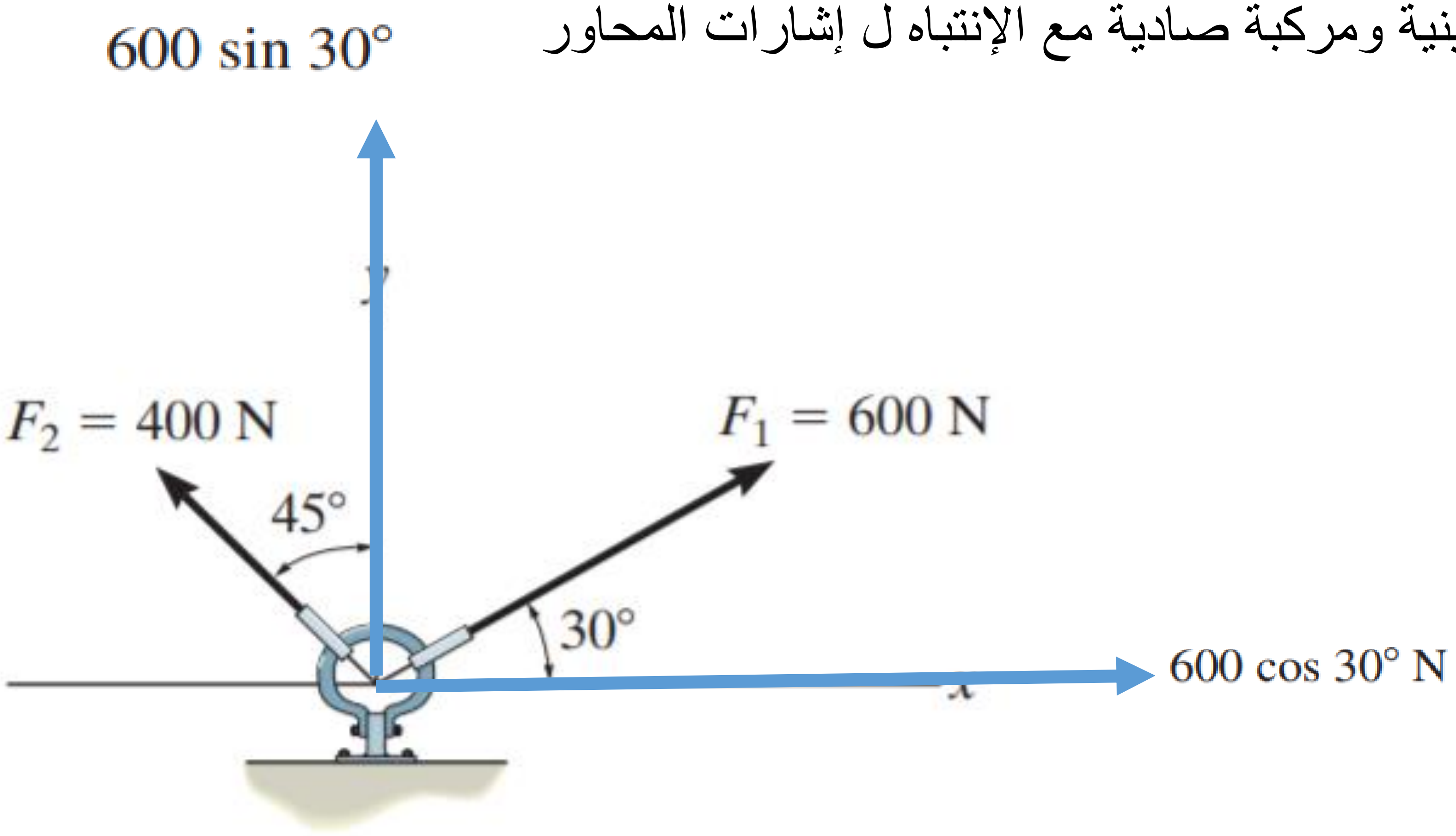
في **الإمتحان يكون لك الخيار في الحل** , إما **الرسم أو التحليل** وأنا أفضل التحليل أفضل **إلا** اذا طلب طريقة الرسم .

❑**Example2.6 :** The link in a is subjected to two forces F_1 and F_2. Determine the **magnitude** and **direction** of the resultant force ?



الخطوة الأولى :

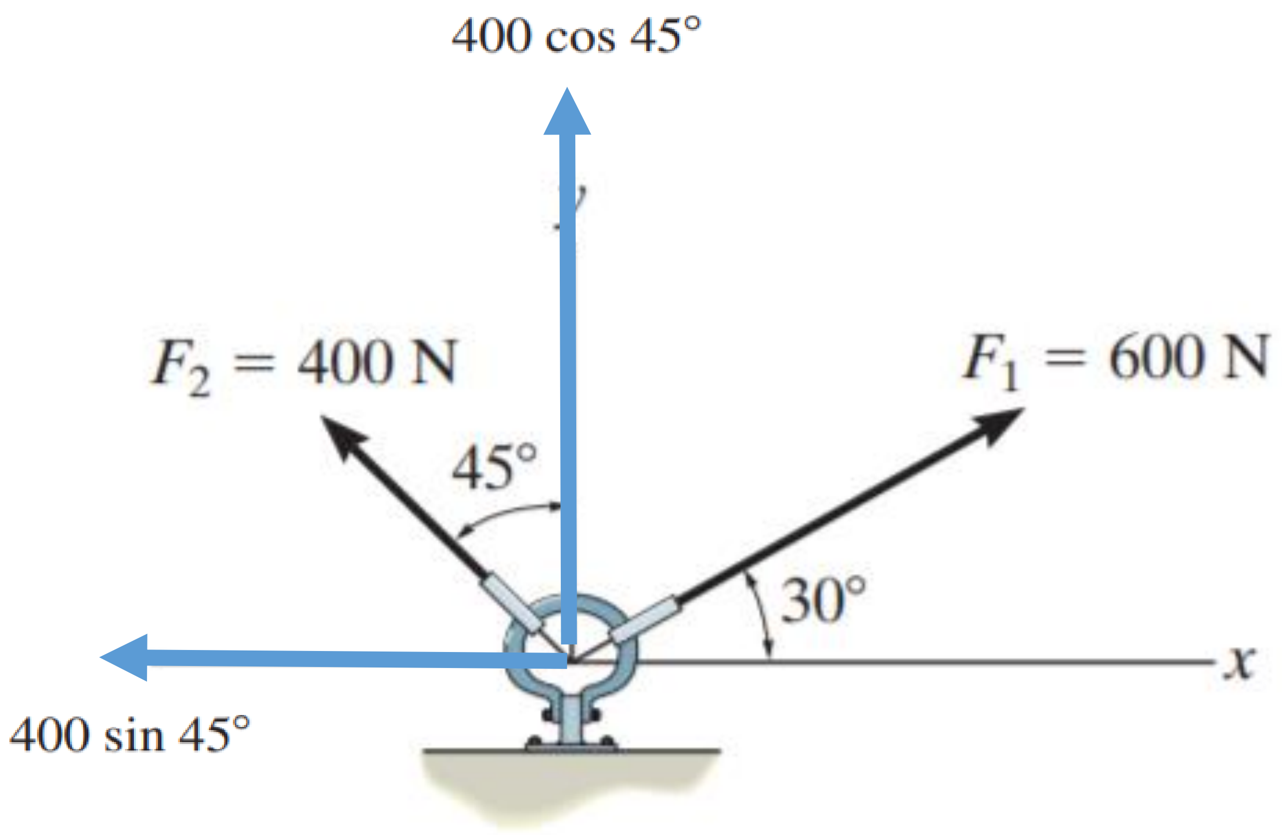
نحلل كل قوة إلى مركبة سينية ومركبة صادية مع الإنتباه ل إشارات المحاور



محل ما الزاوية تنام جيب التمام

الخطوة الأولى :

نحلل كل قوة إلى مركبة سينية ومركبة صادية مع الإنتباه ل إشارات المحاور

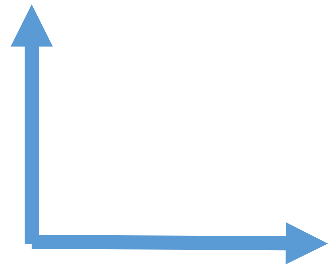


محل ما الزاوية تنام جيب التمام

الخطوة الثانية : نطبق قانون مجموع القوى يساوي صفر مع الإنتباه ل إشارة المحور

$$\boxed{\begin{aligned}(F_R)_x &= \Sigma F_x\\ (F_R)_y &= \Sigma F_y\end{aligned}}$$

ربع أول



$$\overset{+}{\rightarrow} (F_R)_x = \Sigma F_x; \qquad (F_R)_x = 600 \cos 30^\circ \text{ N} - 400 \sin 45^\circ \text{ N}$$
$$= 236.8 \text{ N} \rightarrow$$

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \qquad (F_R)_y = 600 \sin 30^\circ \text{ N} + 400 \cos 45^\circ \text{ N}$$
$$= 582.8 \text{ N} \uparrow$$

الخطوة الثالثة : نجد القوة المحصلة عن طريق تطبيق القانون

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$$

$$F_R = \sqrt{(236.8 \text{ N})^2 + (582.8 \text{ N})^2}$$
$$= 629 \text{ N}$$

الخطوة الرابعه : نجد الزاوية الخاصة ب القوة المحصلة عن طريق تطبيق القانون

فيما يخص **الزاوية** عليكم الإنتباه جيدا :
الأصل أن نخرج الزاوية مع المحور السيني الموجب
لكن في **حال لم يطلب** ويحدد السؤال لك فأنك غير مجبر والأن سأقول لكم طريقة سهلة لتحديد الزاوية

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right|$$

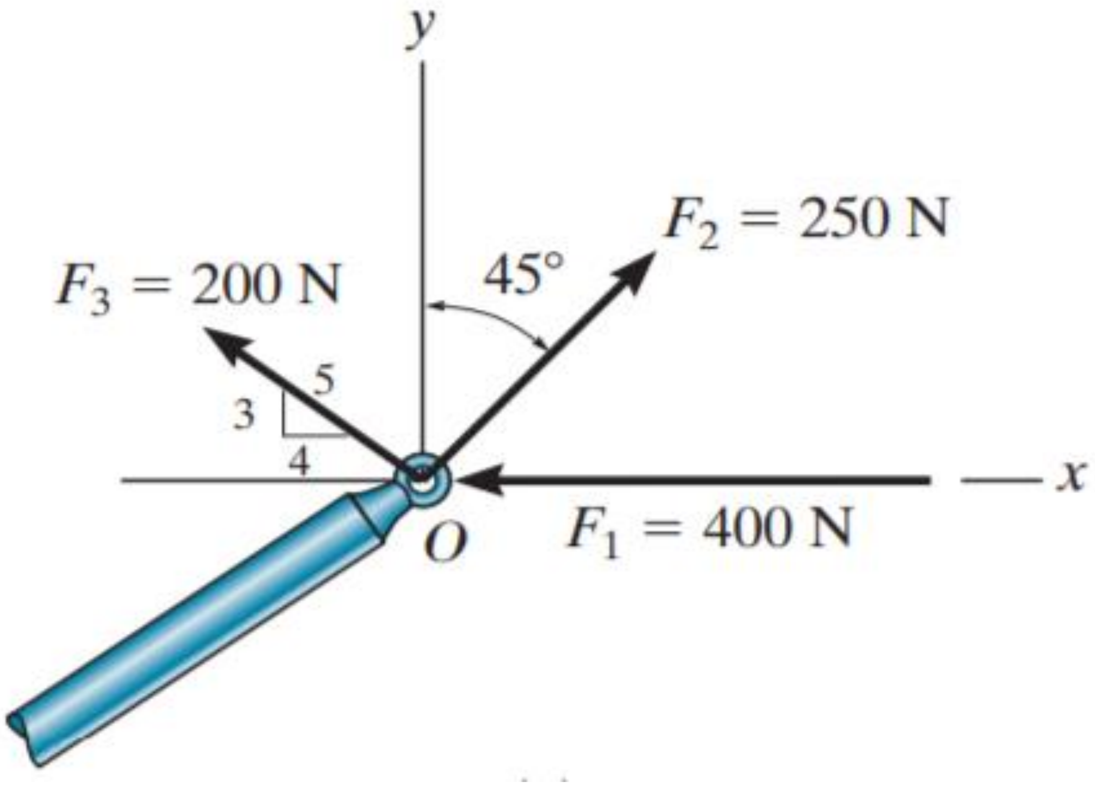
لا **تعوض الإشارة السالبة في القانون أبدا** لكن يجب عليك معرفة في **أي ربع أنت** وذلك عن طريق إشارة مجموع القوى السينية والصادية بعد ذلك نطبق ما كتب في الاسفل

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{582.8\text{ N}}{236.8\text{ N}}\right) = 67.9^\circ$$

$180-\theta$	θ
$270-\theta$	$360-\theta$

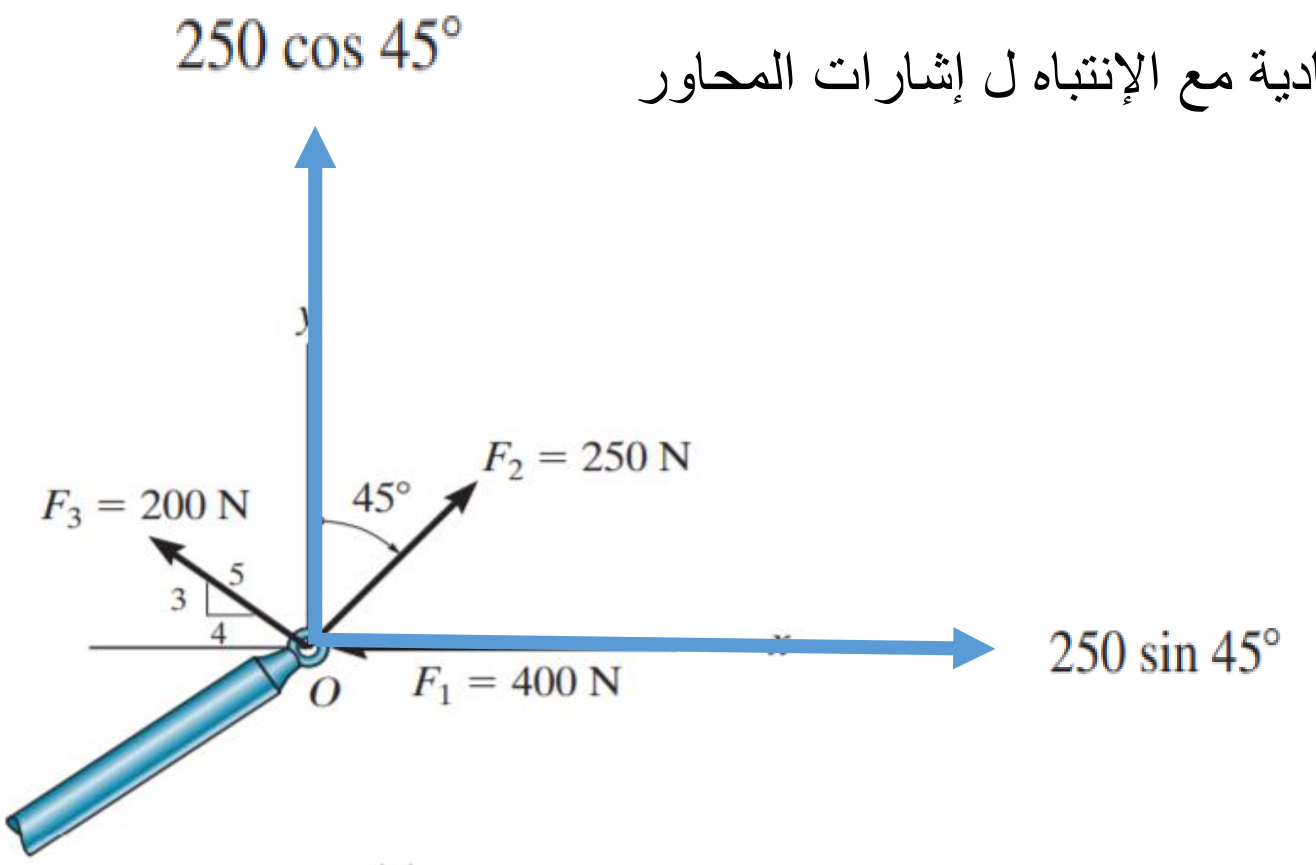
يمكننا كتبة الزاوية ونرسم بجانبها في أي ربع هي

- **Q**. The end of the boom O in a is subjected to three concurrent and coplanar forces. Determine the magnitude and direction of the resultant force ?



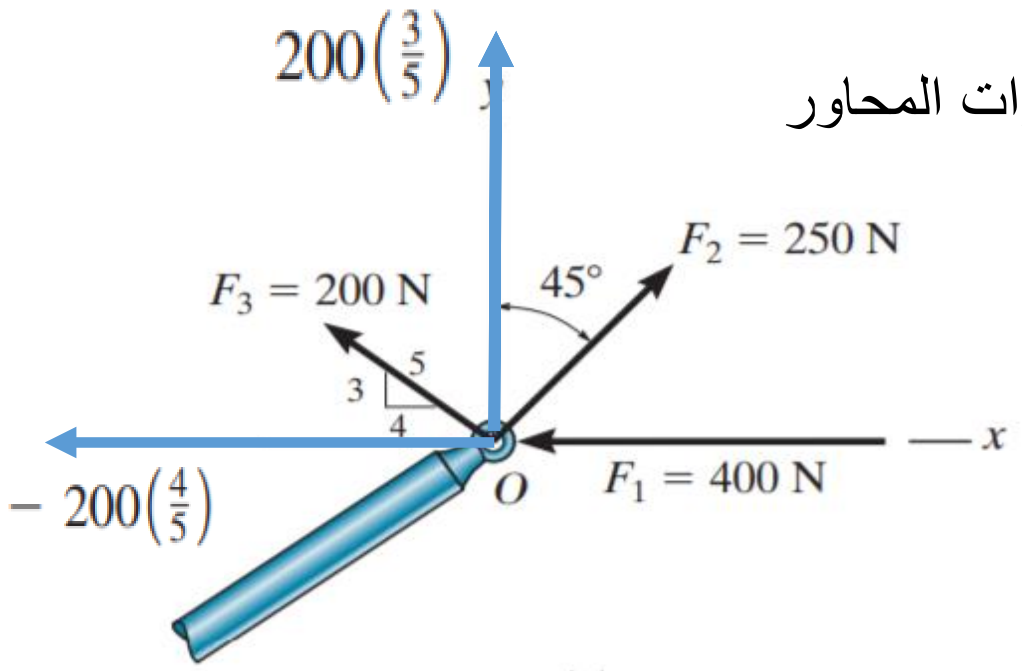
الخطوة الأولى :

نحلل كل قوة إلى مركبة سينية ومركبة صادية مع الإنتباه ل إشارات المحاور



الخطوة الأولى :

نحلل كل قوة إلى مركبة سينية ومركبة صادية مع الإنتباه ل إشارات المحاور



القوة التي تنطبق على المحاور هي لا تحلل .

الخطوة الثانية : نطبق قانون مجموع القوى يساوي صفر مع الإنتباه ل إشارة المحور

$$(F_R)_x = \Sigma F_x$$
$$(F_R)_y = \Sigma F_y$$

$$\xrightarrow{+} (F_R)_x = \Sigma F_x; \qquad (F_R)_x = -400\text{ N} + 250 \sin 45^\circ\text{ N} - 200\left(\tfrac{4}{5}\right)\text{ N}$$
$$= -383.2\text{ N} = 383.2\text{ N} \leftarrow$$

ربع ثاني

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \qquad (F_R)_y = 250 \cos 45^\circ\text{ N} + 200\left(\tfrac{3}{5}\right)\text{ N}$$
$$= 296.8\text{ N} \uparrow$$

<u>الخطوة الثالثة :</u> نجد القوة المحصلة عن طريق تطبيق القانون

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$$

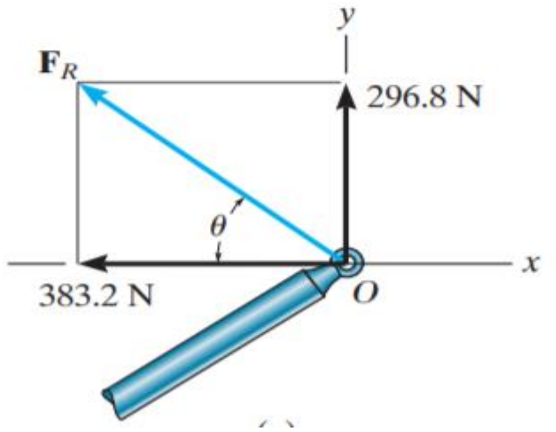
$$F_R = \sqrt{(-383.2\ \text{N})^2 + (296.8\ \text{N})^2}$$

$$= 485\ \text{N}$$

<u>الخطوة الرابعه :</u> نجد الزاوية الخاصة ب القوة المحصلة عن طريق تطبيق القانون

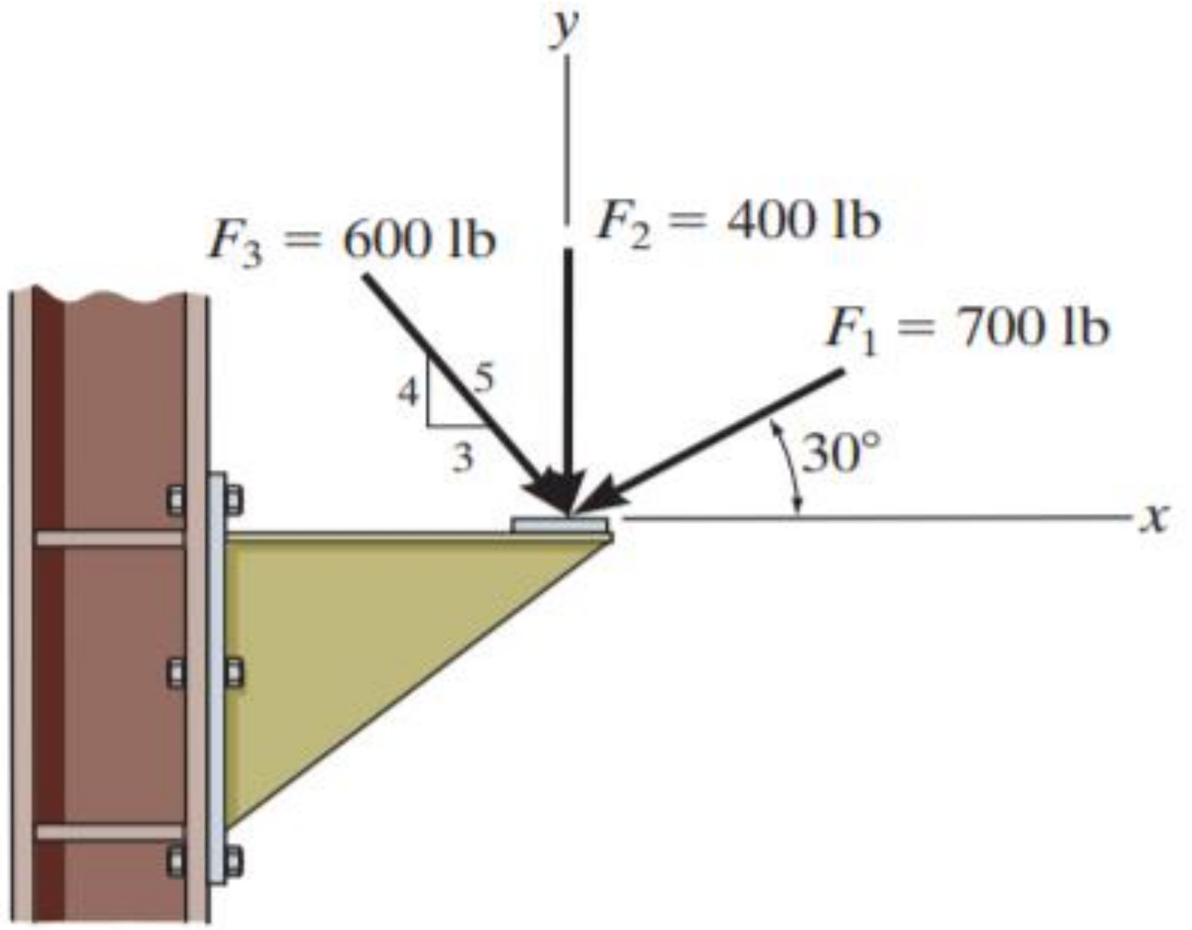
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{296.8}{383.2}\right) = 37.8^\circ$$

لم يحدد لك فلك الخيار في حينها .



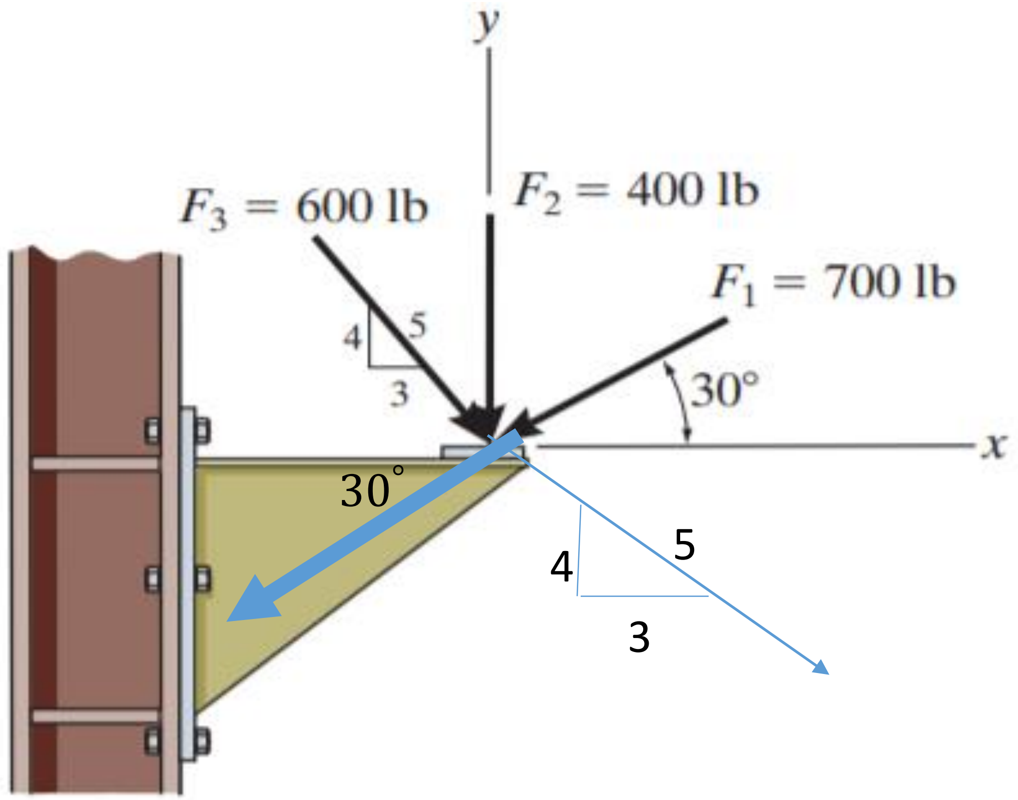
قد **<u>يطلب منك</u>** على المحور السيني الموجب أو محور محدد .

❑**F2-9.** Determine the magnitude of the resultant force acting on the corbel and its direction θ measured **counterclockwise from the x axis** ?

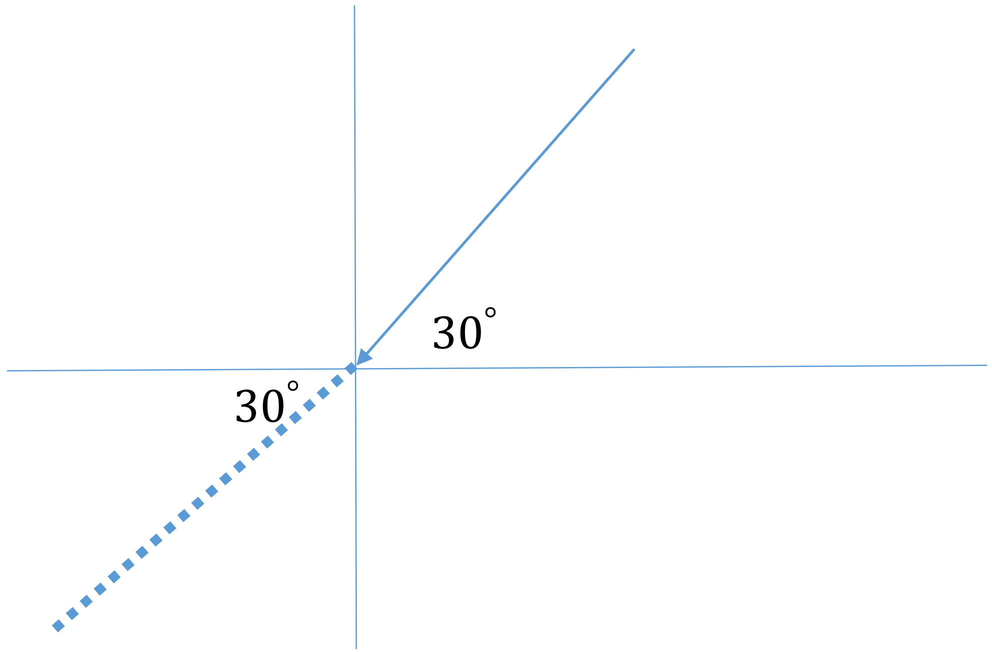


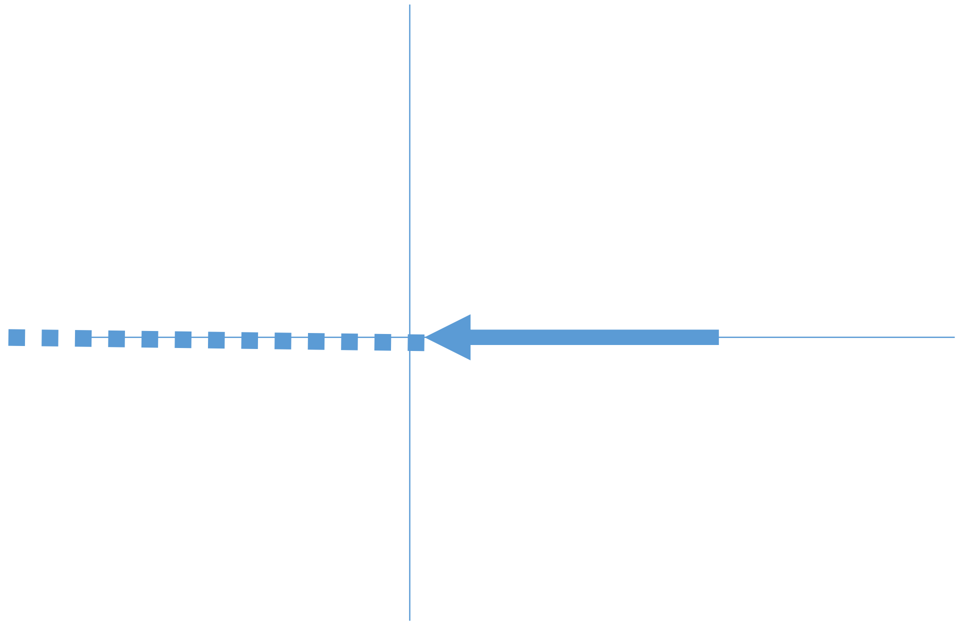
الخطوة الأولى :

نحلل كل قوة إلى مركبة سينية ومركبة صادية مع الإنتباه ل إشارات المحاور



ملاحظة هامة ومفيدة : يمكنك سحب القوة في حال شكلها لم يعجبك سأوضح لك الأن في الرسمة .

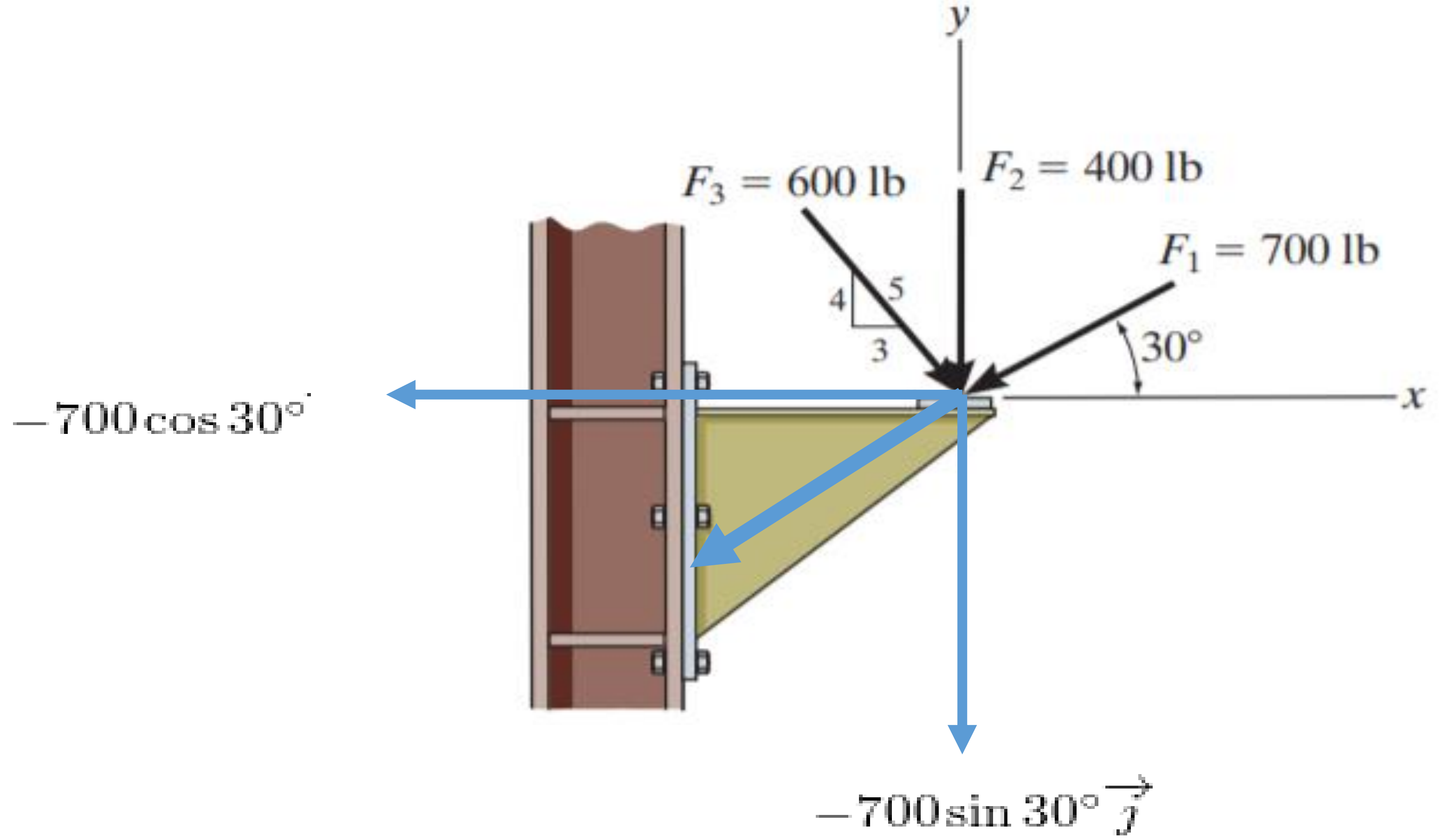




هذا هو المقصود بسحب القوة , لا بد من سؤال أنفسكم لماذا كل هذا التوضيح والشرح ؟ لأنه في الأمام سوف أحل هذا الموضوع دون إشارة تنبيه واحدة فعليك الإتقان الأن

الخطوة الأولى :

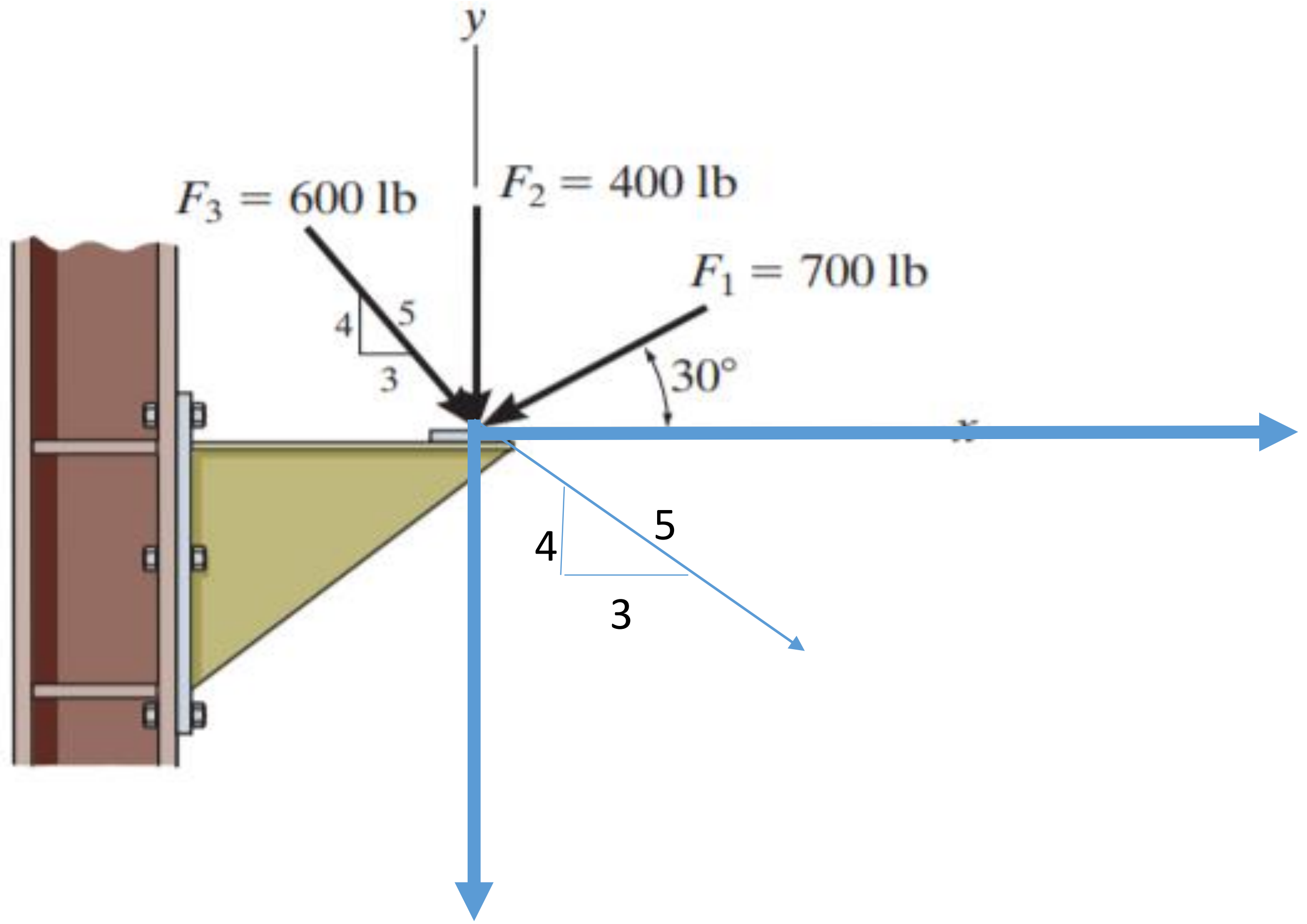
نحلل كل قوة إلى مركبة سينية ومركبة صادية مع الإنتباه ل إشارات المحاور



القوة التي تنطبق على المحور **<u>لا تحلل</u>**

الخطوة الأولى :

نحلل كل قوة إلى مركبة سينية ومركبة صادية مع الإنتباه ل إشارات المحاور



$600*\frac{3}{5}$

$-600*\frac{4}{5}$

الخطوة الثانية : نطبق قانون مجموع القوى يساوي صفر مع الإنتباه ل إشارة المحور

$$\boxed{\begin{aligned}(F_R)_x &= \Sigma F_x \\ (F_R)_y &= \Sigma F_y\end{aligned}}$$

ربع ثالث

$$\overset{+}{\rightarrow}(F_R)_x = \Sigma F_x;$$

$$(F_R)_x = -(700\text{ lb})\cos 30^\circ + 0 + \left(\tfrac{3}{5}\right)(600\text{ lb})$$

$$= -246.22\text{ lb}$$

$$+\uparrow(F_R)_y = \Sigma F_y;$$

$$(F_R)_y = -(700\text{ lb})\sin 30^\circ - 400\text{ lb} - \left(\tfrac{4}{5}\right)(600\text{ lb})$$

$$= -1230\text{ lb}$$

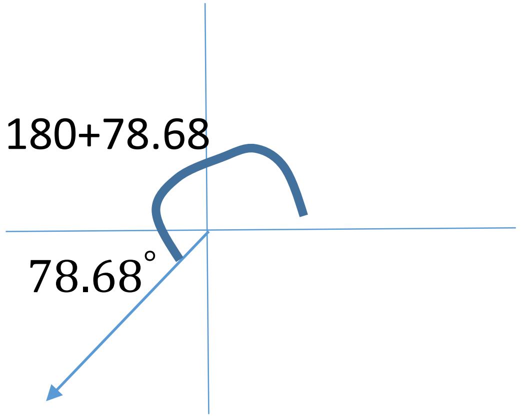
الخطوة الثالثة : نجد القوة المحصلة عن طريق تطبيق القانون

$$F_R = \sqrt{(246.22 \text{ lb})^2 + (1230 \text{ lb})^2} = 1254 \text{ lb}$$

الخطوة الرابعه : نجد الزاوية الخاصة ب القوة المحصلة عن طريق تطبيق القانون

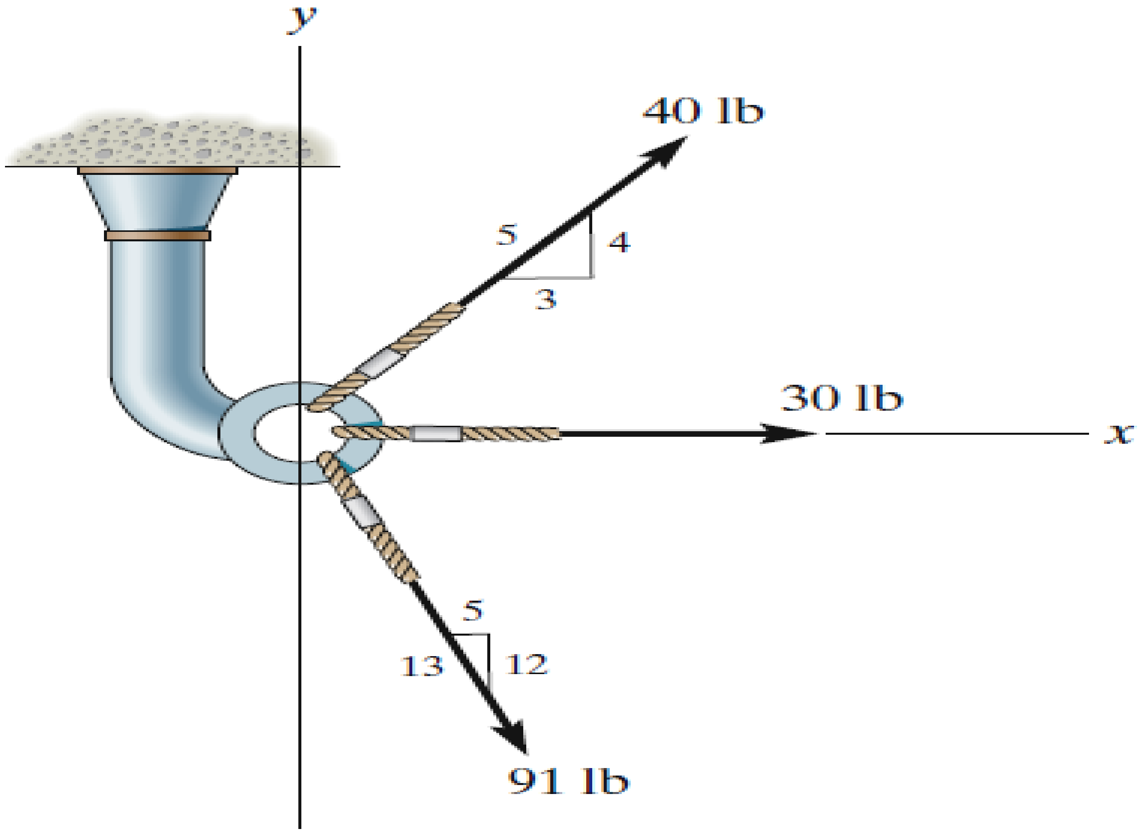
$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{1230 \text{ lb}}{246.22 \text{ lb}}\right) = 78.68^\circ$$

$$\theta = 180^\circ + \phi = 180^\circ + 78.68^\circ = 259^\circ$$



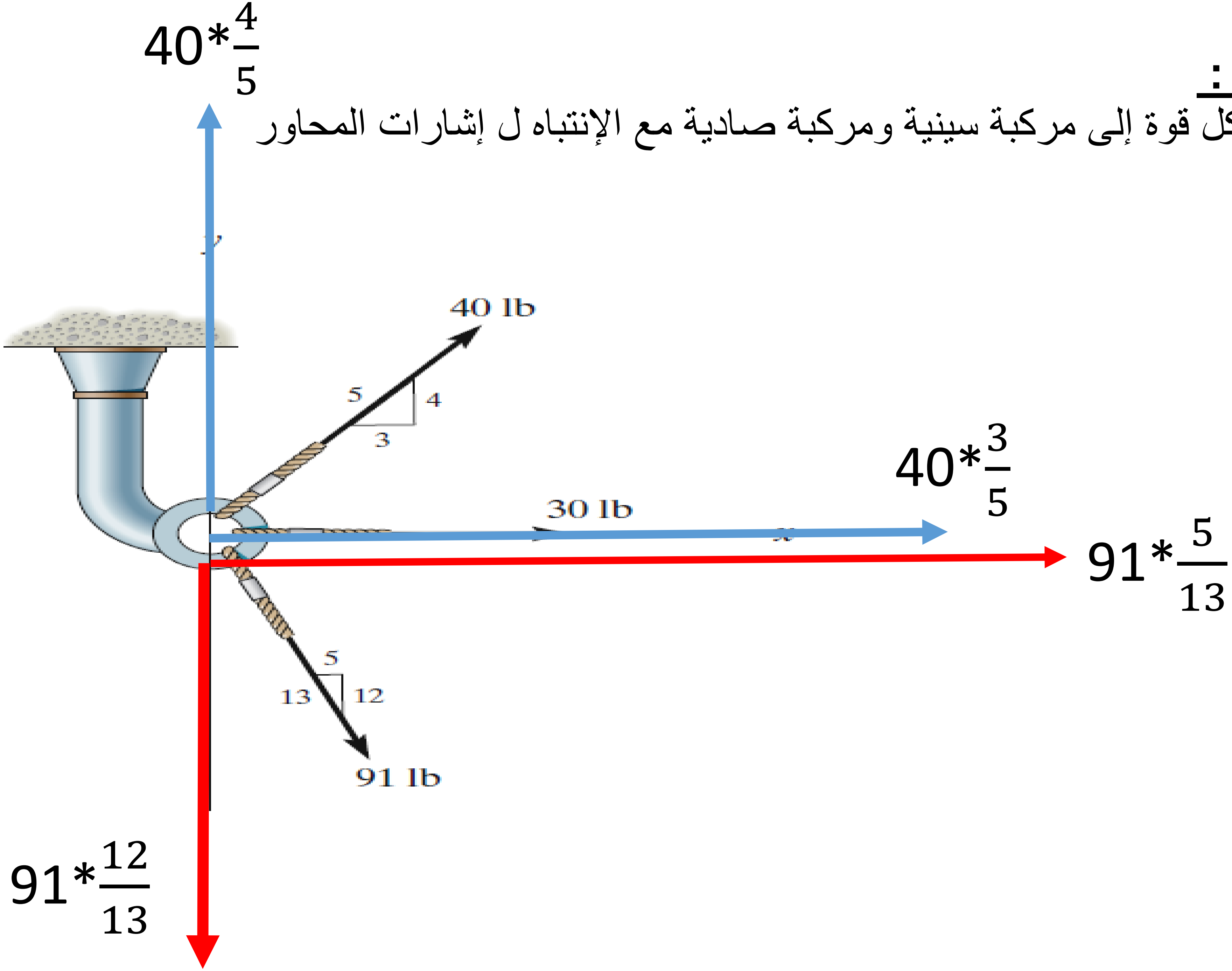
طالب السؤال إنو نكون عكس عقارب الساعه

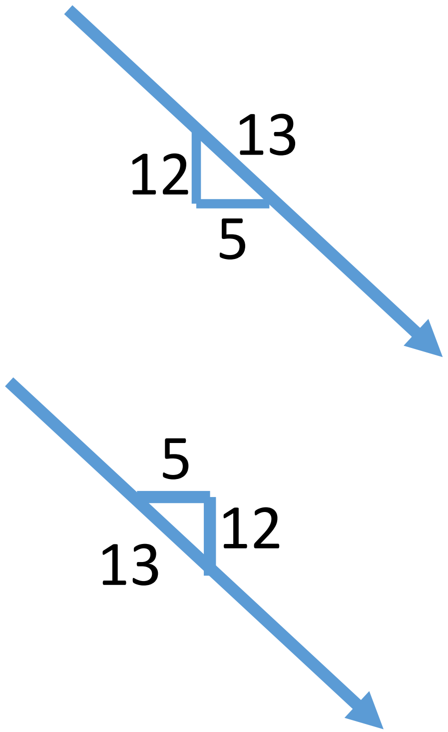
❑**Prop2.44 .** Determine the magnitude of the resultant force and its direction, measured **clockwise from the positive *x* axis** ?



الخطوة الأولى :

نحلل كل قوة إلى مركبة سينية ومركبة صادية مع الإنتباه ل إشارات المحاور





نفس الشئ , وضعتها فقط من باب التوضيح لكم ومنعا لحدوث الخطأ

$$\boxed{\begin{aligned}(F_R)_x &= \Sigma F_x\\ (F_R)_y &= \Sigma F_y\end{aligned}}$$

الخطوة الثانية : نطبق قانون مجموع القوى يساوي صفر مع الإنتباه ل إشارة المحور

$$\xrightarrow{+} (F_R)_x = \Sigma F_x; \qquad (F_R)_x = 40\left(\frac{3}{5}\right) + 91\left(\frac{5}{13}\right) + 30 = 89 \text{ lb} \rightarrow$$

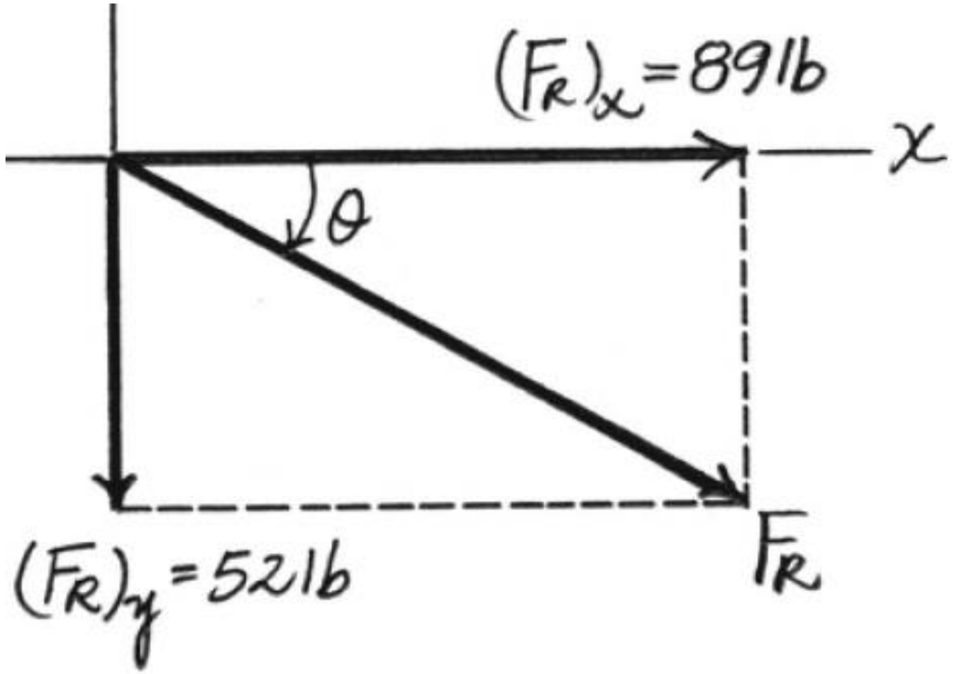
$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \qquad (F_R)_y = 40\left(\frac{4}{5}\right) - 91\left(\frac{12}{13}\right) = -52 \text{ lb} = 52 \text{ lb}\downarrow$$

الخطوة الثالثة : نجد القوة المحصلة عن طريق تطبيق القانون

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2} = \sqrt{89^2 + 52^2} = 103.08 \text{ lb} = 103 \text{ lb}$$

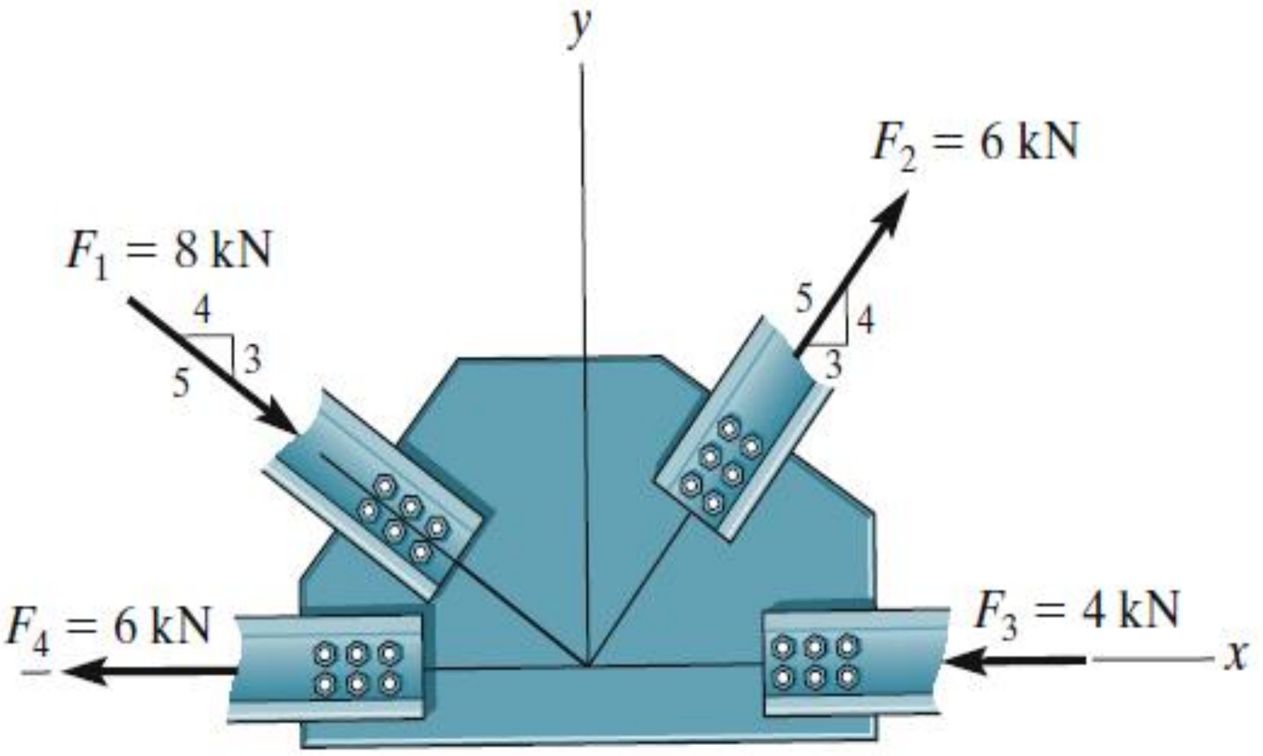
الخطوة الرابعه : نجد الزاوية الخاصة ب القوة المحصلة عن طريق تطبيق القانون

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right] = \tan^{-1}\left(\frac{52}{89}\right) = 30.30^\circ = 30.3^\circ$$



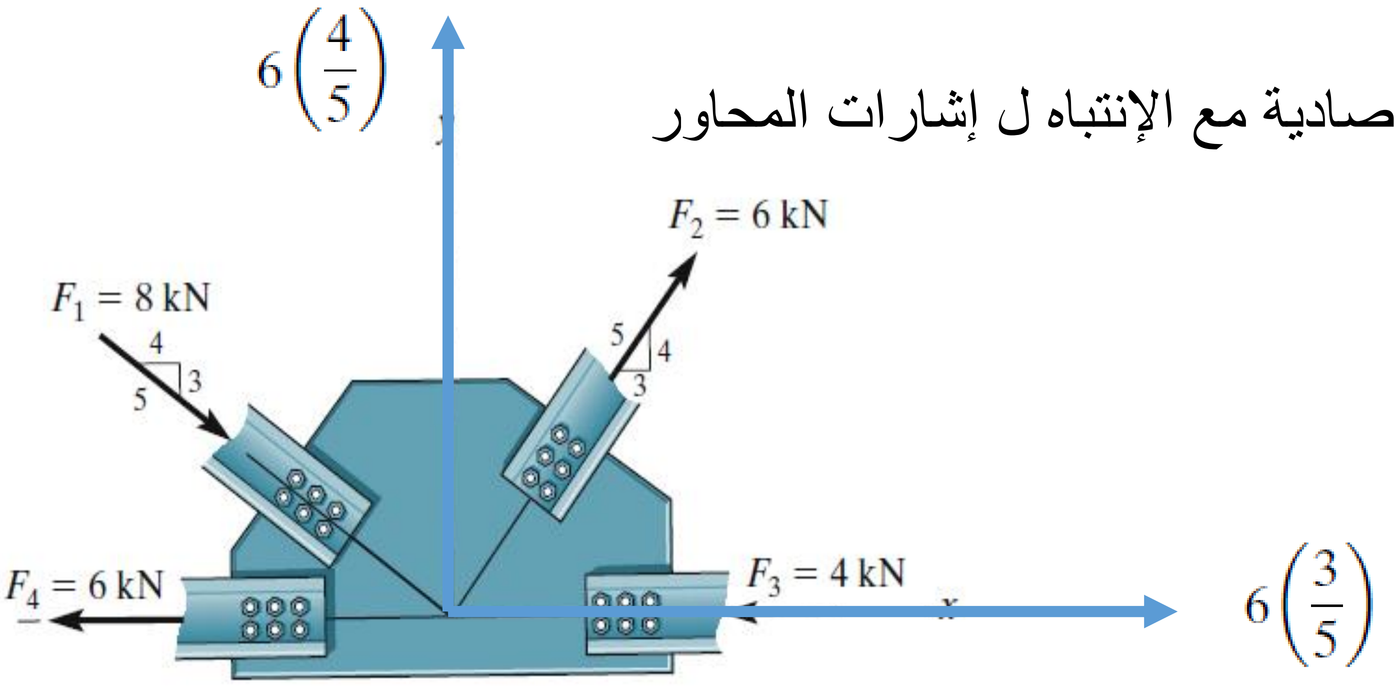
مع عقارب الساعه ومن المحور السيني الموجب **نبدأ**

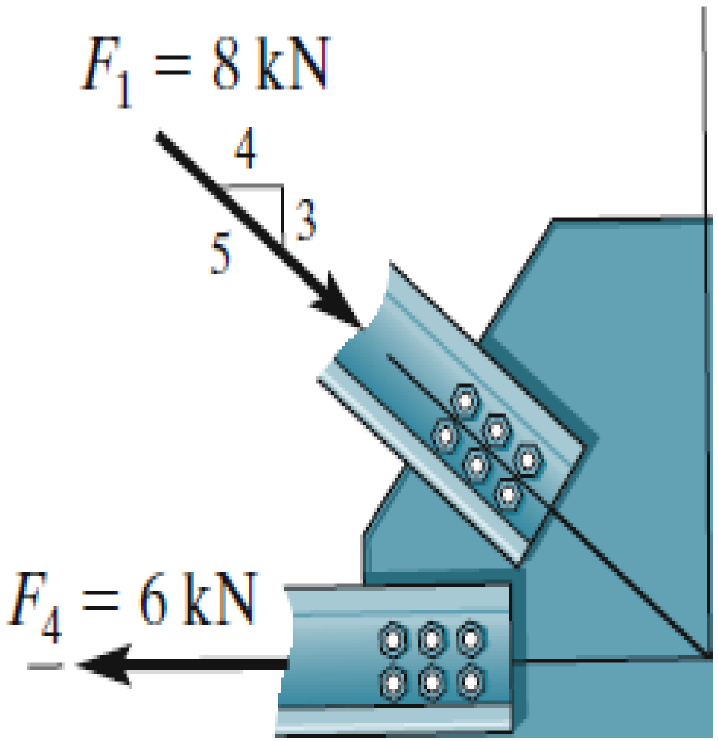
❑ **Prop2.37 .** Determine the *x* and *y* components of each force acting on the *gusset plate* of a bridge truss ?

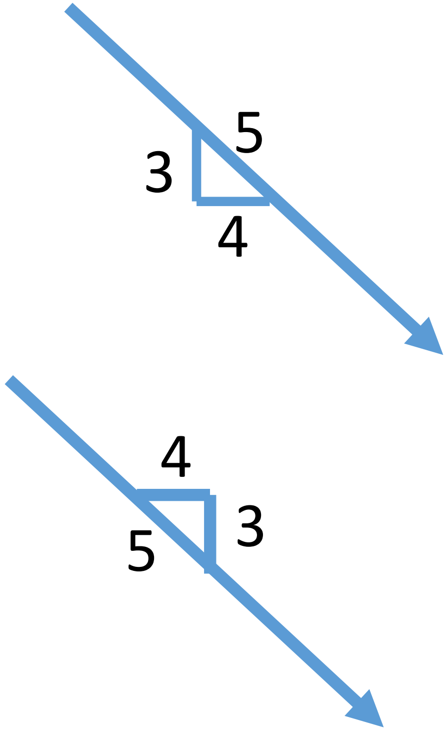


الخطوة الأولى :

نحلل كل قوة إلى مركبة سينية ومركبة صادية مع الإنتباه ل إشارات المحاور



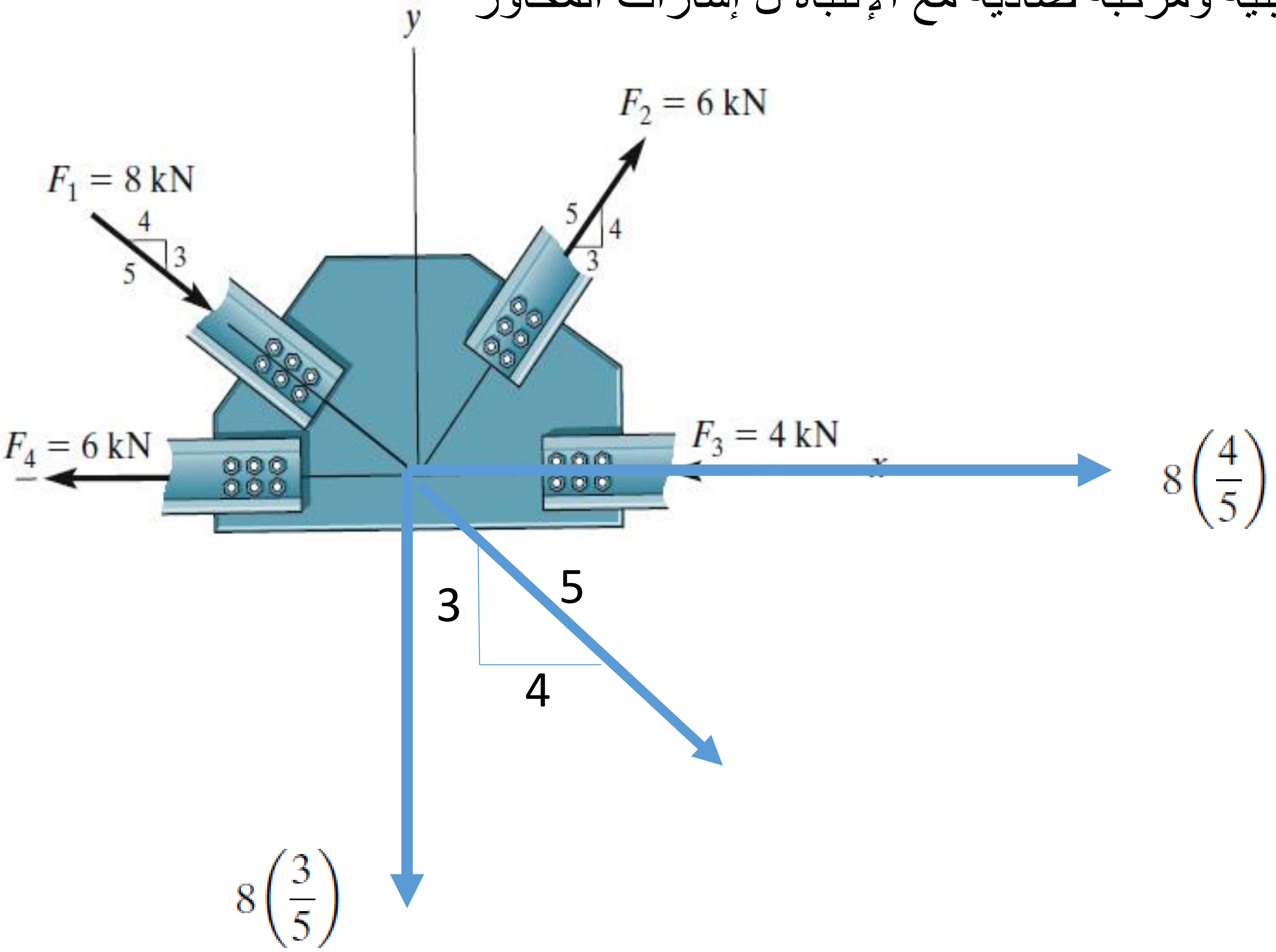




نفس الشئ , وضعتها فقط من باب
التوضيح لكم ومنعا لحدوث الخطأ

الخطوة الأولى :

نحلل كل قوة إلى مركبة سينية ومركبة صادية مع الإنتباه ل إشارات المحاور



$$(F_R)_x = \Sigma F_x$$
$$(F_R)_y = \Sigma F_y$$

الخطوة الثانية : نطبق قانون مجموع القوى يساوي صفر مع الإنتباه ل إشارة المحور

$$(F_1)_x = 8\left(\frac{4}{5}\right) = 6.40 \text{ kN} \rightarrow$$

$$(F_2)_x = 6\left(\frac{3}{5}\right) = 3.60 \text{ kN} \rightarrow$$

$$(F_1)_y = 8\left(\frac{3}{5}\right) = 4.80 \text{ kN} \downarrow$$

$$(F_2)_y = 6\left(\frac{4}{5}\right) = 4.80 \text{ kN} \uparrow$$

$$(F_3)_x = 4 \text{ kN} \leftarrow$$

$$(F_3)_y = 0$$

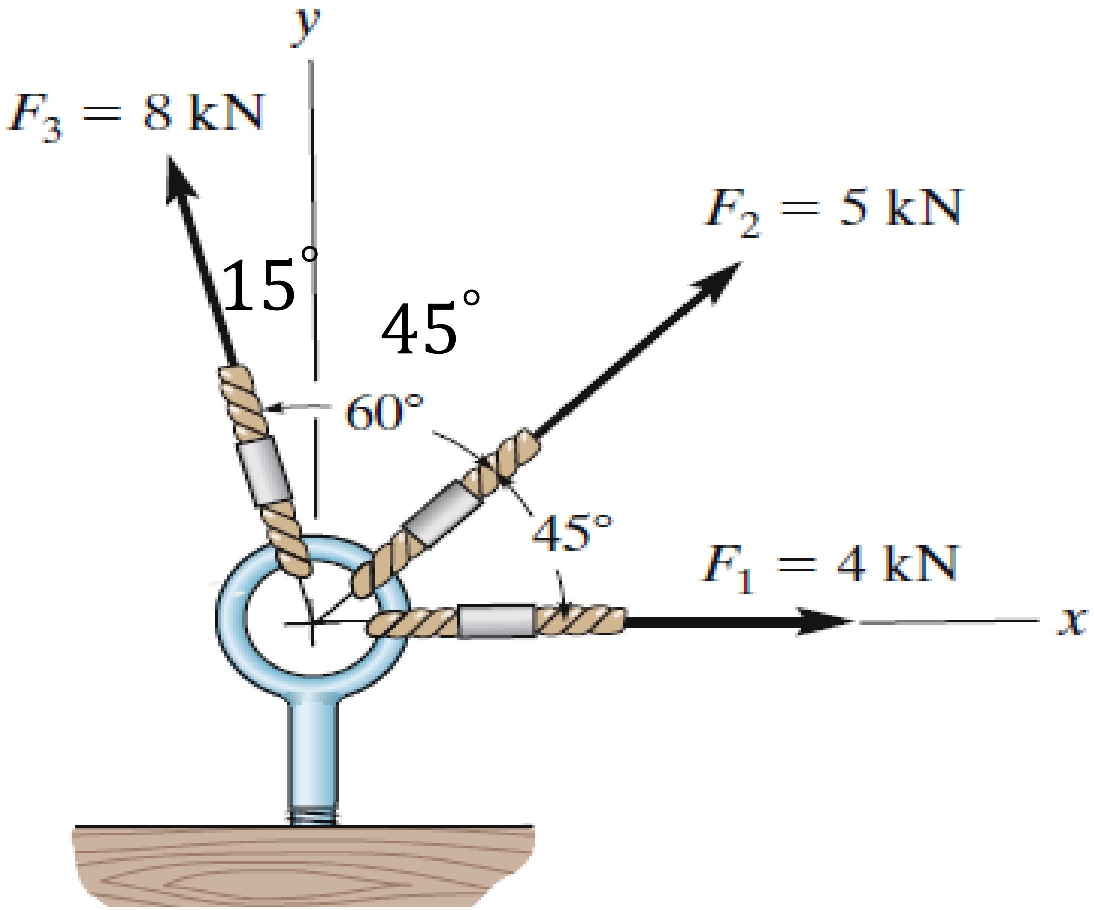
منطبقة على محور السينات لذلك المركبة الصادية صفر **وكن حذرا** من إشارة المحور .

$$(F_4)_x = 6 \text{ kN} \leftarrow$$

$$(F_4)_y = 0$$

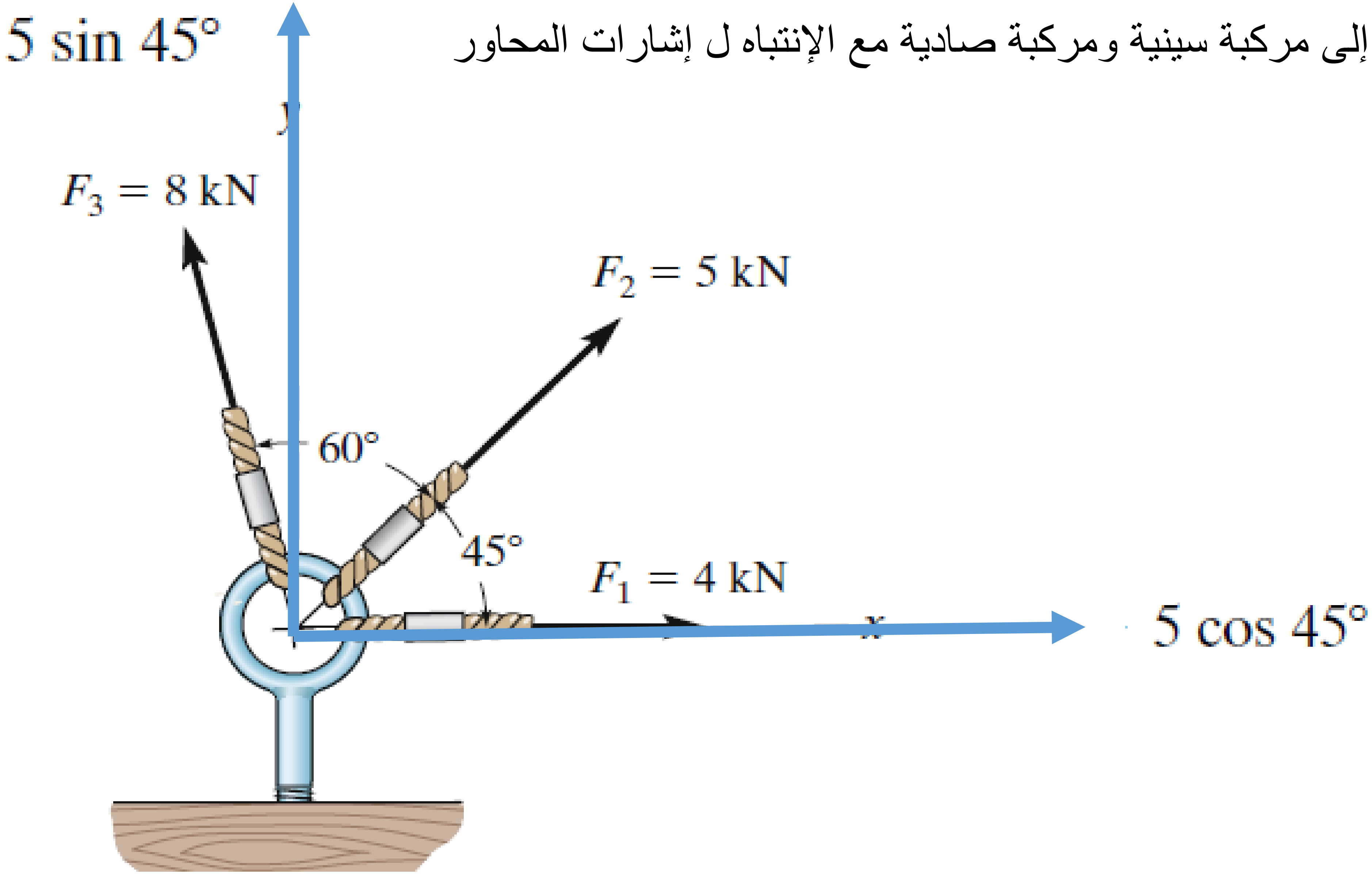
منطبقة على محور السينات لذلك المركبة الصادية صفر و **وكن حذرا** من إشارة المحور .

❑**Prop2-41** . Determine the magnitude of the resultant force and its direction, measured **counterclockwise from the positive x axis** ?



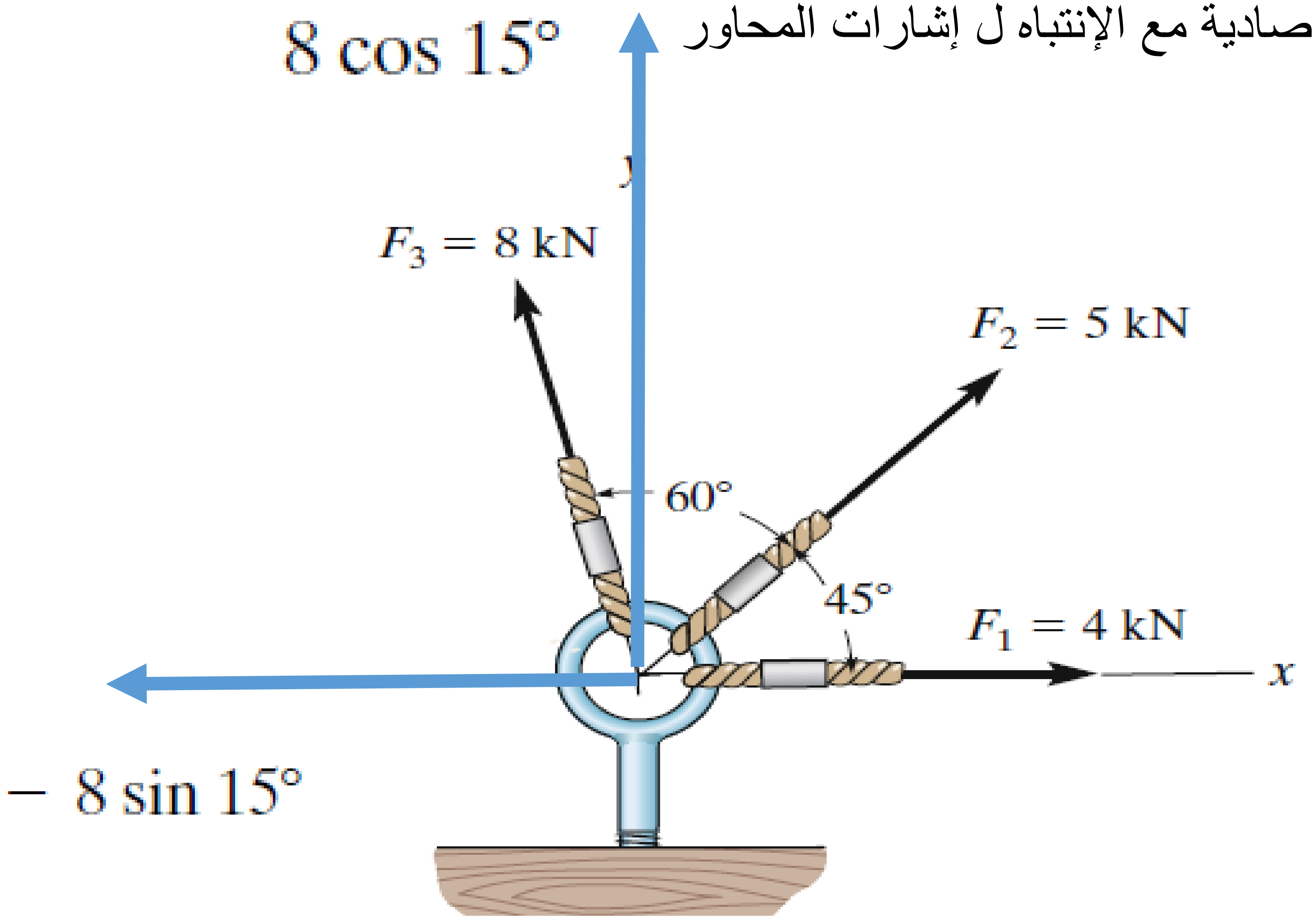
<u>الخطوة الأولى :</u>

نحلل كل قوة إلى مركبة سينية ومركبة صادية مع الإنتباه ل إشارات المحاور



الخطوة الأولى :

نحلل كل قوة إلى مركبة سينية ومركبة صادية مع الإنتباه ل إشارات المحاور



الخطوة الثانية : نطبق قانون مجموع القوى يساوي صفر مع الإنتباه ل إشارة المحور

$$\boxed{\begin{aligned}(F_R)_x &= \Sigma F_x\\ (F_R)_y &= \Sigma F_y\end{aligned}}$$

$$\overset{+}{\rightarrow} (F_R)_x = \Sigma F_x; \qquad (F_R)_x = 4 + 5\cos 45^\circ - 8\sin 15^\circ = 5.465\ \text{kN} \rightarrow$$

ربع الأول

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \qquad (F_R)_y = 5\sin 45^\circ + 8\cos 15^\circ = 11.263\ \text{kN} \uparrow$$

الخطوة الثالثة : نجد القوة المحصلة عن طريق تطبيق القانون

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2} = \sqrt{5.465^2 + 11.263^2} = 12.52\ \text{kN} = 12.5\ \text{kN}$$

<u>الخطوة الرابعه :</u> نجد الزاوية الخاصة ب القوة المحصلة عن طريق تطبيق القانون

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right] = \tan^{-1}\left(\frac{11.263}{5.465}\right) = 64.12^\circ = 64.1^\circ$$

والأن قد انتهينا من شرح نظام ثنائي الأبعاد ونصيحتي لكم أن تتمكنوا منه كثيرا لأنه صدقا للأمام سيكون الإعتماد عليه كبير أما الأن سنبدأ ب النظام ثلاثي الأبعاد , الأمور ستبدأ بزيادة المستوى وتحتاج إلى مراجعه ومتابعه .

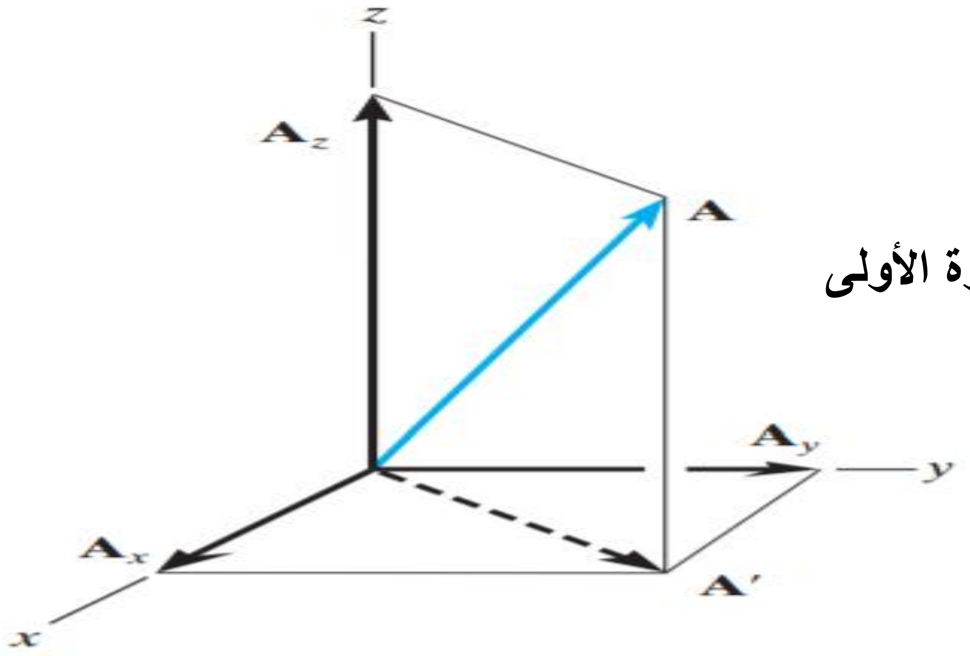
كيف نتعامل مع المتجهات بالنظام ثلاثي الأبعاد .

سأشرح بطريقه مختلفة لكي يصل المضمون بشكل وافي .

- **Rectangular Components of a Vector**: A vector A may have one, two, or three rectangular components along the x, y, z coordinate axis, depending on how the vector is oriented relative to the axis.

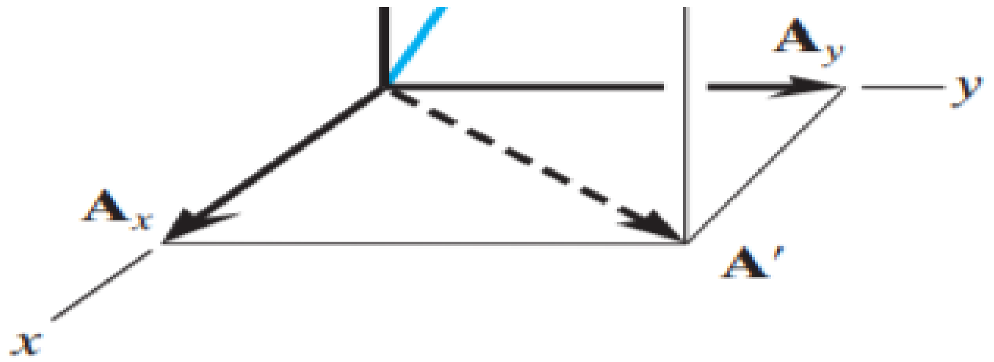
للمتجه لديه ثلاث مركبات على النظام ثلاثي الأبعاد فكيف لنا بأن نجدهم بطريقه سهلة .

- We **resolve** the vector A to **component A_Z and A’** الخطوة الأولى
- Then we will resolve **A’ to A $_X$ and A $_Y$** الخطوة الثانية



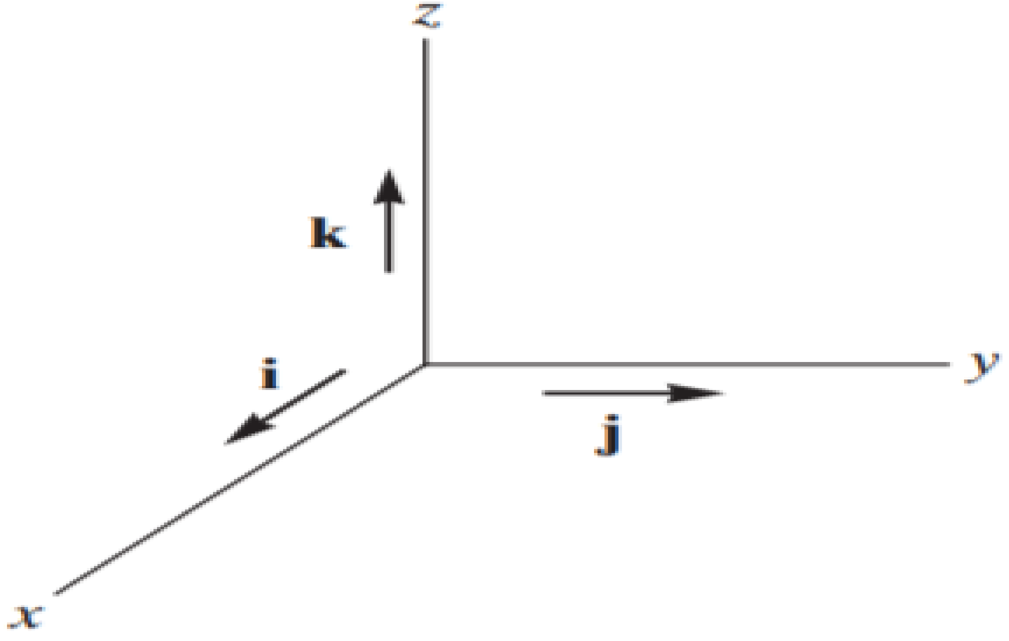
الخطوة الأولى

الخطوة الثانية



- **Cartesian Unit Vectors:** In three dimensions, the set of Cartesian unit vectors, i, j, k, is used to designate the directions of the x, y, z axes, respectively .

المتجه الكارتيزي قمنا بمناقشته سابقا في النظام ثنائي الأبعاد ولكن هنا في الثلاثي الأبعاد وهو عباره عن متجه **قيمته واحد** ويكون فقط **للدلالة على الإتجاه** وقد يكون موجب أو سالب وذلك إعتمادا على **إشارة المحور** وسنوضح كل ذلك بالتفصيل الممل .

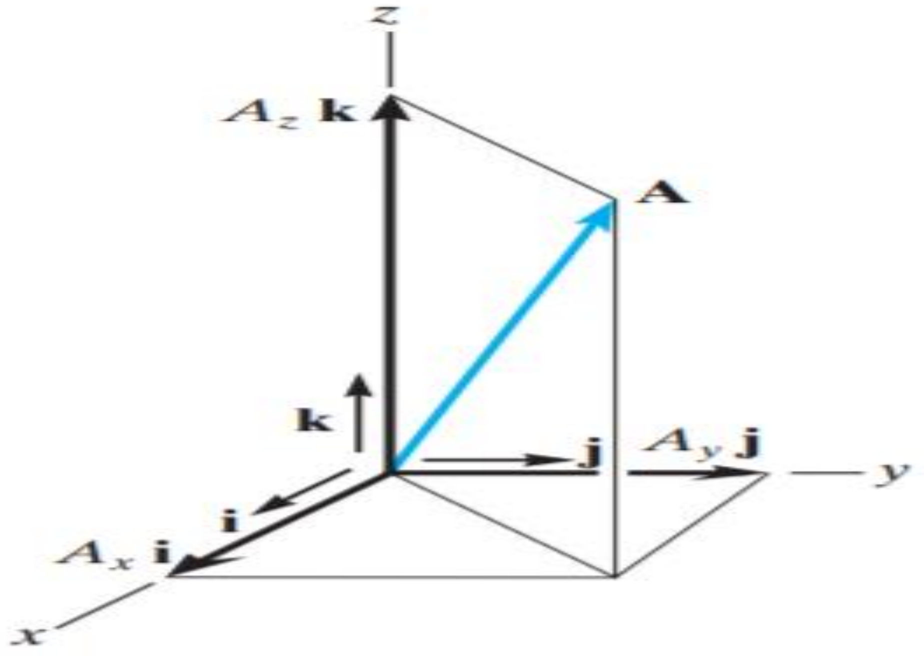


❑**Cartesian Vector Representation:** Since the three components of A in act in the positive i, j, and k directions .

تمثيل المتجهات بالطريقة الكارتيزين وهذا المتجه لديه ثلاث مركبات وجميعهم يحملون إشارات موجبة لأنهم يقعون على المحاور الموجبة كما هو مبين وإمتداد هذه المحاور تكون قيمة المحور نفسة ولكن بالسالب .

- We can write A in **Cartesian vector** form .

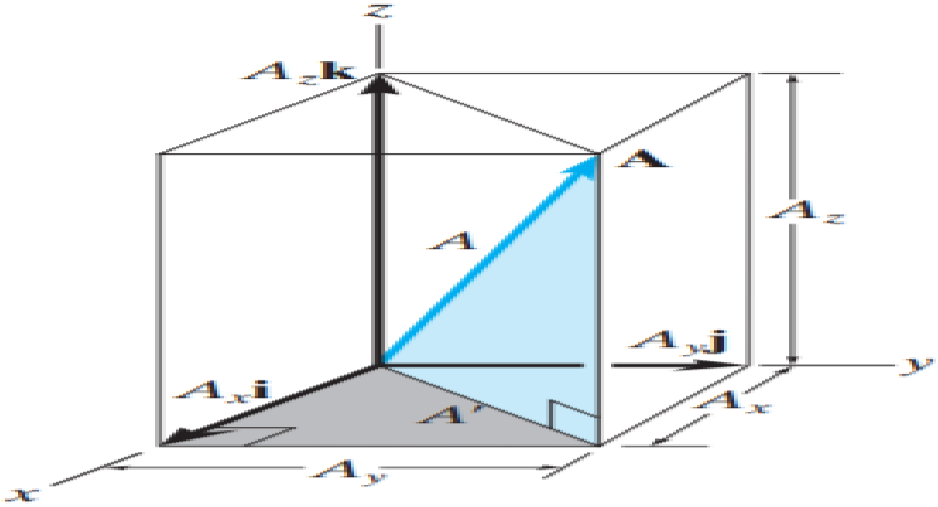
يمكننا كتابه المتجه هكذا كما هو مكتوب في الأسفل .



$$\boxed{\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}}$$

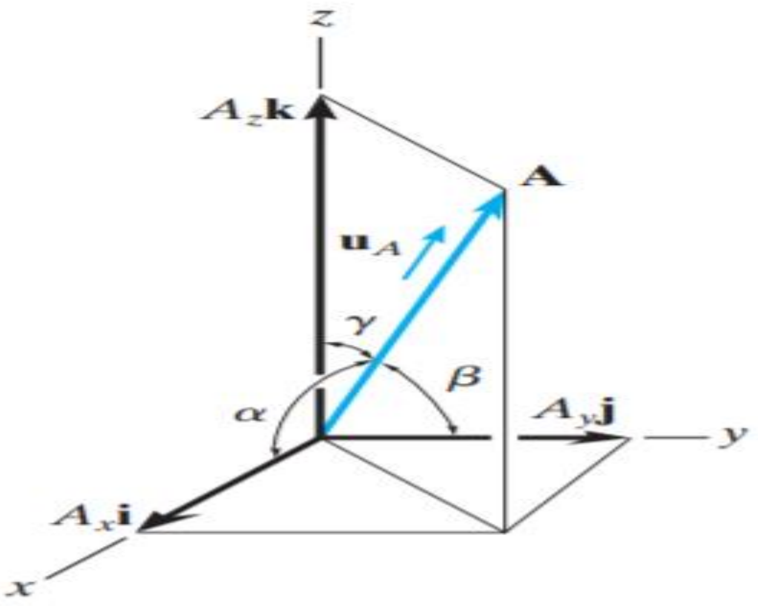
- **Magnitude** of a Cartesian Vector:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$



- Coordinate **Direction** Angles. We will define the direction of A by the coordinate direction angles α (alpha), β (beta), and γ (gamma) .

$$\cos\alpha = \frac{A_x}{A} \quad \cos\beta = \frac{A_y}{A} \quad \cos\gamma = \frac{A_z}{A}$$



$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

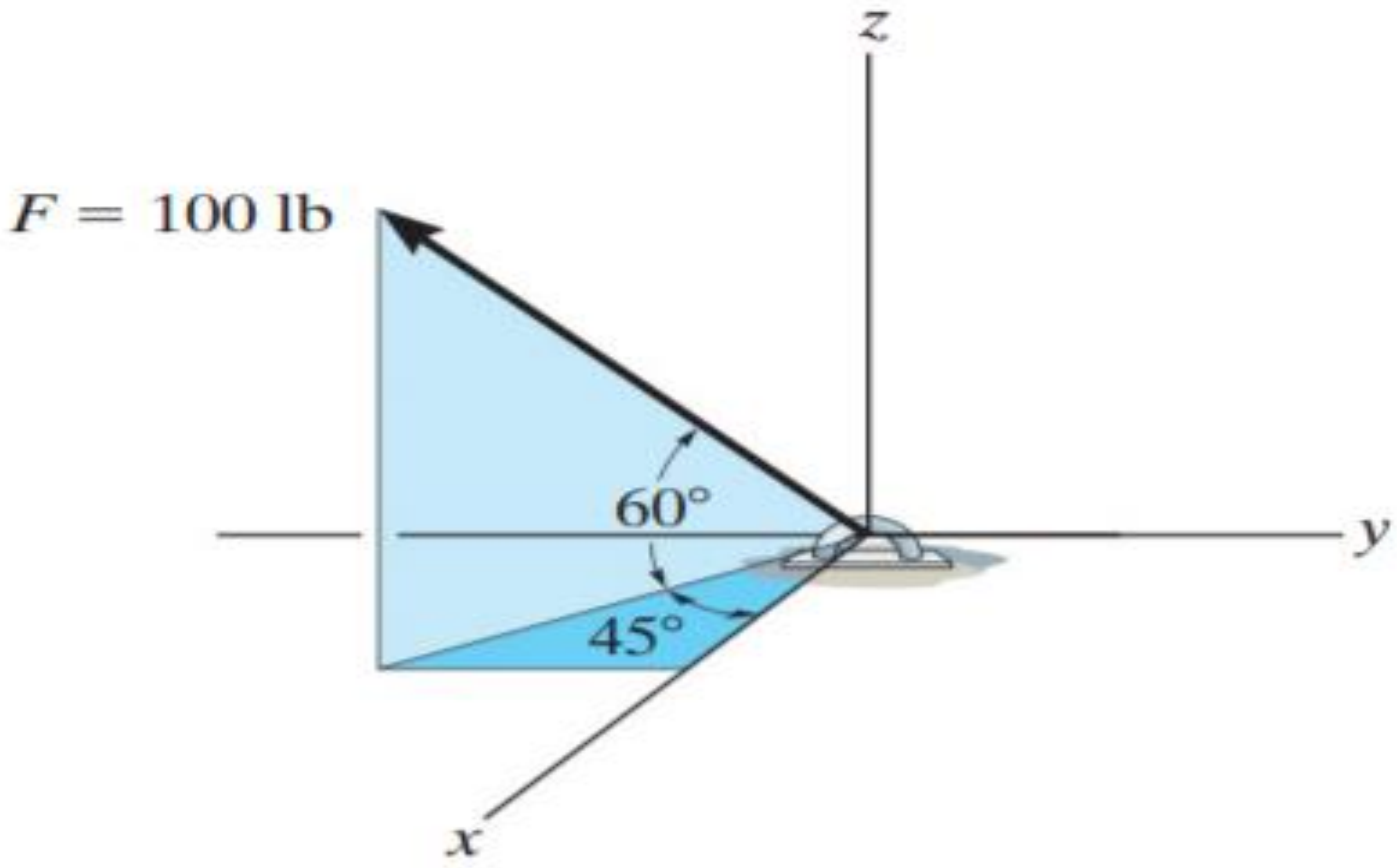
إن **علمت** قيمة زاويتين وتريد **الثالثة فاستخدم** هذا القانون

- If this is generalized and applied to a system of several concurrent forces, then the force resultant is the vector sum of all the forces in the system and can be written .

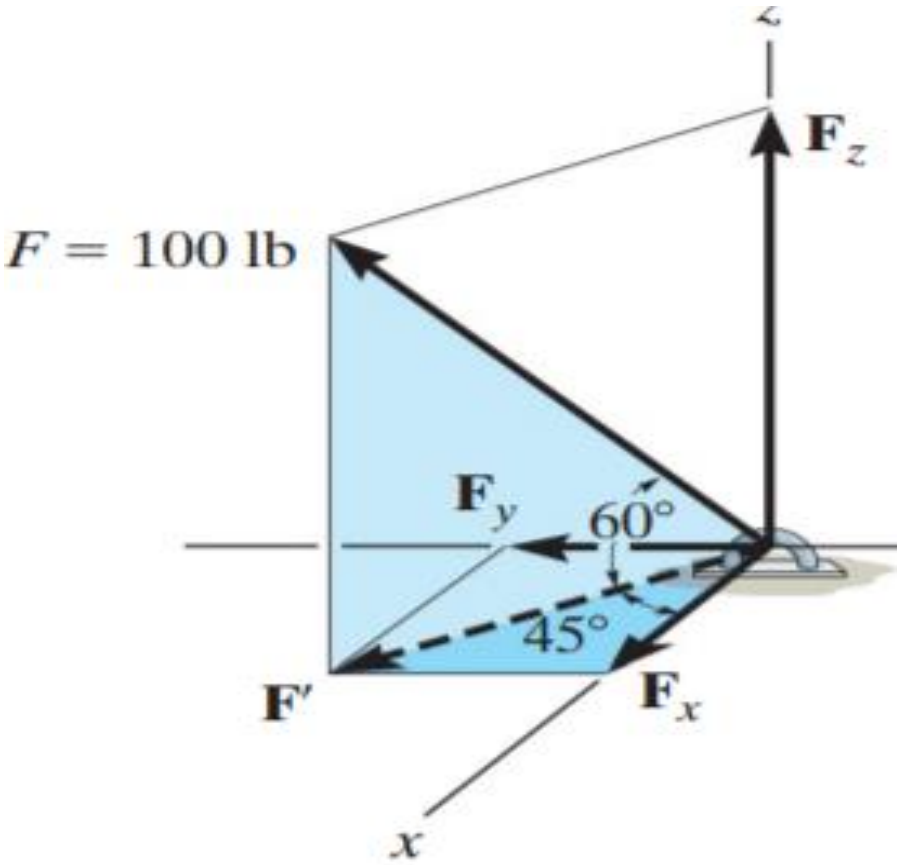
إن إردنا قيمة القوة المحصلة فيكون عبارة عن **مجموع القوى** على جميع المحاور كما هو مكتوب في القانون .

$$\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F} = \Sigma F_x \mathbf{i} + \Sigma F_y \mathbf{j} + \Sigma F_z \mathbf{k}$$

❑Express the force F shown in a as a Cartesian vector ?



من النظرة الأولى يتبين لنا أن هذا المتجه لديه ثلاثة مركبات فنطبق الطريقة التي قلنا عنها في بداية شرحنا للموضوع



الخطوة الأولى : نحلل المتجه إلى مركبتين , مركبة على محور الزيد والمركبة الأخرى تقع بين المحور السيني والصادي .

$$F_z = 100 \sin 60^\circ \text{ lb} = 86.6 \text{ lb}$$

$$F' = 100 \cos 60^\circ \text{ lb} = 50 \text{ lb}$$

الخطوة الثانية : نحلل المتجه الذي قد حصلنا عليه إلى مركبة سينية وصادية مع ضرورة الإنتباه إلى المحاور وإذا كانت القيمة موجبة أم سالبة

$$F_x = F' \cos 45^\circ = 50 \cos 45^\circ \text{ lb} = 35.4 \text{ lb}$$

$$F_y = F' \sin 45^\circ = 50 \sin 45^\circ \text{ lb} = 35.4 \text{ lb}$$

الخطوة الثالثة : نكتب المتجه بالصورة الكارتيزين ونقوم بإيجاد مقدار المتجه عن طريق تطبيق القانون

$$\mathbf{F} = \{35.4\mathbf{i} - 35.4\mathbf{j} + 86.6\mathbf{k}\}\ \text{lb}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$= \sqrt{(35.4)^2 + (35.4)^2 + (86.6)^2} = 100\ \text{lb}$$

الخطوة الرابعه : إيجاد الزاوية الخاصة بالقوة المحصلة ولكي نجدها لا بد من إيجاد متجه الوحدة

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{F}}{F} = \frac{F_x}{F}\mathbf{i} + \frac{F_y}{F}\mathbf{j} + \frac{F_z}{F}\mathbf{k}$$

$$= \frac{35.4}{100}\mathbf{i} - \frac{35.4}{100}\mathbf{j} + \frac{86.6}{100}\mathbf{k}$$

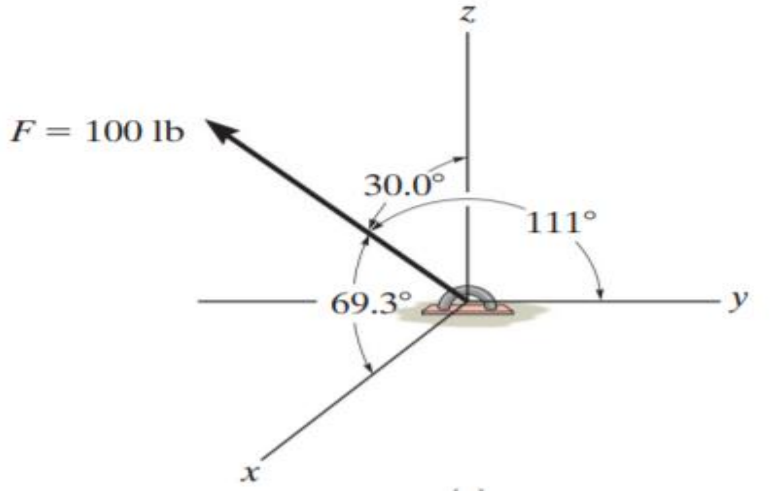
$$= 0.354\mathbf{i} - 0.354\mathbf{j} + 0.866\mathbf{k}$$

$$\alpha = \cos^{-1}(0.354) = 69.3^\circ$$

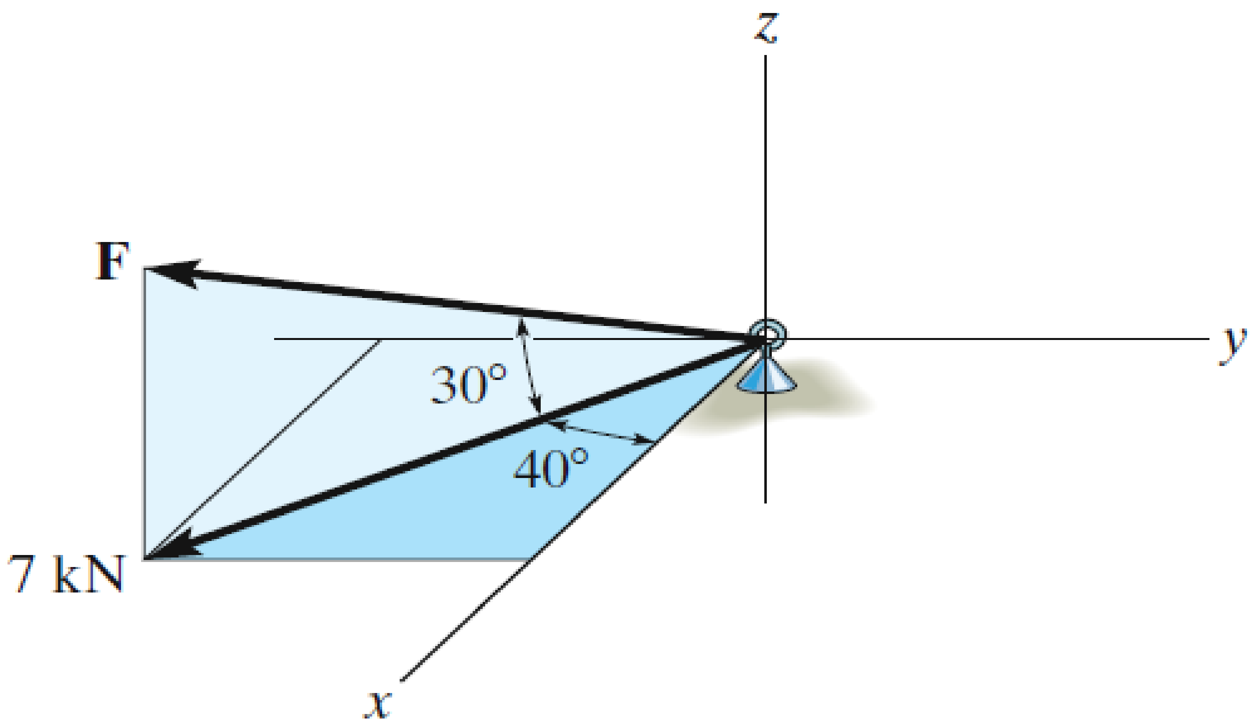
$$\beta = \cos^{-1}(-0.354) = 111^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1}(0.866) = 30.0^\circ$$

الزاويا **أقل** من 180 درجة



❑**Prop2-62 .** Determine the magnitude and coordinate direction angles of the force **F** acting on the support. The component of **F** in the *x*9*y* plane is 7 kN ?



نفس فكرة السؤال السابق لذلك عليكم أن
تحلوه لوحدكم ثم تنظروا للحل

الخطوة الأولى : نحلل المتجه إلى مركبتين , مركبة على محور الزيد والمركبة الأخرى تقع بين المحور السيني والصادي وهي معلومة القيمة لكن قيمة المتجه لا نعرفها ومن ثم نجد المركبة على محور الزيد لأننا وجدنا قيمة المتجه الأن .

$$F = \frac{7}{cos(30)} = 8.08\,\mathrm{kN}$$

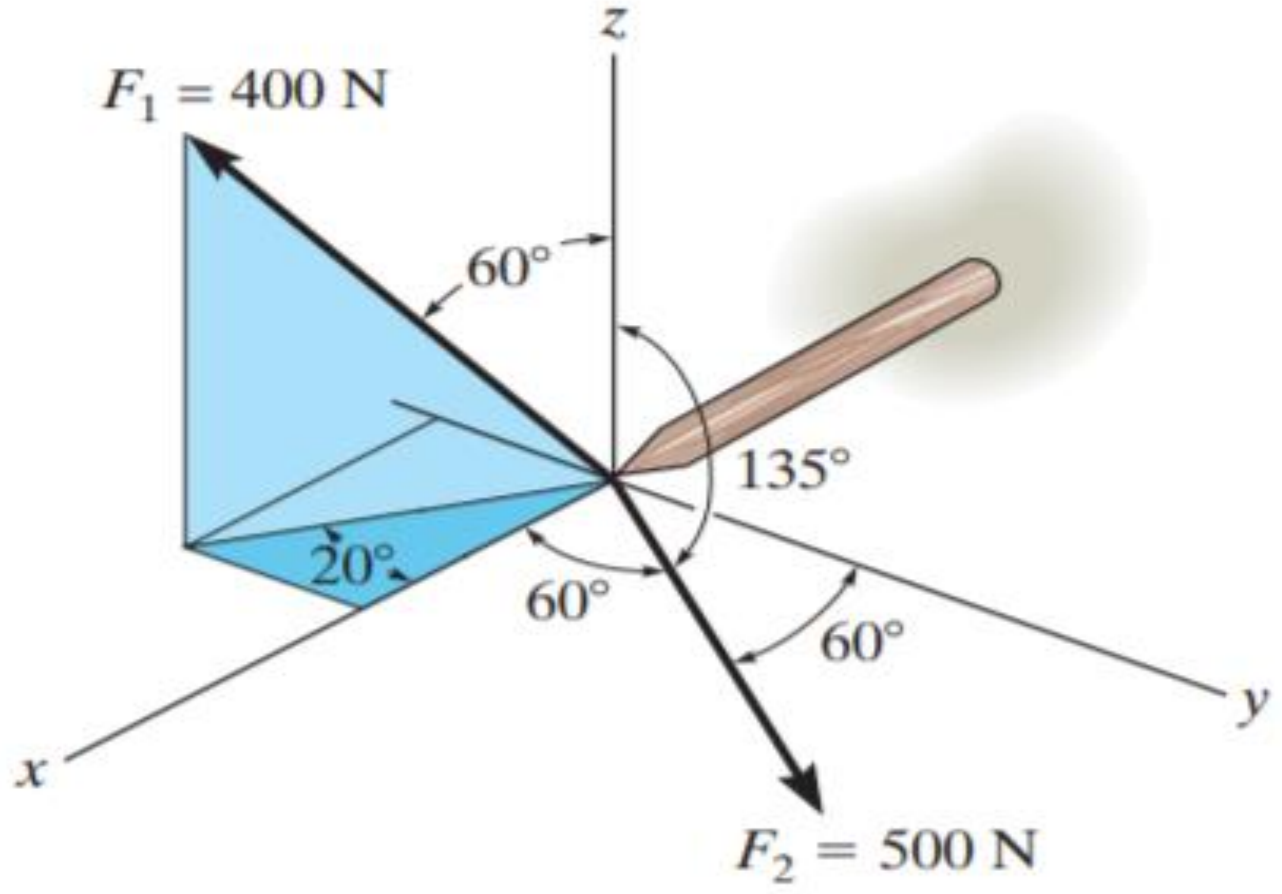
$$F_z = F \cdot sin(30) = 8.08 \cdot sin(30) = 4.04\,\mathrm{kN}$$

الخطوة الثانية : نحلل المتجه الذي قد حصلنا عليه إلى مركبة سينية وصادية مع ضرورة الإنتباه إلى المحاور وإذا كانت القيمة موجبة أم سالبة

$$F_y = -7 \cdot sin(40) = -4.50\,\mathrm{kN}$$

$$F_x = 7 \cdot cos(40) = 5.36\,\mathrm{kN}$$

❑**Prop2.77** : Determine the magnitude and coordinate direction angles of the resultant force, and sketch this vector on the coordinate system ?



سؤال جيد لأنه يدمج الفكرتين مع بعضهما البعض

الخطوة الأولى : نحلل المتجه إلى مركبتين , مركبة على محور الزيد والمركبة الأخرى تقع بين المحور السيني والصادي .

الخطوة الثانية : نحلل المتجه الذي قد حصلنا عليه إلى مركبة سينية وصادية مع ضرورة الإنتباه إلى المحاور وإذا كانت القيمة موجبة أم سالبة

$$\mathbf{F}_1 = 400\,(\sin 60^\circ \cos 20^\circ \mathbf{i} - \sin 60^\circ \sin 20^\circ \mathbf{j} + \cos 60^\circ \mathbf{k})$$

$$= \{325.52\mathbf{i} - 118.48\mathbf{j} + 200\mathbf{k}\}\text{ N}$$

الخطوة الثالثة : تحليل القوة إلى ثلاثة مركبات وهذا سهل لأننا نملك **الزوايا الخاصة بكل محور**

$$\mathbf{F}_2 = 500\,(\cos 60^\circ \mathbf{i} + \cos 60^\circ \mathbf{j} + \cos 135^\circ \mathbf{k})$$

$$= \{250\mathbf{i} + 250\mathbf{j} - 353.55\mathbf{k}\}\text{ N}$$

Resultant Force.

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$
$$= (325.52\mathbf{i} - 118.48\mathbf{j} + 200\mathbf{k}) + (250\mathbf{i} + 250\mathbf{j} - 353.55\mathbf{k})$$
$$= \{575.52\mathbf{i} + 131.52\mathbf{j} - 153.55\ \mathbf{k}\}\ \text{N}$$

The magnitude of the resultant force is

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2 + (F_R)_z^2} = \sqrt{575.52^2 + 131.52^2 + (-153.55)^2}$$
$$= 610.00\ \text{N} = 610\ \text{N}$$

<u>الخطوة الرابعه :</u> جمع القوتين مع بعضهما البعض ومن ثم حساب القوة المحصلة

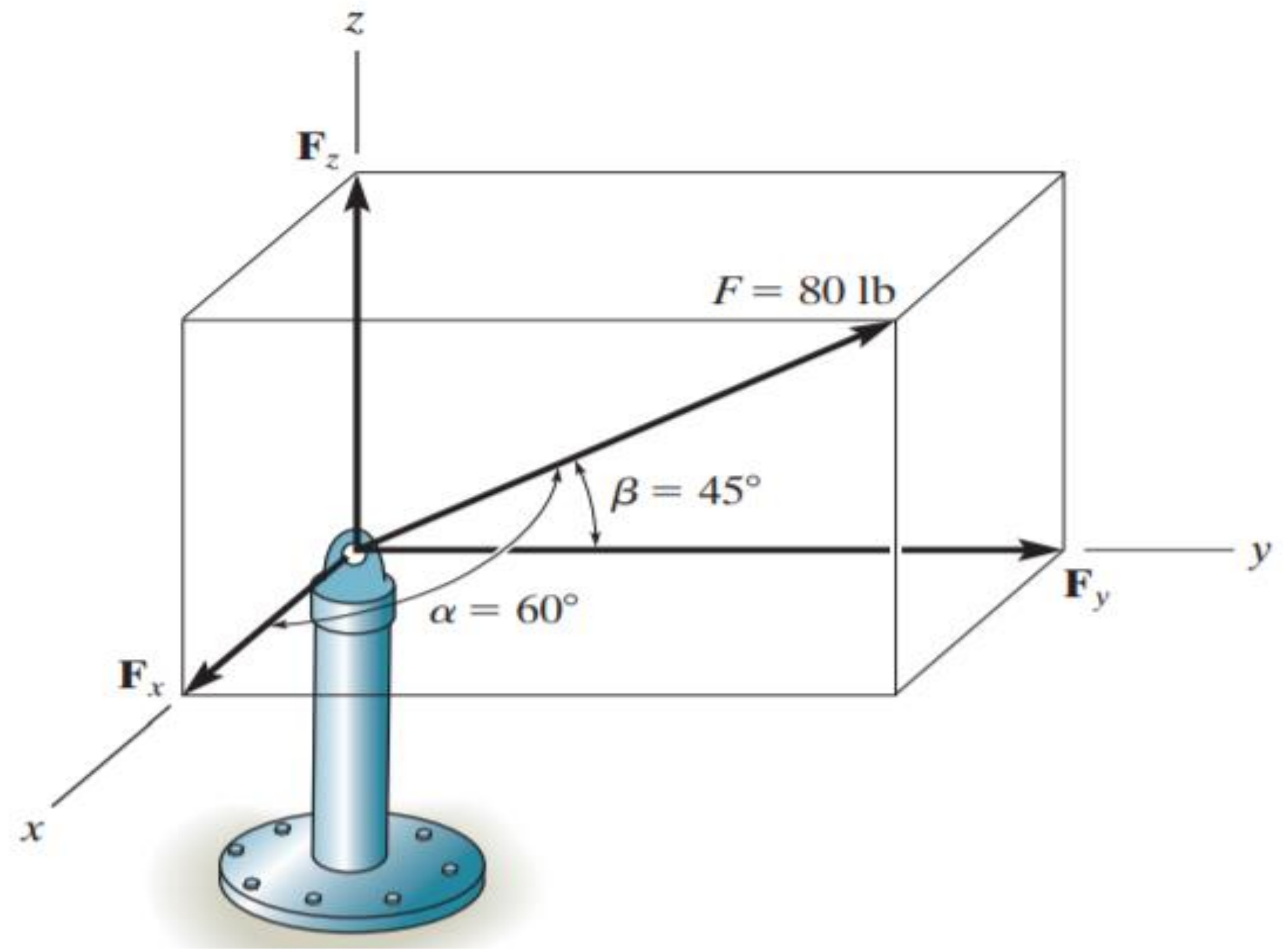
$$\cos\alpha = \frac{(F_R)_x}{F_R} = \frac{575.52}{610.00} \qquad \alpha = 19.36°$$

$$\cos\beta = \frac{(F_R)_y}{F_R} = \frac{131.52}{610.00} \qquad \beta = 77.549°$$

$$\cos\gamma = \frac{(F_R)_z}{F_R} = \frac{-153.55}{610.00} \qquad \gamma = 104.58°$$

<u>الخطوة الخامسة :</u> إيجاد الزوايا الخاصة بالقوة المحصلة عن طريق حساب **متجه الوحدة**

❑**Prop2.60** : The force F has a magnitude of 80 lb and acts within the octant shown. Determine the magnitudes of the x, y, z components of F.



الخطوة الأولى: لدينا متجه ومن خلال نظرتنا يتبين لنا انه يملك ثلاثة مركبات ولدينا زاويتين ولا نعلم الزاوية الثالثة لذلك علينا بتطبيق القانون الذي قد تم ذكره سابقا .

$$\boxed{\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1}$$

$$1 = \cos^2 60^\circ + \cos^2 45^\circ + \cos^2\gamma$$

Solving for the positive root, $\gamma = 60^\circ$

الخطوة الثانية : لدينا الزوايا ولدينا قيمة القوة فالتطبيق مباشر لأن القوة مرتبطة بزاوية مباشرة مع المحور المطلوب خلاف السؤال الاول

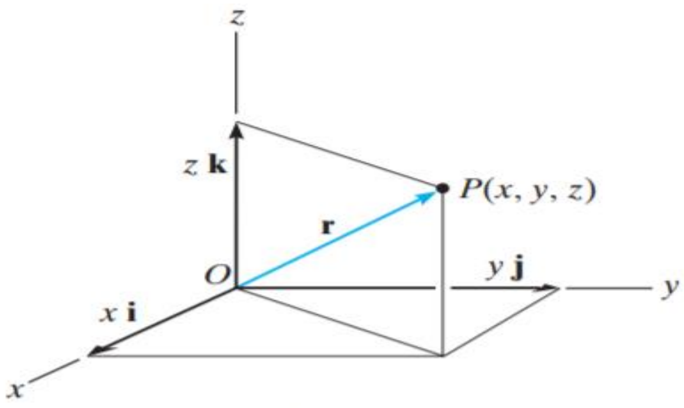
$$F_x = 80\cos 60^\circ = 40.0\text{ lb}$$

$$F_y = 80\cos 45^\circ = 56.6\text{ lb}$$

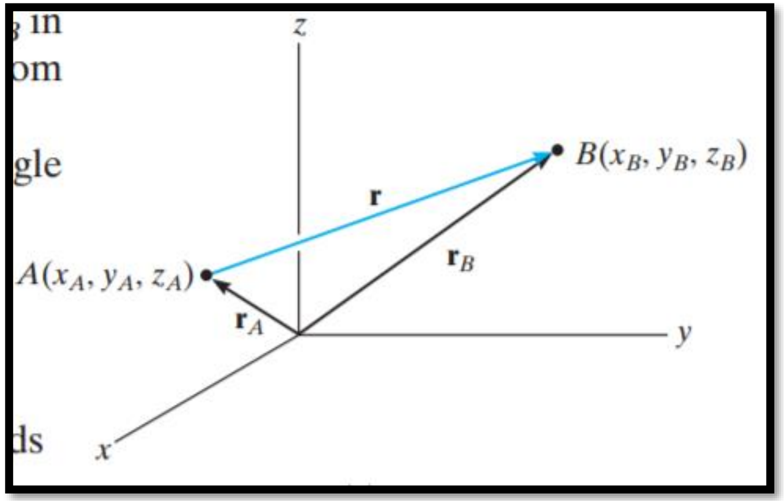
$$F_z = 80\cos 60^\circ = 40.0\text{ lb}$$

- **A position vector (r) (متجه الموقع) :** Fixed vector which locates a point in space relative to another point.

متجه ثابت والذي يحدد نقطة في الفضاء نسبة إلى نقطة ثانية .



(a)



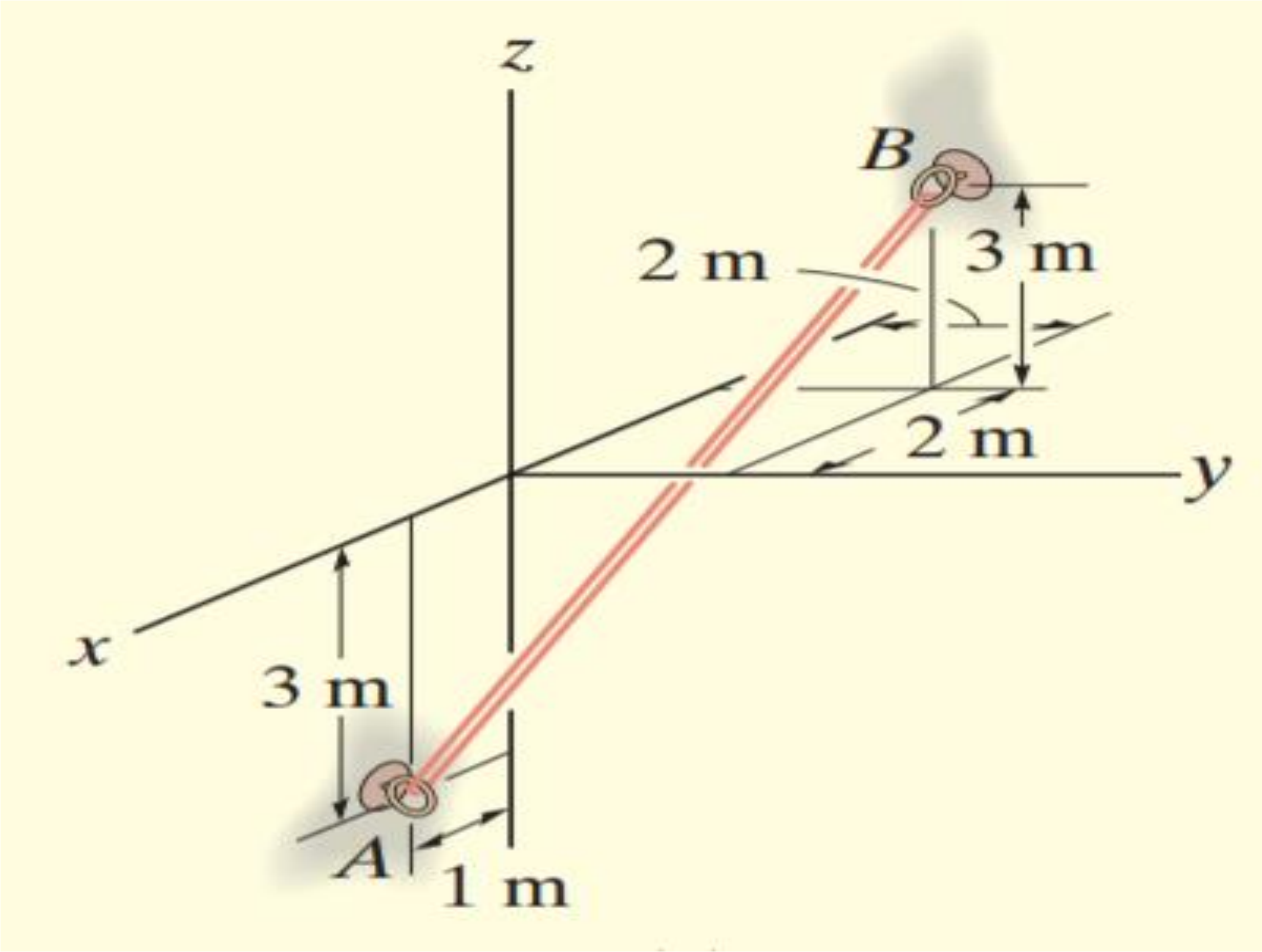
$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

المتجه بين نقطة الأصل و النقطة المطلوبة

$$\mathbf{r} = (x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}$$

المتجه بين نقطة الأولى و النقطة الثانية

❑**Example2.10 :** An elastic rubber band is attached to points A and B as shown Determine its length and its direction measured from **A toward B**.

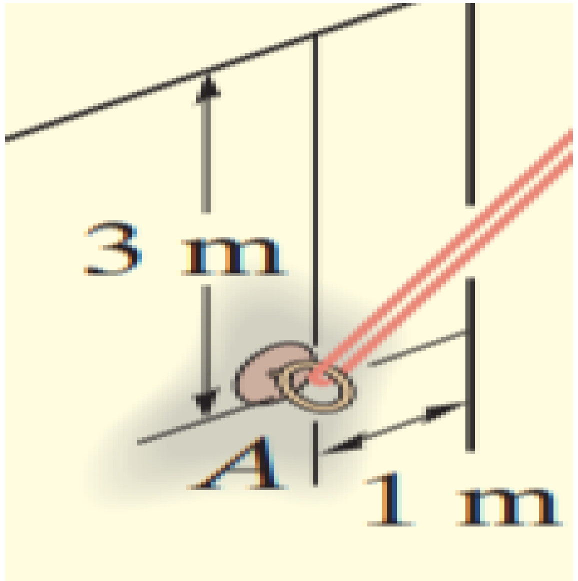


معرفة إحداثي النقطة **مهم جدا جدا** لأنه إذا قمت بإيجاده بشكل خاطئ فسيكون حل السؤال خاطئ بالكامل فعليك الحذر .

إذا كانت النقطة **واقعة على المحور السيني** فهذا يعني أنها لها فقط إحداث سيني وإحداثي الصادي والزيد **يساوي صفر** وهكذا .

إذا كان الخط **موازي ل المحور** تكون القيمة موجبة وإذا كانت موازية ل **إمتداد المحور** فتكون القيمة سالبة .

موضوع بحاجة إلى **ممارسة** فلا تقلق , عند إعادته سيصبح سهلا.

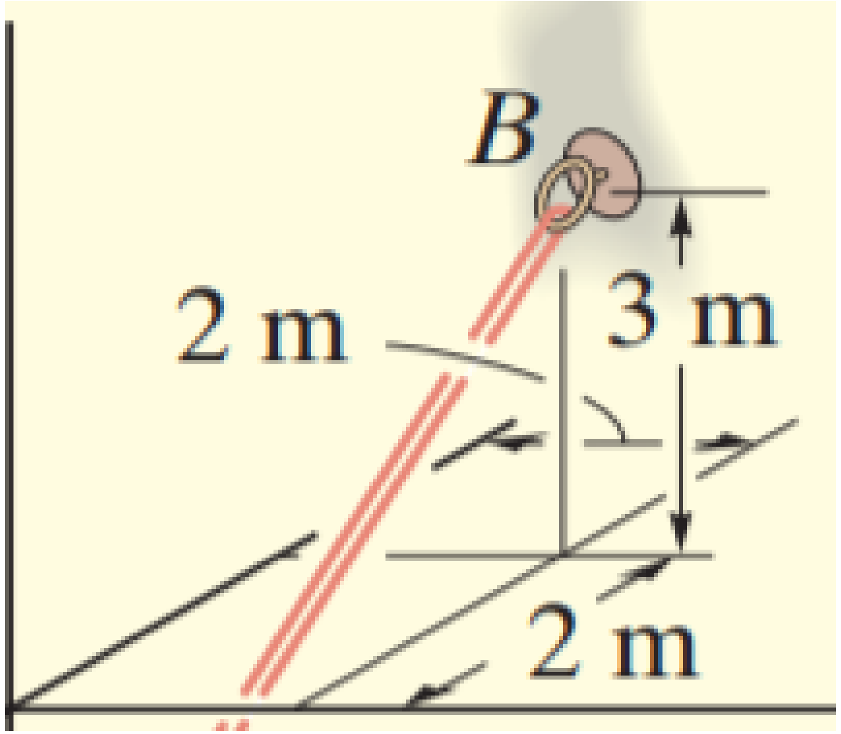


ننظر إلى النقطة ونرى الخطوط المحيطة بها ونرى أي من المحاور توازي ونحدد القيمة

الرقم واحد هو موازي ل المحور السيني إذن **الإحداث السيني** هو 1

الرقم ثلاثة هو موازي ل إمتداد المحورالزيد إذن **الإحداث الزيد** هو 3-

لا يوجد خط موازي ل المحور الصادي إذن قيمة **الإحداث الصادي** هي صفر



الرقم اثنان هو موازي ل إمتداد المحور السيني إذن **الإحداث السيني** هو 2-

الرقم اثنان هو موازي ل المحورالصادي إذن **الإحداث الصادي** الزيد هو 2

الرقم ثلاثة هو موازي ل المحورالزيد إذن **الإحداث الزيد** الزيد هو 3

$A(1\ \text{m}, 0, -3\ \text{m})$

$B(-2\ \text{m}, 2\ \text{m}, 3\ \text{m})$

$$\mathbf{r} = [-2\text{ m} - 1\text{ m}]\mathbf{i} + [2\text{ m} - 0]\mathbf{j} + [3\text{ m} - (-3\text{ m})]\mathbf{k}$$
$$= \{-3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}\}\text{ m}$$

<u>**A toward B :**</u>

من إحداثيات النقطة الثانية نبدأ بالحساب لأنه حدد لي كيف إتجاه المتجه

$$r = \sqrt{(-3\text{ m})^2 + (2\text{ m})^2 + (6\text{ m})^2} = 7\text{ m}$$

نجد مقداره كما نجد مقدار المتجه

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{r}}{r} = -\frac{3}{7}\mathbf{i} + \frac{2}{7}\mathbf{j} + \frac{6}{7}\mathbf{k}$$

نحسب متجه الوحدة لكي نحسب الزاوية الخاصة به كما تعلمنا مسبقا

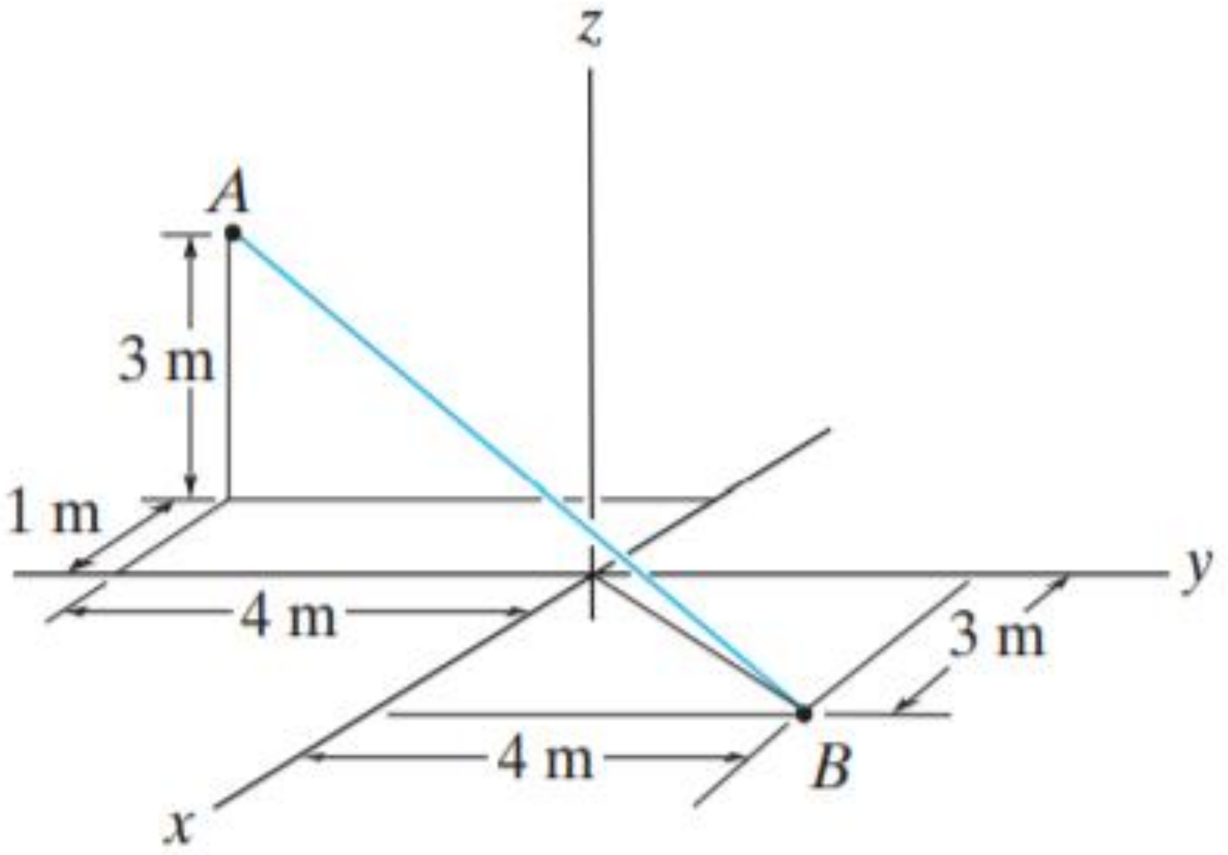
$$\alpha = \cos^{-1}\left(-\frac{3}{7}\right) = 115^\circ$$

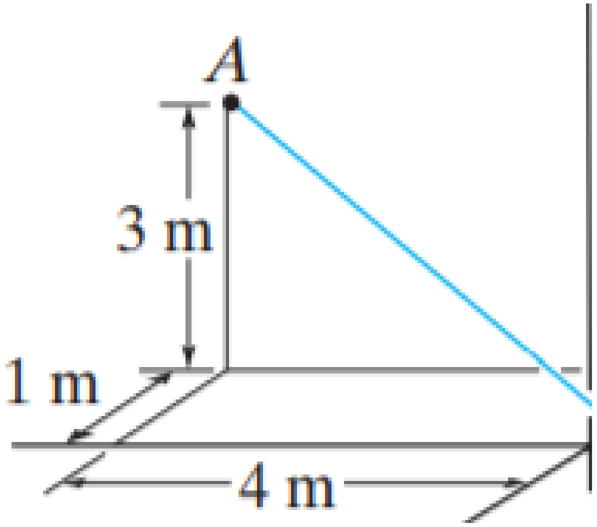
$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{7}\right) = 73.4^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{6}{7}\right) = 31.0^\circ$$

حساب الزوايا الخاصة بالمتجه

❑Establish a **position vector** from point A to point B ?



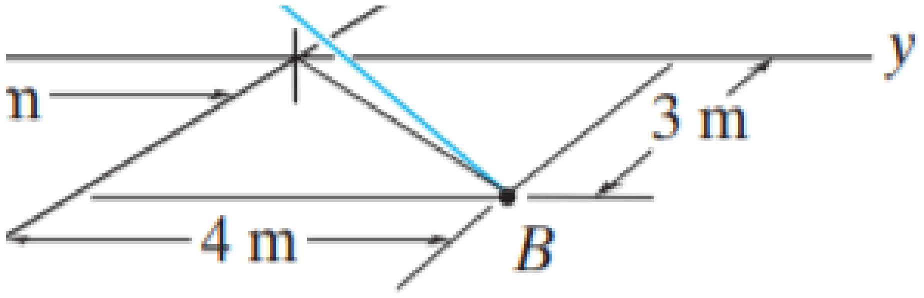


الرقم واحد هو موازي ل إمتداد المحور السيني إذن **الإحداث السيني** هو -1

الرقم أربعه هو موازي ل إمتداد المحور الصادي إذن **الإحداث الصادي** هو -4

الرقم ثلاثة هو موازي ل المحور الزيد إذن **الإحداث الزيد** هو 3

A(-1,-4,3)



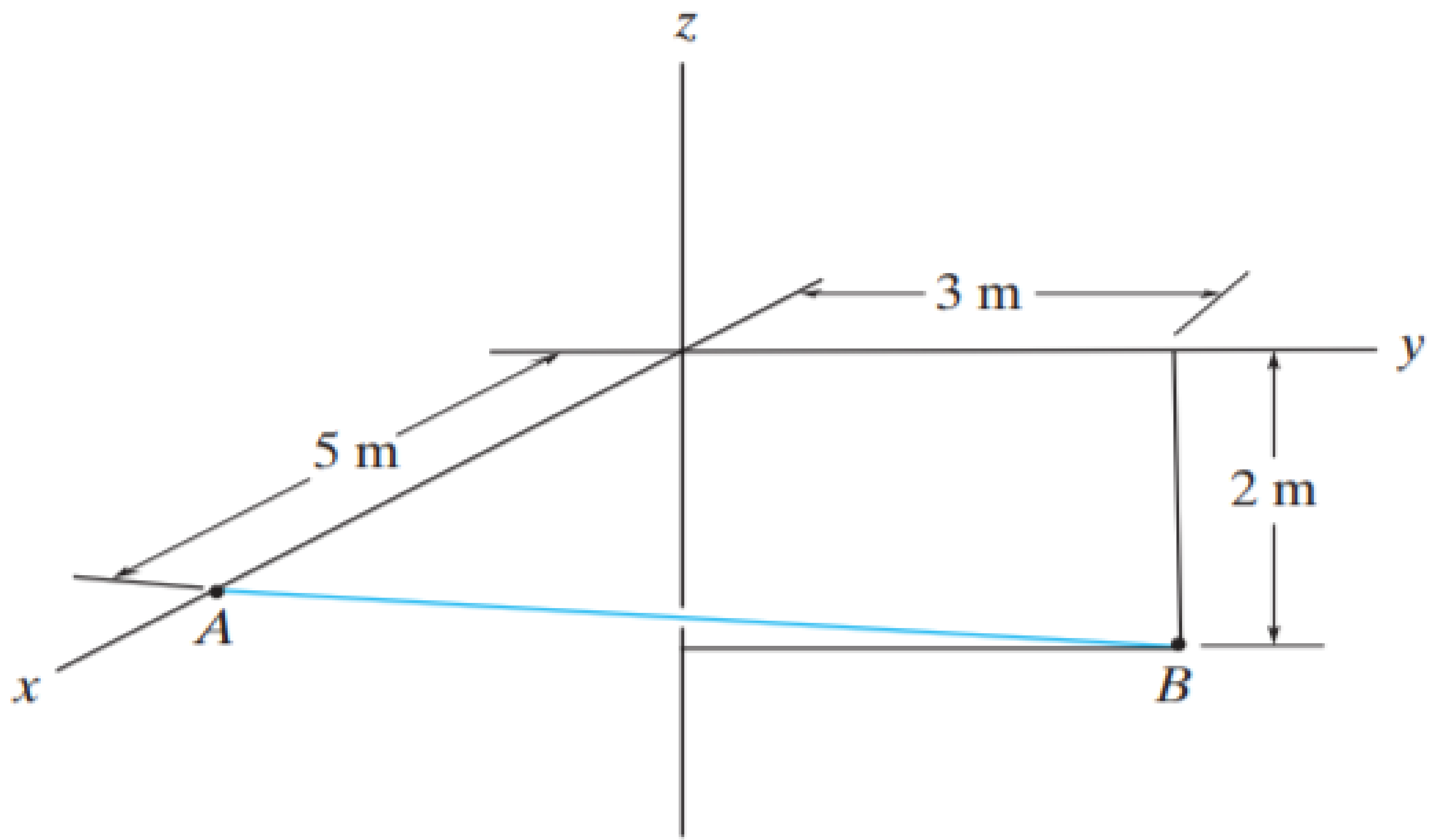
الرقم ثلاثة هو موازي ل المحور السيني إذن **الإحداث السيني** هو 3

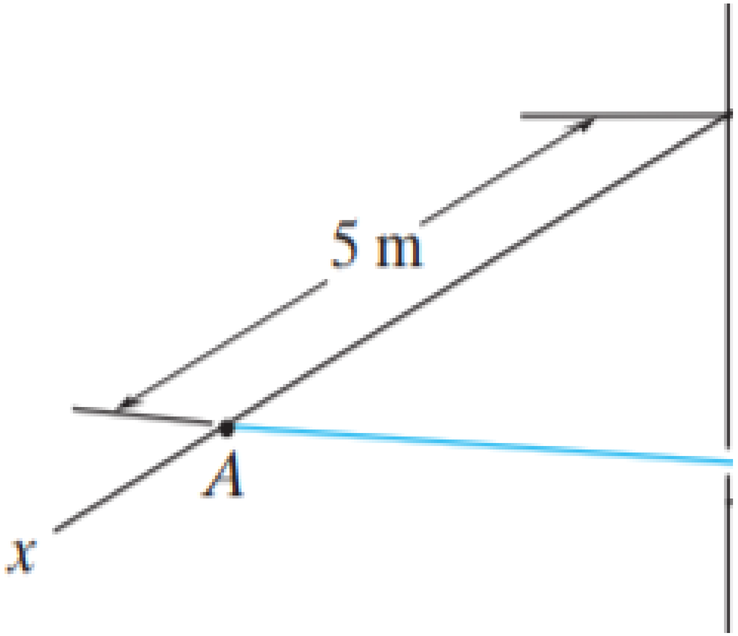
الرقم أربعه هو موازي ل المحور الصادي إذن **الإحداث الصادي** هو 4

B(3,4,0)

لا يوجد خط موازي ل المحور الزيد إذن قيمة **الإحداث الزيد** هي صفر

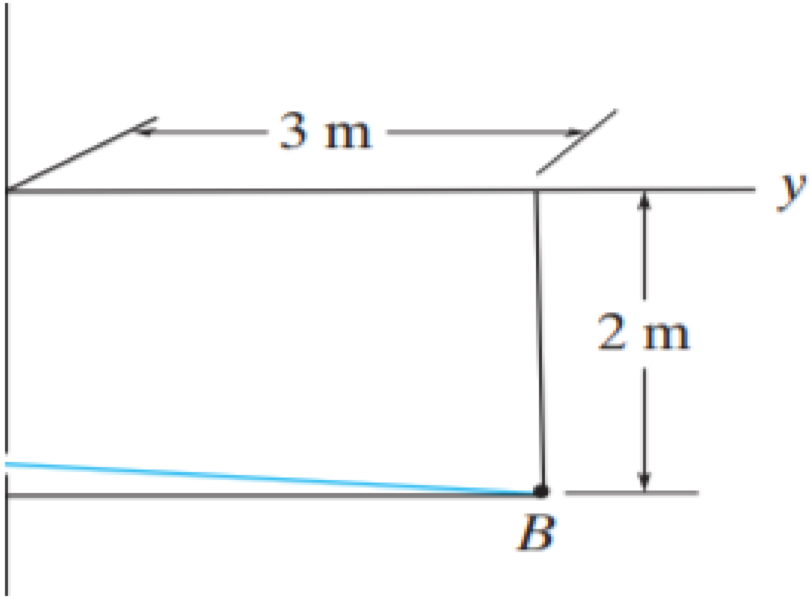
- [ ] Establish a **position vector** from point A to point B ?





النقطة منطبقه على محور السينات لذلك
إحداثي الصادي والزيد يساوي صفر

A(5,0,0)

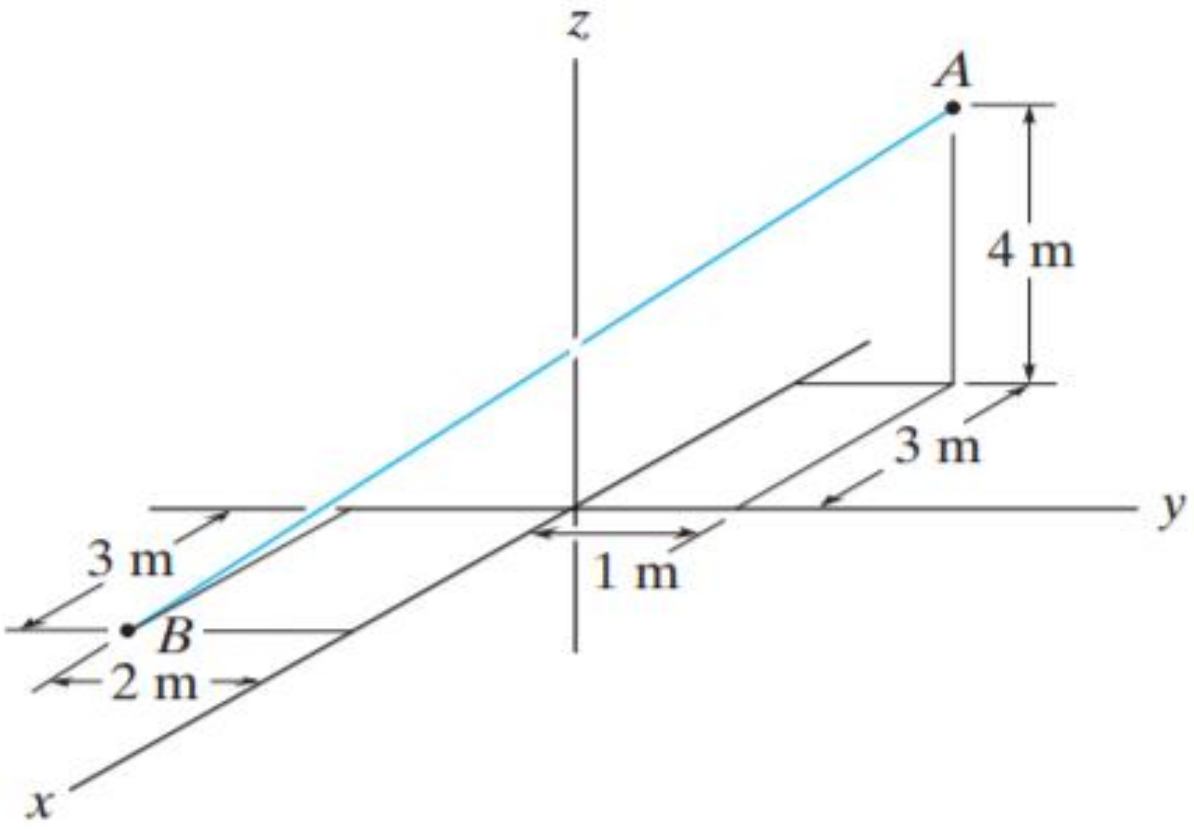


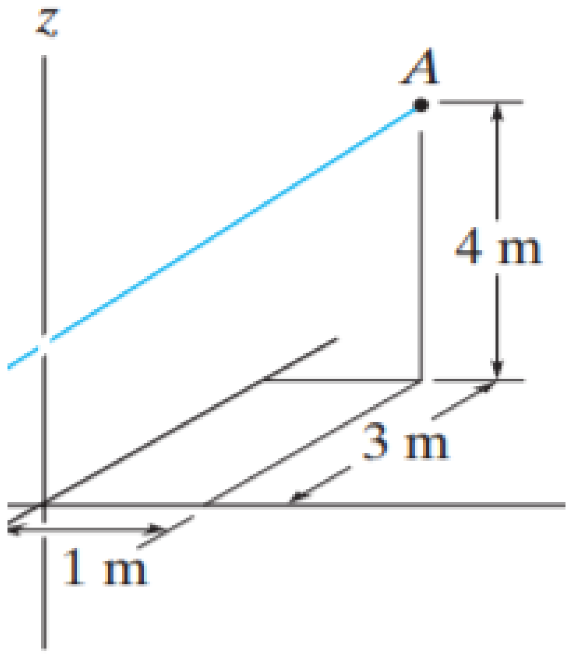
الرقم اثنان هو موازي ل إمتداد المحور الزيد إذن **الإحداث الزيد** هو 2

الرقم ثلاثة هو موازي ل المحور الصادي إذن **الإحداث الصادي** هو 3

B(0,3,2)

- [ ] Establish a **position vector** from point A to point B ?



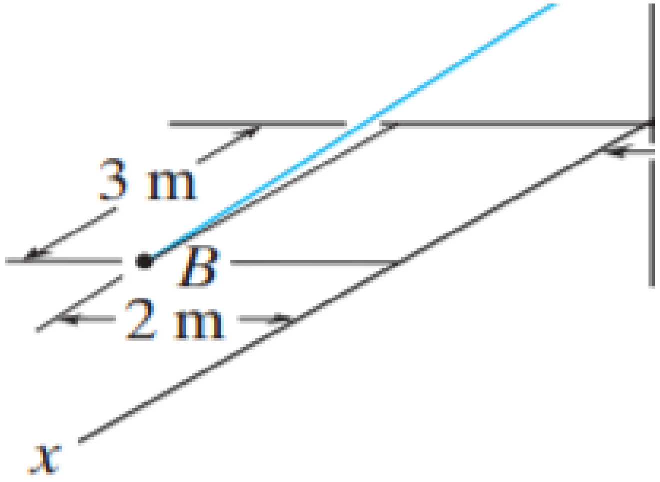


الرقم ثلاثة هو موازي ل إمتداد المحور السيني إذن **الإحداث السيني** هو -3

الرقم واحد هو موازي ل المحور الصادي إذن **الإحداث الصادي** هو 1

الرقم أربعة هو موازي ل المحور الزيد إذن **الإحداث الزيد** هو 4

A(-3,1,4)



الرقم ثلاثة هو موازي ل المحور السيني إذن **الإحداث السيني** هو 3

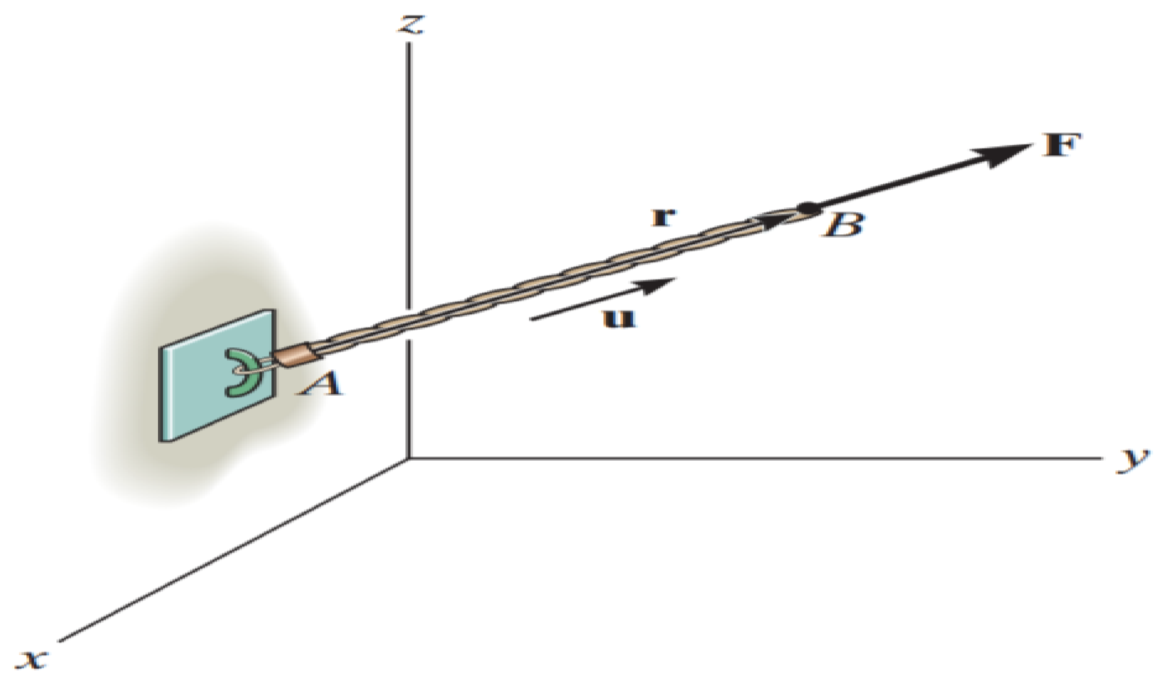
الرقم اثنان هو موازي ل إمتداد المحور الصادي إذن **الإحداث الصادي** هو -2

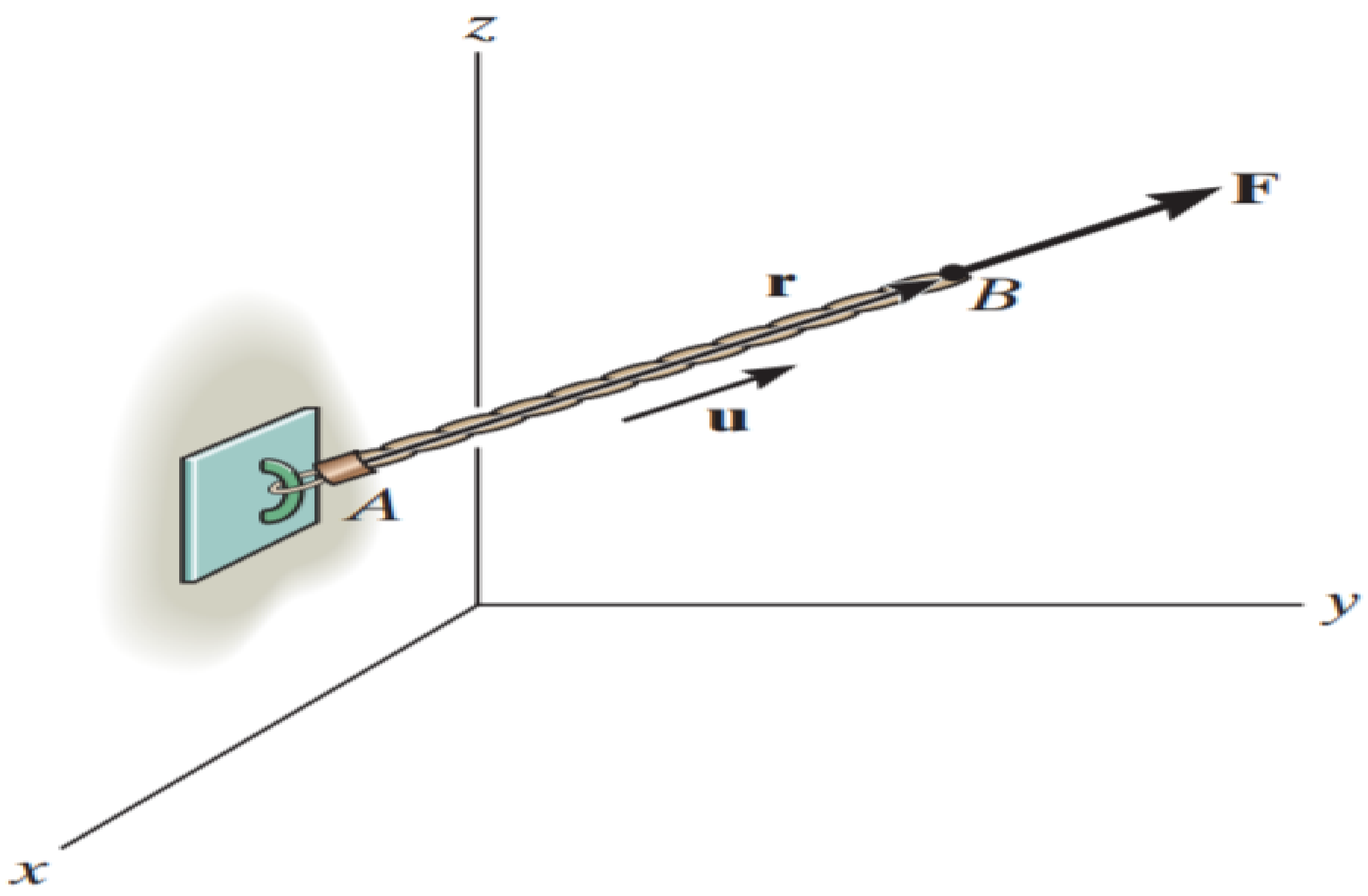
لا يوجد خط موازي ل محور الزيد إذن **إحداثي الزيد** يساوي صفر

B(3,-3,0)

➢ The direction of a force is specified by two points through which its line of action passes. where the force F is directed along the cord AB. We can formulate F as a Cartesian vector by realizing that it has the same direction and sense as the position vector r directed from point A to point B on the cord.

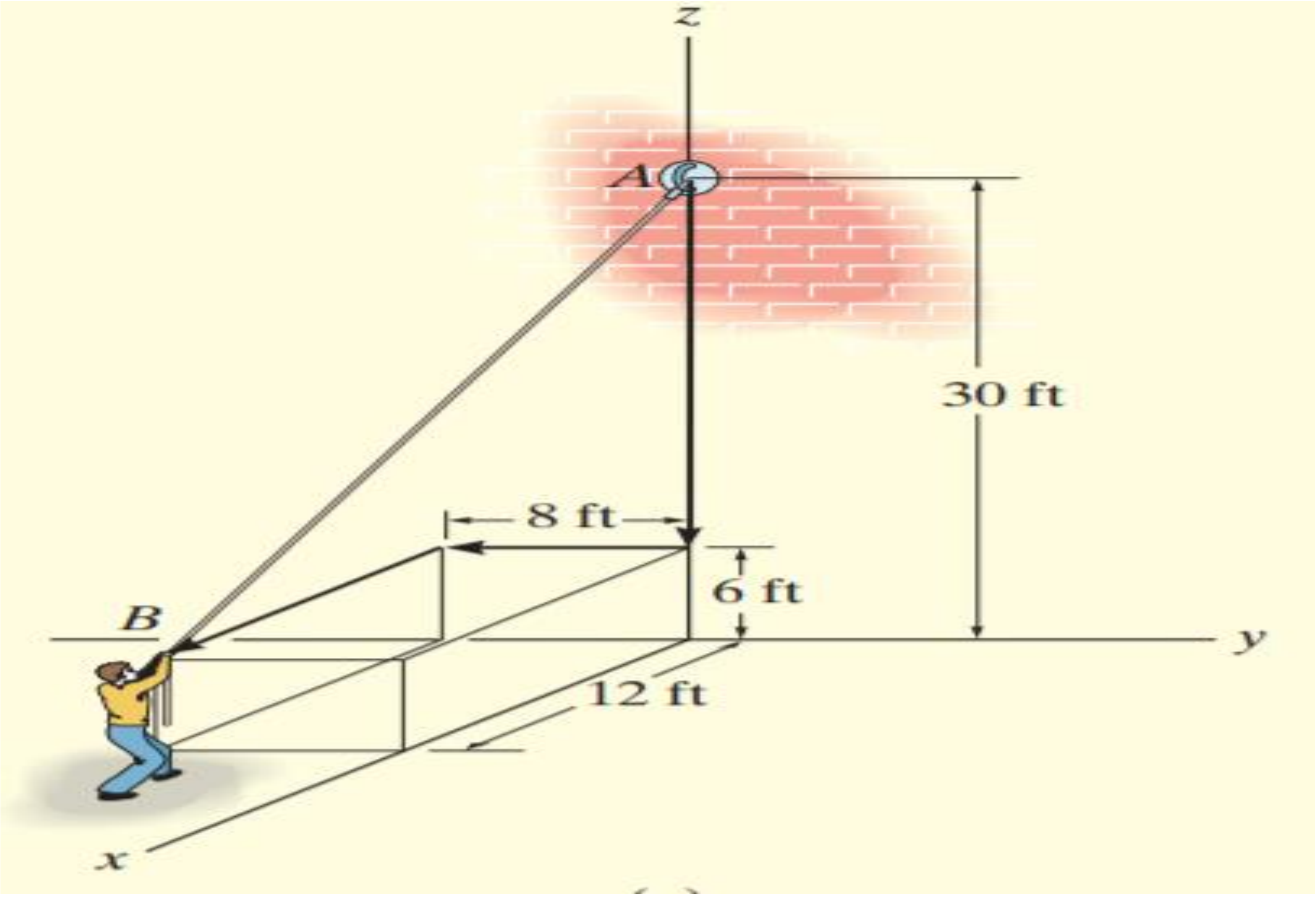
تحديد إتجاه القوة يحدد عن طريق نقطتين يمر بهما ويمكننا تمثيل القوة بالطريقة الكارتيزين وأن تكون بنفس إتجاه متجه الموقع الذي تعلمناه سابقا كما هو هو موضح في الصورة .



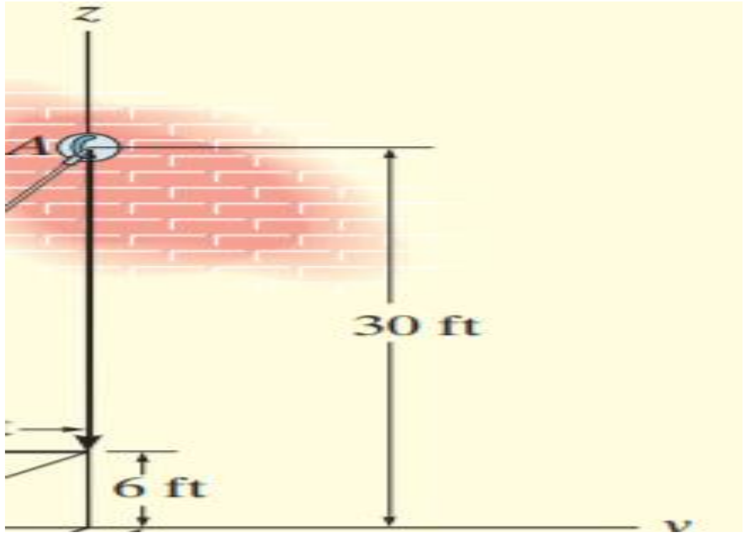


$$\mathbf{F} = F\,\mathbf{u} = F\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) = F\left(\frac{(x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k}}{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}}\right)$$

❑**Example2.11.** The man shown in a pulls on the cord with a force of 70 lb. Represent this force acting on the support A as a Cartesian vector and determine its direction ?

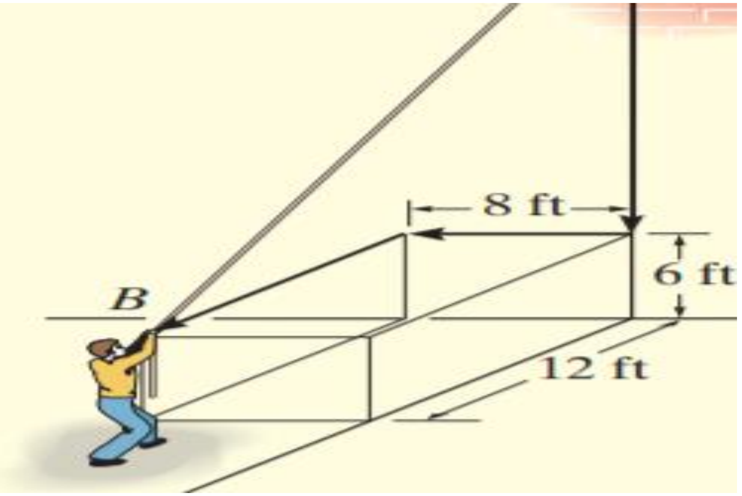


الخطوة الأولى : جد إحداثيات النقاط



النقطة منطبقة على محور الزيد لذلك **الإحداثي السيني والصاد صفر**

A(0,0,30)



الرقم 12 هو موازي ل المحور السيني إذن **الإحداث السيني** هو 12

الرقم 8 هو موازي ل إمتداد المحور الصادي إذن **الإحداث الصادي** هو -8

الرقم 6 هو موازي ل المحور الزيد إذن **الإحداث الزيد** هو 6

B(12,-8,6)

<u>الخطوة الثانية :</u> نجد متجه الموقع والذي سيكون من النقطة الأولى إلى الثانية وهذا منطقي لأنه يسحب الحبل وبالعادة يكون محدد الإتجاه ومن ثم نجد مقدار المتجه كما تعلمنا مسبقا .

$$\mathbf{r} = \{12\mathbf{i} - 8\mathbf{j} - 24\mathbf{k}\}\ \text{ft}$$

$$r = \sqrt{(12\ \text{ft})^2 + (-8\ \text{ft})^2 + (-24\ \text{ft})^2} = 28\ \text{ft}$$

<u>الخطوة الثالثة :</u> نجد متجه الوحدة ومن ثم إيجاد القوة عن طريق تطبيق القانون

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{r}}{r} = \frac{12}{28}\mathbf{i} - \frac{8}{28}\mathbf{j} - \frac{24}{28}\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F} = F\mathbf{u} = 70\ \text{lb}\left(\frac{12}{28}\mathbf{i} - \frac{8}{28}\mathbf{j} - \frac{24}{28}\mathbf{k}\right)$$

<u>الخطوة الرابعه : </u>إيجاد الزوايا الخاصة بالقوة

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{12}{28}\right) = 64.6^\circ$$

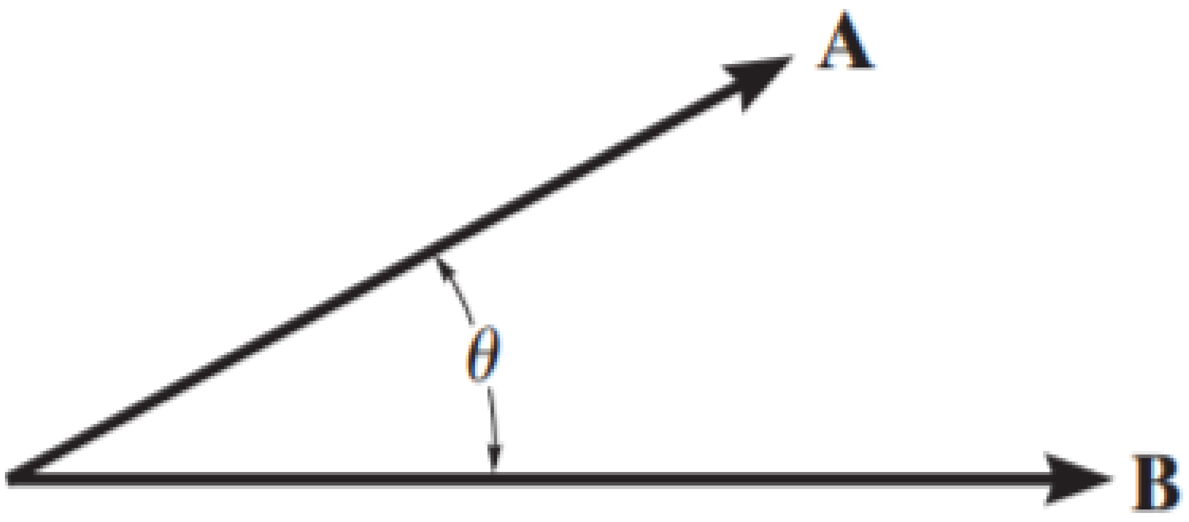
$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{-8}{28}\right) = 107^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{-24}{28}\right) = 149^\circ$$

❑Dot product

$$\boxed{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB\cos\theta}$$

$$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$



Laws of Operation.

1. Commutative law: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$
2. Multiplication by a scalar: $a(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = (a\mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot (a\mathbf{B})$
3. Distributive law: $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) + (\mathbf{A} \cdot \mathbf{D})$

من باب العلم لا أكثر

$$\boxed{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}$$

Applications: The **dot product** has two important applications in mechanics.

للضرب النقطي له **تطبيقين مهمات** وسنقوم بمناقشتهم وشرحهم بالتفصيل

1- The **angle** formed between two vectors or intersecting lines.

إيجاد الزاوية بين متجهين

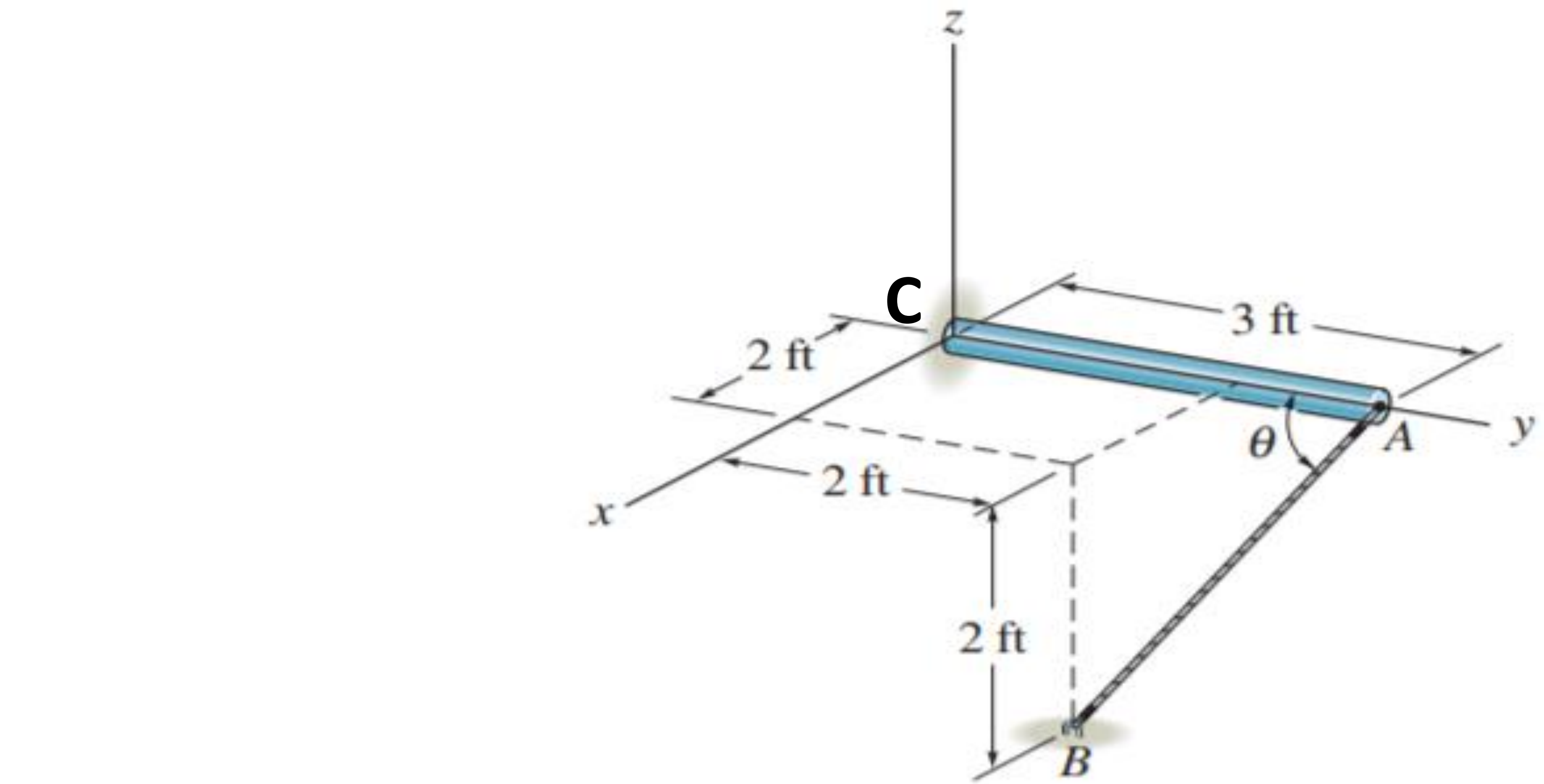
$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}}{AB}\right) \quad 0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$

2-The **components** of a vector parallel and perpendicular to a line .

مركبات المتجه , المركبة الموازية والمركبة العامودية وهي نفس مسمى الإسقاطات .

<u>**سنقوم بشرحهم بالتفصيل الممل .**</u>

❑**Prop2-116** . Determine the angle θ between the **<u>y axis of the pole and the wire AB</u>** ?



الخطوة الأولى : نجد متجه الموقع ل المتجهات المطلوبة أي يعني الزاوية بين اي متجهات محصورة .

الزاوية محصورة بين

AB And AC

$$\mathbf{r}_{AC} = \{-3\mathbf{j}\}\ \text{ft}$$

$$\mathbf{r}_{AB} = \{(2-0)\mathbf{i} + (2-3)\mathbf{j} + (-2-0)\mathbf{k}\}\ \text{ft}$$

$$= \{2\mathbf{i} - 1\mathbf{j} - 2\mathbf{k}\}\ \text{ft}$$

الخطوة الثانية : نجد مقدار متجه الموقع

The magnitudes of the position vectors are

$$r_{AC} = 3.00\ \text{ft} \qquad r_{AB} = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = 3.00\ \text{ft}$$

<u>الخطوة الثالثة :</u> نطبق القانون الذي يخص الزاوية المحصورة

في البسط نتيجة ضرب المتجهين ضرب نقطي

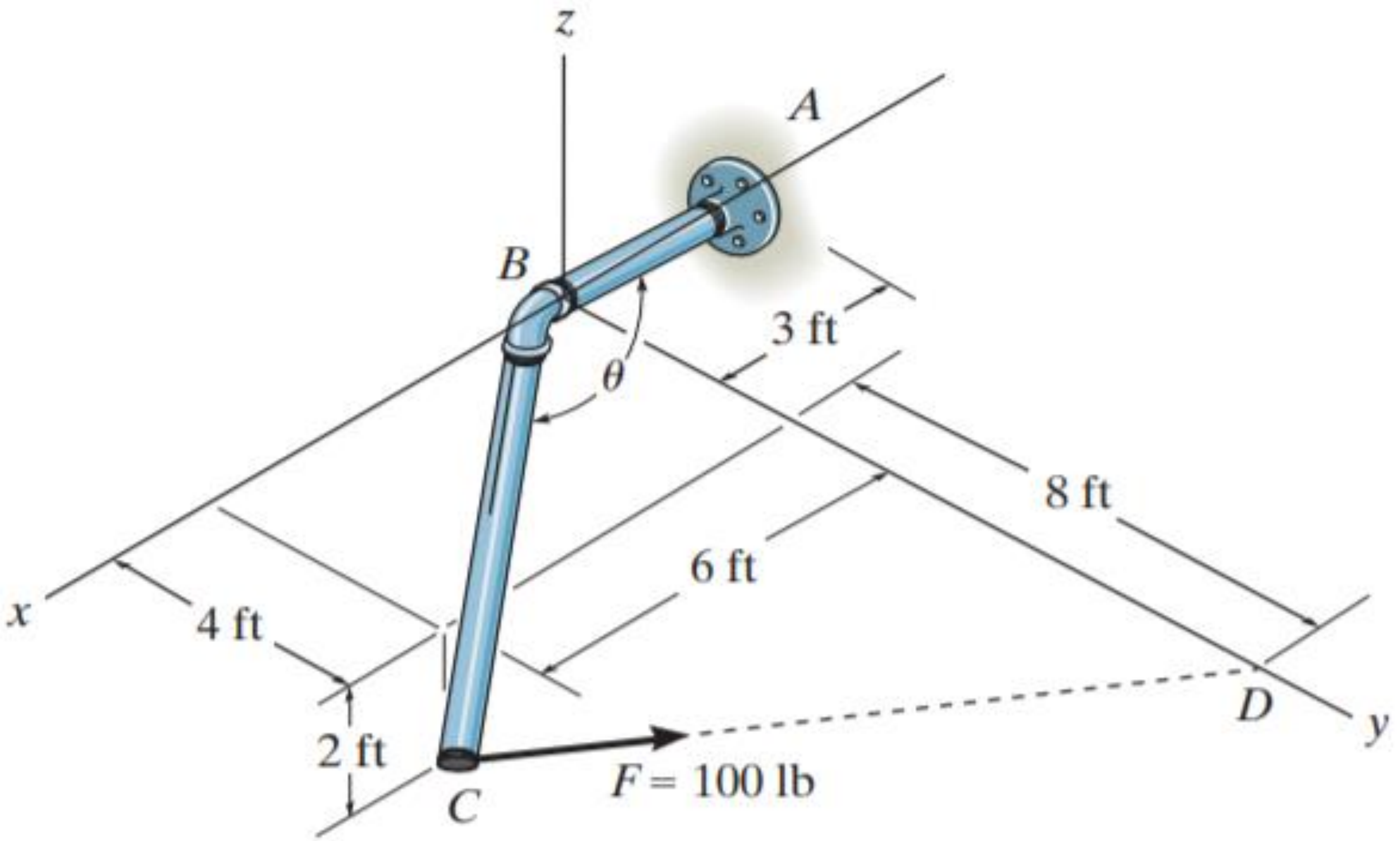
في المقام , مقدار كل متجه

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}}{AB}\right)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{AC}\cdot\mathbf{r}_{AB} &= (-3\mathbf{j})\cdot(2\mathbf{i} - 1\mathbf{j} - 2\mathbf{k})\\ &= 0(2) + (-3)(-1) + 0(-2)\\ &= 3\end{aligned}$$

$$\cos^{-1}\left[\frac{3}{3.00(3.00)}\right] = 70.5^\circ$$

❑**Prop2-127 .** Determine the angle θ between pipe segments **BA and BC** ?



<u>الخطوة الأولى :</u> نجد متجه الموقع ل المتجهات المطلوبة أي يعني الزاوية بين اي متجهات محصورة .

$$\overrightarrow{\gamma_{BC}} = \{6\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}\}\ \text{ft} \qquad BC = \sqrt{6^2 + 4^2 + 2^2} = 7.48$$

الزاوية محصورة بين

BC And BA

$$\overrightarrow{\gamma_{BA}} = \{-3\hat{i}\}\ \text{ft} \qquad BA = \sqrt{3^2} = 3$$

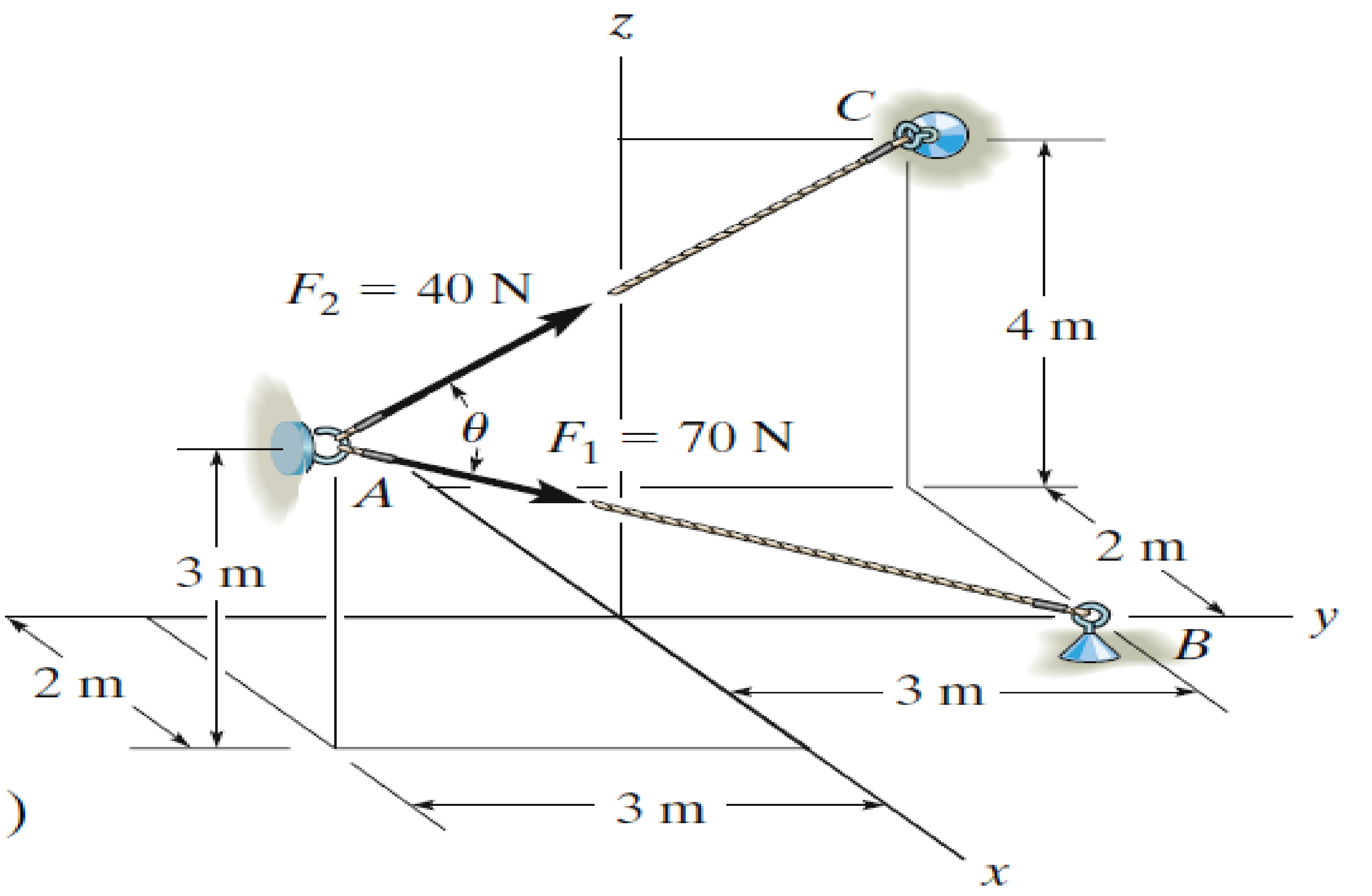
<u>الخطوة الثانية :</u> نجد مقدار متجه الموقع

<u>الخطوة الثالثة :</u> نطبق القانون الذي يخص الزاوية المحصورة

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\overrightarrow{\gamma_{BC}} \cdot \overrightarrow{\gamma_{BA}}}{|\overrightarrow{\gamma_{BC}}|\,|\overrightarrow{\gamma_{BA}}|}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{-18}{22.45}\right)$$

$$\theta = 143^\circ$$

❑**Prop2-115.** Determine the magnitude of the **projection** of the force **F1** along cable ***AC*** ?



الخطوة الأولى : نجد إحداثيات النقاط التي تمر بها القوة والمحور المطلوب في السؤال

$$A(2, -3, 3) \qquad B(0, 3, 0) \qquad C(-2, 3, 4)$$

الخطوة الثانية : نريد أن نجد القوة بالصيغة الكارتيزن لذلك نجد متجه الوحده ل المحور الذي تمر به القوة

$$\mathbf{u}_{AB} = \frac{(0 - 2)\mathbf{i} + [3 - (-3)]\mathbf{j} + (0 - 3)\mathbf{k}}{\sqrt{(0 - 2)^2 + [3 - (-3)]^2 + (0-3)^2}} = -\frac{2}{7}\mathbf{i} + \frac{6}{7}\mathbf{j} - \frac{3}{7}\mathbf{k}$$

الخطوة الثالثة : نضرب القوة ب متجه الوحدة

$$\mathbf{F}_1 = F_1\mathbf{u}_{AB} = 70\left(-\frac{2}{7}\mathbf{i} + \frac{6}{7}\mathbf{j} - \frac{3}{7}\mathbf{k}\right) = \{-20\mathbf{i} + 60\mathbf{j} - 30\mathbf{k}\}\ \mathrm{N}$$

الخطوة الرابعه : نجد متجه الوحدة ل المحور المطلوب

$$\mathbf{u}_{AC} = \frac{(-2-2)\mathbf{i} + [3-(-3)]\mathbf{j} + (4-3)\mathbf{k}}{\sqrt{(-2-2)^2 + [3-(-3)]^2 + (4-3)^2}} = -\frac{4}{\sqrt{53}}\mathbf{i} + \frac{6}{\sqrt{53}}\mathbf{j} + \frac{1}{\sqrt{53}}\mathbf{k}$$

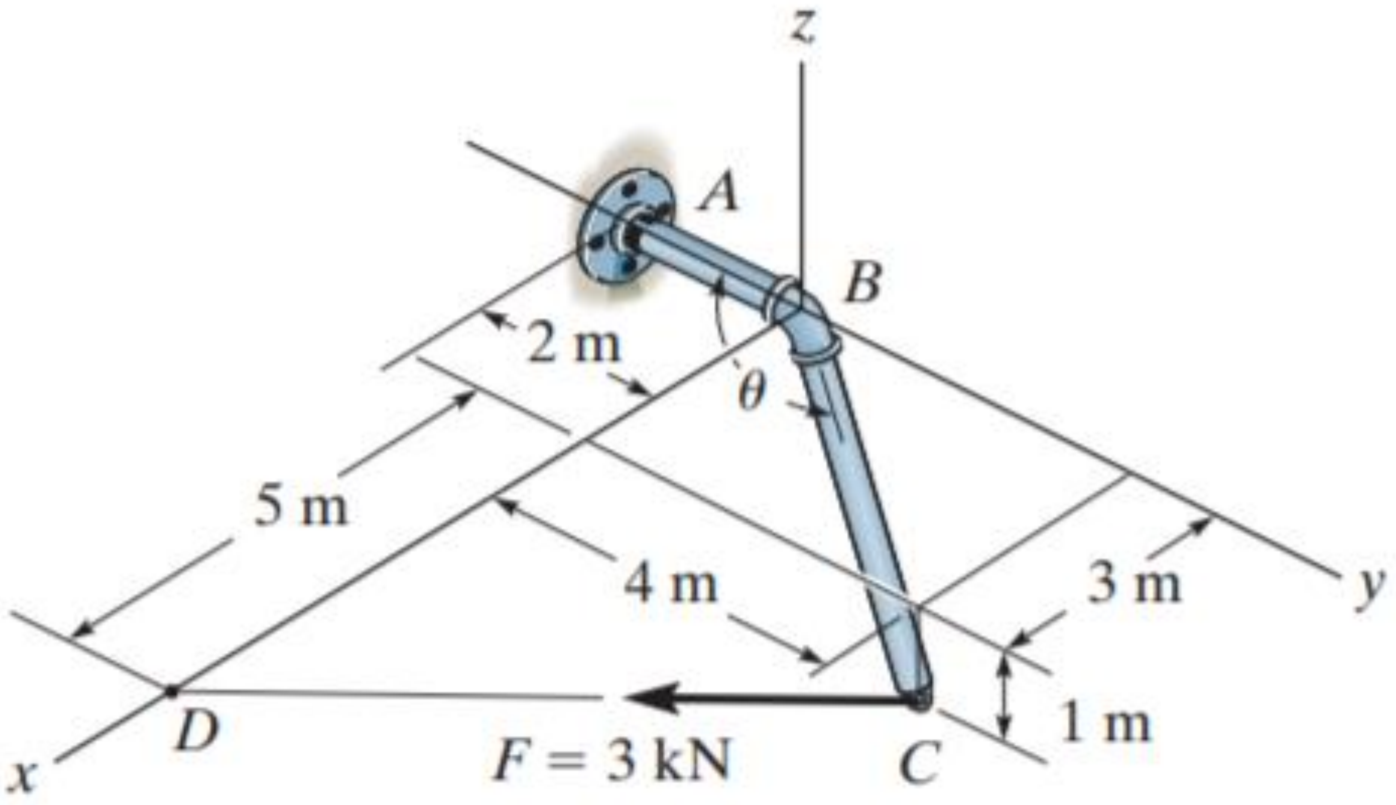
الخطوة الخامسه : نضرب القوة ب متجه الوحدة ل محور المطلوب وسوف نحصل على القوة ك مقدار وليست بالصيغة الكارتيزن

$$(F_1)_{AC} = \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{u}_{AC} = (-20\mathbf{i} + 60\mathbf{j} - 30\mathbf{k}) \cdot \left(-\frac{4}{\sqrt{53}}\mathbf{i} + \frac{6}{\sqrt{53}}\mathbf{j} + \frac{1}{\sqrt{53}}\mathbf{k}\right)$$

$$= (-20)\left(-\frac{4}{\sqrt{53}}\right) + 60\left(\frac{6}{\sqrt{53}}\right) + (-30)\left(\frac{1}{\sqrt{53}}\right)$$

$$= 56.32 \text{ N} = 56.3 \text{ N}$$

❑**Prop2-129 .** Determine the **<u>magnitude</u>** of the projected component of the 3 kN force acting along the axis **BC** of the pipe ?



الخطوة الأولى : نجد إحداثيات النقاط التي تمر بها القوة والمحور المطلوب في السؤال

$B\,(0, 0, 0)\ \text{m}, \qquad C(3, 4, -1) \qquad D(8, 0, 0).$

الخطوة الثانية : نريد أن نجد القوة بالصيغة الكارتيزن لذلك نجد متجه الوحده ل المحور الذي تمر به القوة

$$\mathbf{u}_{CD} = \frac{(8-3)\,\mathbf{i} + (0-4)\,\mathbf{j} + [0-(-1)]\,\mathbf{k}}{\sqrt{(8-3)^2 + (0-4)^2 + [0-(-1)]^2}} = \frac{5}{\sqrt{42}}\,\mathbf{i} - \frac{4}{\sqrt{42}}\,\mathbf{j} + \frac{1}{\sqrt{42}}\,\mathbf{k}$$

الخطوة الثالثة : نضرب القوة ب متجه الوحدة

$$\mathbf{F} = F\mathbf{u}_{CD} = 3\left(\frac{5}{\sqrt{42}}\,\mathbf{i} - \frac{4}{\sqrt{42}}\,\mathbf{j} + \frac{1}{\sqrt{42}}\,\mathbf{k}\right)$$

$$= \left(\frac{15}{\sqrt{42}}\,\mathbf{i} - \frac{12}{\sqrt{42}}\,\mathbf{j} + \frac{3}{\sqrt{42}}\,\mathbf{k}\right)\text{kN}$$

الخطوة الرابعه : نجد متجه الوحدة ل المحور المطلوب

$$\mathbf{u}_{BC} = \frac{(3-0)\,\mathbf{i} + (4-0)\,\mathbf{j} + (-1-0)\,\mathbf{k}}{\sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2 + (-1-0)^2}} = \frac{3}{\sqrt{26}}\,\mathbf{i} + \frac{4}{\sqrt{26}}\,\mathbf{j} - \frac{1}{\sqrt{26}}\,\mathbf{k}$$

الخطوة الخامسه : نضرب القوة ب متجه الوحدة ل محور المطلوب وسوف نحصل على القوة ك مقدار وليست بالصيغة الكارتيزن

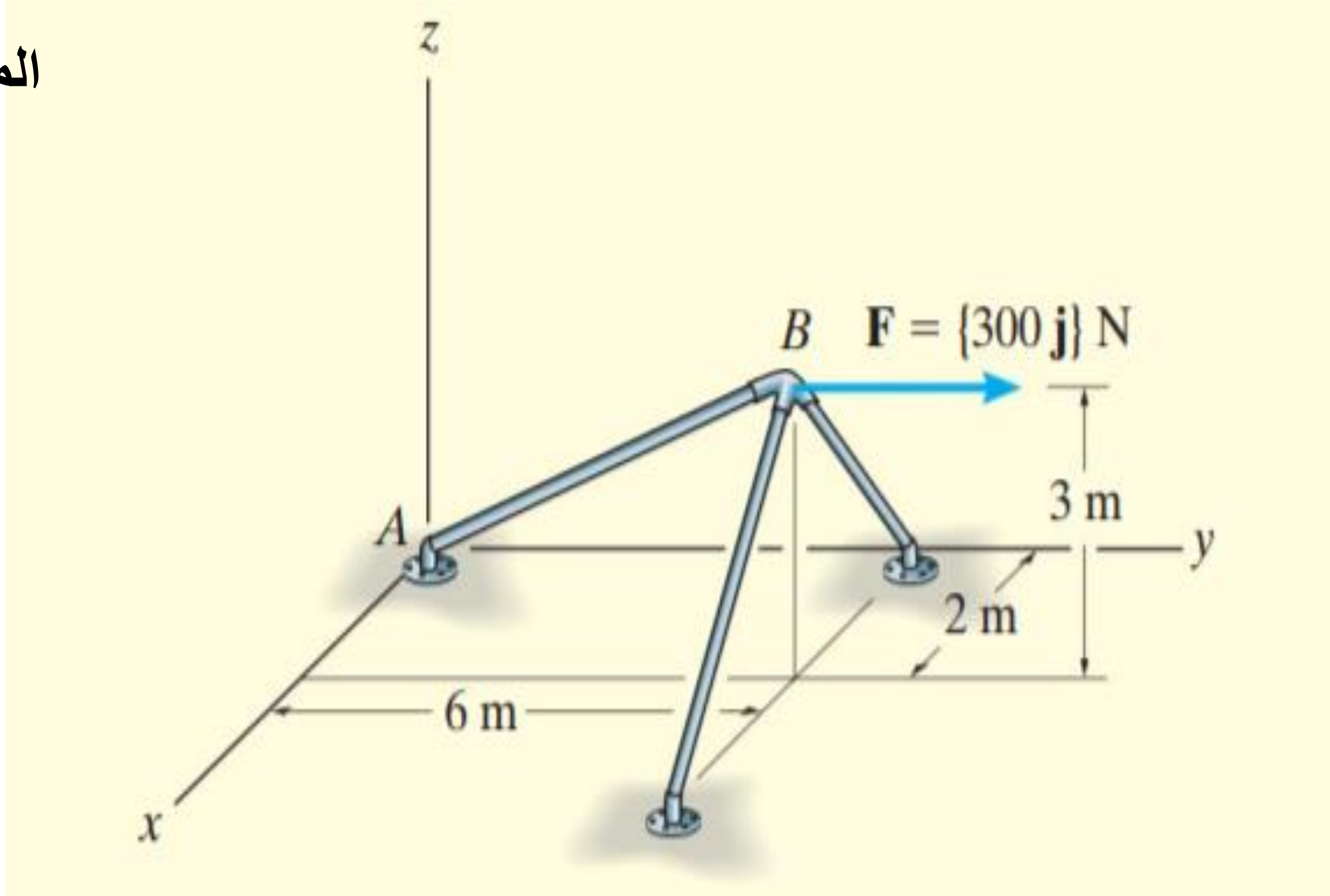
$$\left|(F_{BC})\right| = \left|\mathbf{F}\cdot\mathbf{u}_{BC}\right| = \left|\left(\frac{15}{\sqrt{42}}\mathbf{i} - \frac{12}{\sqrt{42}}\mathbf{j} + \frac{3}{\sqrt{42}}\mathbf{k}\right)\cdot\left(\frac{3}{\sqrt{26}}\mathbf{i} + \frac{4}{\sqrt{26}}\mathbf{j} - \frac{1}{\sqrt{26}}\mathbf{k}\right)\right|$$

$$= \left|\left(\frac{15}{\sqrt{42}}\right)\left(\frac{3}{\sqrt{26}}\right) + \left(-\frac{12}{\sqrt{42}}\right)\left(\frac{4}{\sqrt{26}}\right) + \frac{3}{\sqrt{42}}\left(-\frac{1}{\sqrt{26}}\right)\right|$$

$$= \left|-\frac{6}{\sqrt{1092}}\right| = \left|-0.1816\text{ kN}\right| = 0.182\text{ kN} \qquad \textbf{Ans.}$$

❑ **Example 2.15 .** The frame shown in is subjected to a horizontal force F = {300j} N. Determine the magnitudes of the components of this force parallel and perpendicular to **<u>member AB</u>**

AB: المحور المطلوب



الخطوة الأولى : نجد إحداثيات النقاط التي تمر بها المحور المطلوب والأصل عليك إيجادهم الأن بإتقان وسرعه

المحور المطلوب :AB

B(2,6,3) **A(0,0,0)**

الخطوة الثانية : نريد **متجه الموقع** ل المحور المطلوب ومن ثم إيجاد **متجه الوحده** ل المحور المطلوب

$$\mathbf{u}_B = \frac{\mathbf{r}_B}{r_B} = \frac{2\mathbf{i} + 6\mathbf{j} + 3\mathbf{k}}{\sqrt{(2)^2 + (6)^2 + (3)^2}} = 0.286\,\mathbf{i} + 0.857\,\mathbf{j} + 0.429\,\mathbf{k}$$

الخطوة الثالثة : نريد أن نجد القوة بالصيغة الكارتيزن والتي تمر ب المتجه المطلوب والناتج سيكون مقدار

$$\mathbf{F}\cdot\mathbf{u}_B = (300\mathbf{j})\cdot(0.286\mathbf{i} + 0.857\mathbf{j} + 0.429\mathbf{k})$$

$$= (0)(0.286) + (300)(0.857) + (0)(0.429)$$

$$= 257.1 \text{ N}$$

<u>الخطوة الرابعه :</u> الأن نريد إيجاد القوة التي تمر بالمحور المطلوب ك صيغة كارتيزن لأننا في الخطوة السابقة كانت ك مقدار

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{AB} &= F_{AB}\mathbf{u}_B = (257.1\text{ N})(0.286\mathbf{i} + 0.857\mathbf{j} + 0.429\mathbf{k}) \\ &= \{73.5\mathbf{i} + 220\mathbf{j} + 110\mathbf{k}\}\text{ N}\end{aligned}$$

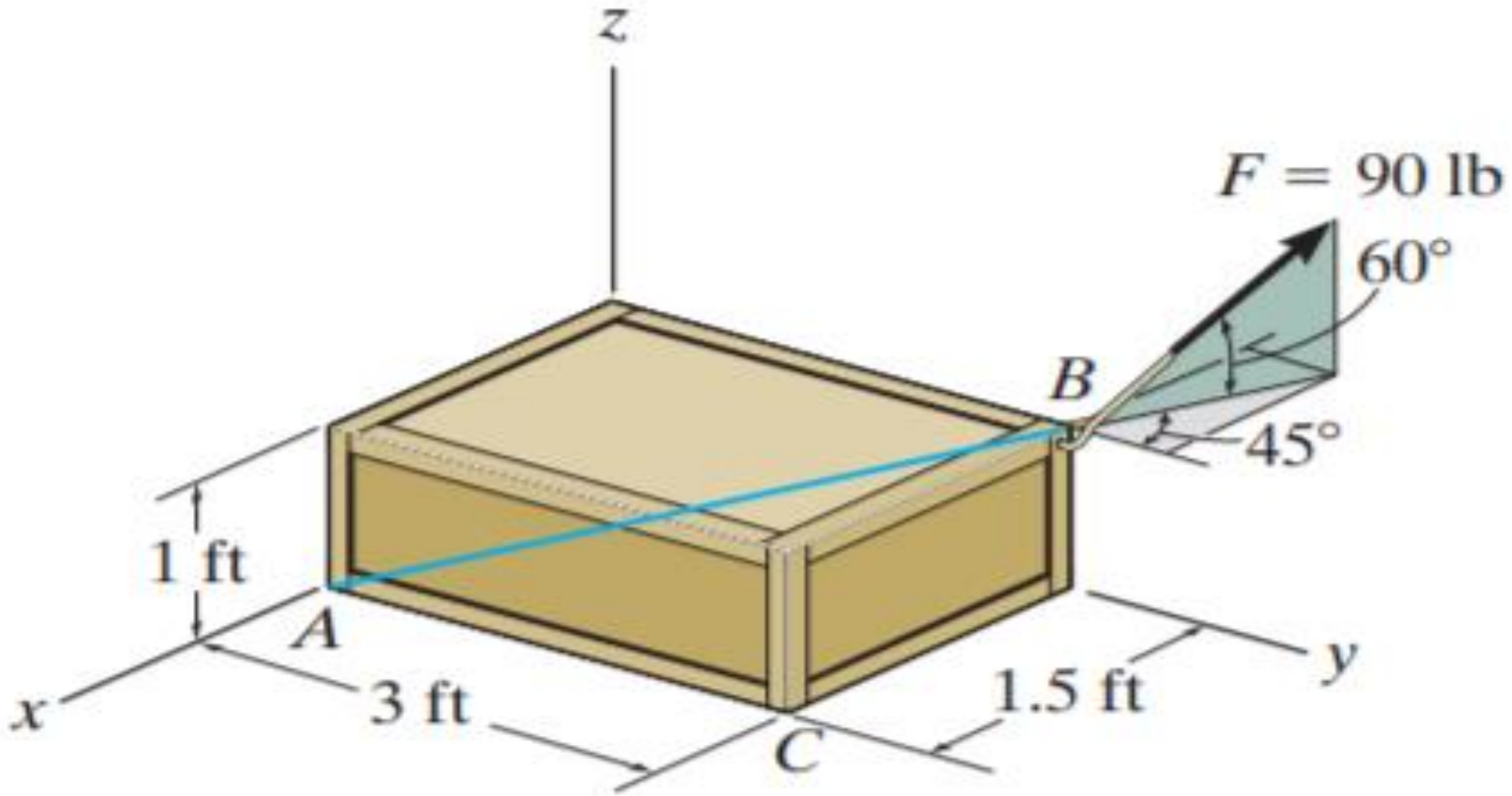
<u>الخطوة الخامسة :</u> نريد إيجاد المركبة العامودية بالصيغة الكارتيزن عن طريق تطبيق القانون

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{\perp} &= \mathbf{F} - \mathbf{F}_{AB} = 300\mathbf{j} - (73.5\mathbf{i} + 220\mathbf{j} + 110\mathbf{k}) \\ &= \{-73.5\mathbf{i} + 79.6\mathbf{j} - 110\mathbf{k}\}\text{ N}\end{aligned}$$

<u>الخطوة السادسة :</u> نجد المركبة العامودية مقدار وهذه الخطوة إختيارية أي يعني إذا طلب السؤال منك

$$\begin{aligned}F_{\perp} &= \sqrt{F^2 - F_{AB}^2} = \sqrt{(300\text{ N})^2 - (257.1\text{ N})^2} \\ &= 155\text{ N}\end{aligned}$$

❑**Prop2-134 .** Determine the magnitudes of the components of the force F = 90 lb acting parallel and perpendicular to diagonal **AB** of the crate.



الخطوة الأولى : نجد إحداثيات النقاط التي تمر بها المحور المطلوب والأصل عليك إيجادهم الأن بإتقان وسرعه

AB: المحور المطلوب

A(1.5,0,0) **B(0,3,1)**

الخطوة الثانية : نريد **متجه الموقع** ل المحور المطلوب ومن ثم إيجاد **متجه الوحده** ل المحور المطلوب

$$\mathbf{u}_{AB} = \frac{\mathbf{r}_{AB}}{r_{AB}} = \frac{(0 - 1.5)\mathbf{i} + (3 - 0)\mathbf{j} + (1 - 0)\mathbf{k}}{\sqrt{(0 - 1.5)^2 + (3 - 0)^2 + (1 - 0)^2}} = -\frac{3}{7}\mathbf{i} - \frac{6}{7}\mathbf{j} + \frac{2}{7}\mathbf{k}$$

الخطوة الثالثة : يجب أن تكون القوة ب صيغة الكارتيزن

$$\mathbf{F} = 90(-\cos 60^\circ \sin 45^\circ\mathbf{i} + \cos 60^\circ \cos 45^\circ\mathbf{j} + \sin 60^\circ\mathbf{k})$$

$$= \{-31.82\mathbf{i} + 31.82\mathbf{j} + 77.94\mathbf{k}\}\ \text{lb}$$

<u>الخطوة الرابعه :</u> نريد أن نجد القوة بالصيغة الكارتيزن والتي تمر ب المتجه المطلوب والناتج سيكون مقدار

$$[(F)_{AB}]_{\text{pa}} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{u}_{AB} = (-31.82\mathbf{i} + 31.82\mathbf{j} + 77.94\mathbf{k})\cdot\left(-\frac{3}{7}\mathbf{i} + \frac{6}{7}\mathbf{j} + \frac{2}{7}\mathbf{k}\right)$$

$$= (-31.82)\left(-\frac{3}{7}\right) + 31.82\left(\frac{6}{7}\right) + 77.94\left(\frac{2}{7}\right)$$

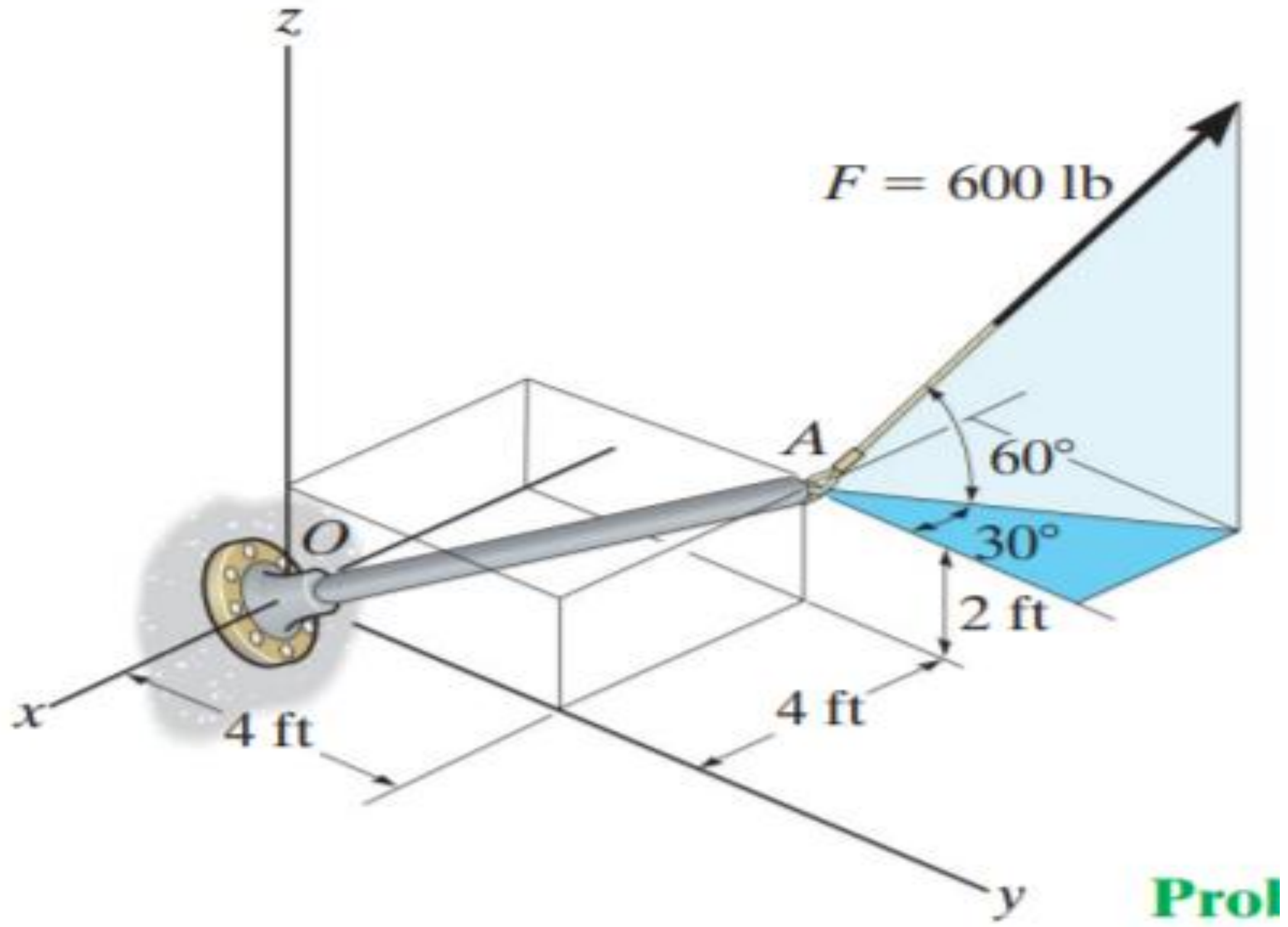
$$= 63.18 \text{ lb} = 63.2 \text{ lb} \qquad \textbf{Ans.}$$

<u>الخطوة الخامسة :</u> نريد إيجاد المركبة العامودية ك مقدار

$$[(F)_{AB}]_{\text{pr}} = \sqrt{F^2 - [(F)_{AB}]_{\text{pa}}{}^2} = \sqrt{90^2 - 63.18^2} = 64.1 \text{ lb}$$

الخطوات لم تختلف ولكنها **تعتمد على السؤال** وماذا طلب وسأضعه ملخص للخطوات هذا السؤال

❑**F2-30** Determine the components of the force acting parallel and perpendicular to the **axis of the pole** ?



الخطوة الأولى : نجد إحداثيات النقاط التي تمر بها المحور المطلوب والأصل عليك إيجادهم الأن بإتقان وسرعه

OA: المحور المطلوب **O(0,0,0)** **A(4,4,2)**

الخطوة الثانية : نريد **متجه الموقع** ل المحور المطلوب ومن ثم إيجاد **متجه الوحده** ل المحور المطلوب

$$u_{OA}=\frac{r_{OA}}{r_{OA}}=\frac{(4-0)i+(4-0)j+(2-0)j}{\sqrt{4^2+4^2+2^2}}=\frac{4}{6}i+\frac{4}{6}j+\frac{2}{6}k$$

الخطوة الثالثة : يجب أن تكون القوة ب صيغة الكارتيزن

$$\vec{F}=[-600cos(60)sin(30)i+600cos(60)cos(30)j+ 600sin(60)k]=[-150i+260.j+520.k]$$

<u>الخطوة الرابعه :</u> نريد أن نجد القوة بالصيغة الكارتيزن والتي تمر ب المتجه المطلوب والناتج سيكون مقدار

$$F_{||} = \frac{[-150i + 260.j + 520.k] \cdot [-4i + 4j + 2k]}{6} =$$
$$100 + 346 = 446$$

<u>الخطوة الخامسة :</u> نريد إيجاد المركبة العامودية ك مقدار

$$\vec{F_{\perp}} = \sqrt{\vec{F}^2 - \vec{F_{||}}^2} = \sqrt{600^2 - 446^2} = 401\,\mathrm{lb}$$

3
Equilibrium of a Particle 87

الشابتر الثالث من **أسهل** وأقصر الشابتر الموجودة في المادة .

يشبه كثيرا مادة الفيزياء العامة 1 .

علامة مضمونه في الإمتحان ولا تنسى أنها مادة تراكمية ومعتمدة على بعضها البعض ,
سندخل في النظام ثنائي البعد ونظام الثلاثي الأبعاد ودائما أقول وأكرر إن كان لك وقت كافي
لا مانع من الإطلاع على أسئلة إضافية وأرجو لكم كل التوفيق والنجاح .

- A **particle** is said to be in **equilibrium** if it remains at **rest** if originally at rest, or has a **constant velocity** if originally in motion.

إن الجسيم في حالة توازن إذا بقي في حالة اتزان إذا كان في الأصل في حالة سكون ، أو كان له سرعة ثابتة في حال حركته .

- **To maintain equilibrium**, it is necessary to satisfy Newton's first law of motion, which requires the **resultant force** acting on a particle to be equal to **zero.**

للمحافظة على التوازن ، من الضروري تلبية قانون نيوتن الأول للحركة ، والذي يتطلب أن تكون القوة الناتجة التي تؤثر على الجسم تساوي صفر .

- Also , F=ma   ma=0 so the a=0 (constant velocity)

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

- To **apply** the equation of equilibrium, we must **account** for all the known and unknown forces (F) which act on the particle.

لكي نطبق قوانين الإتزان لا بد من معرفة قيمة القوى المؤثرة على الجسم .

- **The best way** to do this is to think of the particle as **isolated** and **free** from its surroundings. A drawing that shows the particle with **all the forces** that act on it is called a **Free-Body Diagram (FBD).**

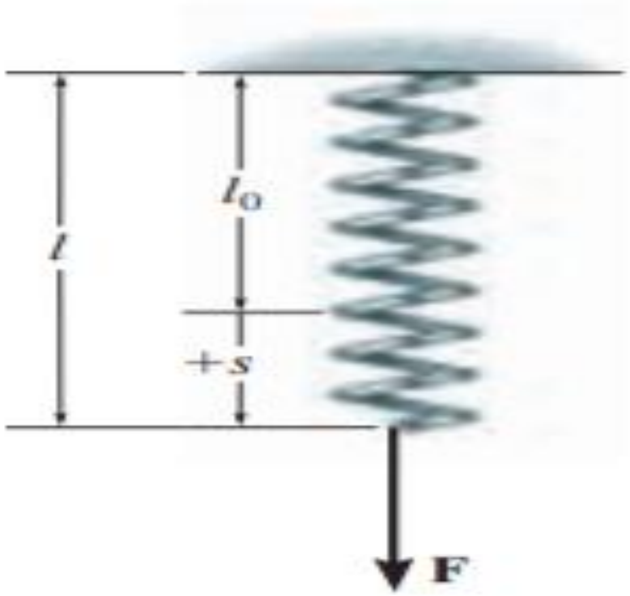
أفضل طريقه ل معرفة القوى هي عزل الجسم عن الوسط المحيط به ورسم المخطط الجسم الحر .

❑**Springs(الزنبرك):** If a linearly elastic spring of undeformed length l_o is used to support a particle, the length of the spring will change in direct proportion to the force F acting on it .

الزنبرك يكون له طول إبتدائي ولكن في حالة تم استخدامه في تثبيت جسم فإن طوله سيتغير تناسبا مع إتجاه القوة المؤثرة عليه .

❑**Stiffness k** : Defines the “Elasticity” of a spring .

مقاومة الزنبرك ل الإستطالة .



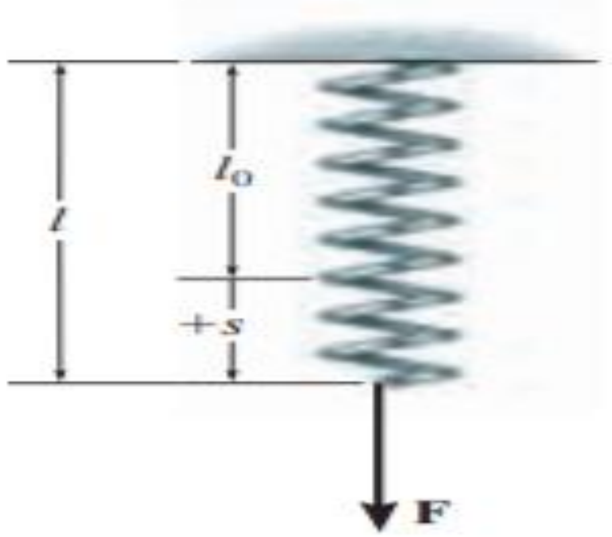
- The magnitude of force exerted on a linearly elastic spring which has a stiffness k and is deformed (elongated or compressed) a distance

$s = l - l_o$(الإستطالة), measured from its unloaded position, is **F=Ks (حساب القوة)**

مقدارالقوة المؤثرة على الزنبرك والذي له معامل والذي قد تعرض ل تشوه وكانت بمقدار محدد تكون القوة كما في المعادلة التي مكتوبة .

- If s is **positive**, causing an elongation, then F must **pull** on the spring; whereas if s is **negative**, causing a shortening, then F must **push** on it.

إن كانت الإستطالة موجبة فهذا يعني أن القوة قد تسحب به وإن كانت الإستطالة سالبة أي عني أن القوة تدفع به .

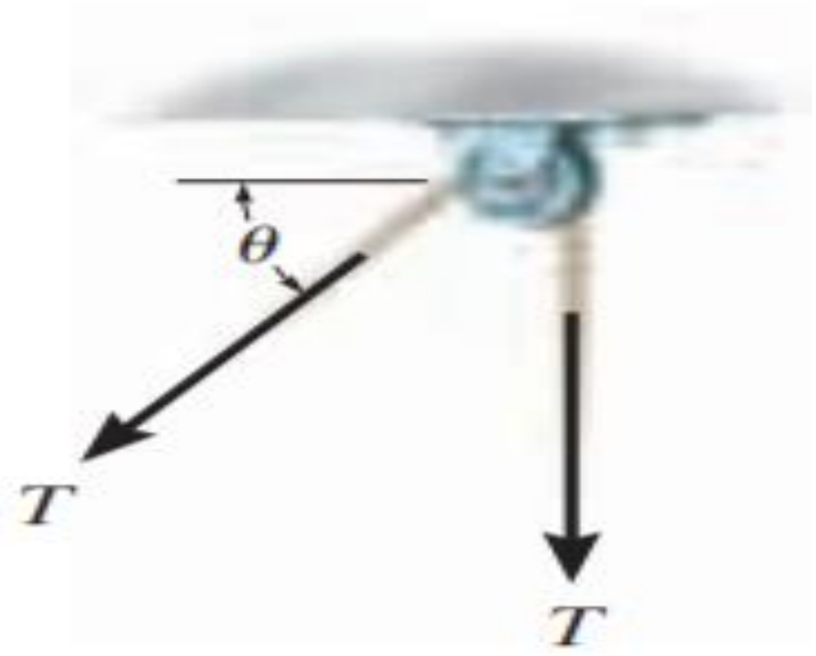


- **Cables and Pulleys :** All cables will be assumed to have **negligible weight** and they cannot stretch.

Also, a cable can support only a tension or “pulling” force, and this force always acts in the <u>**direction**</u> of the cable.

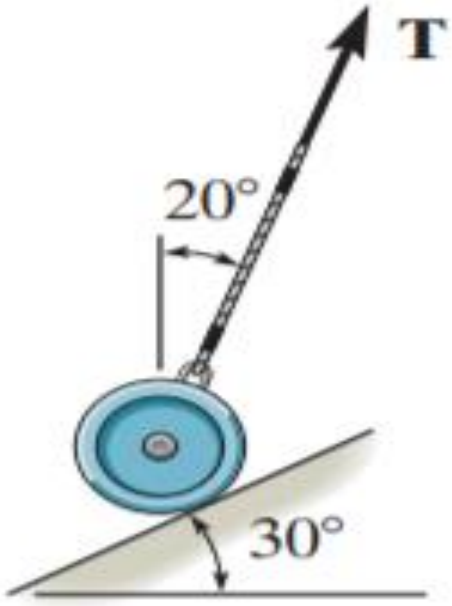
يفترض أن جميع الكابلات (أو الحبال) لها وزن ضئيل ولا يمكن أن تمدد.

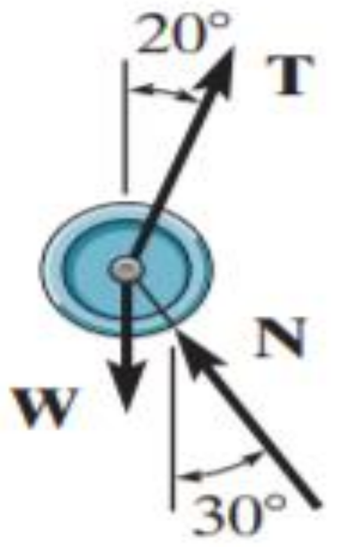
أيضًا ، يمكن أن يدعم الكبل قوة شد أو قوة سحب فقط ، وهذه القوة تعمل دائمًا في اتجاه الحبل.



- **Smooth Contact:** If an object rests on a smooth surface, then the surface will exert a force on the object that is **normal to the surface** at the **point of contact**.

إذا استقر جسم ما على سطح أملس ، فسوف يمارس السطح قوة على الجسم وتكون القوة عامودية على السطح عند نقطة الإتصال .





- If a particle is subjected to a system of **coplanar forces** that lie in the x–y plane, then each force can be **resolved** into its i and j components.

عندما يكون الجسم متعرض لأكثر من قوى فعلينا تحليلها وتجميعها وفقا ل المركبات أي يعني المركبات السينية مع بعضها البعض والمركبات الصادية مع بعضها البعض .

- **<u>For Equilibrium</u>**, these forces must sum to produce a **zero force resultant** .

لتحقيق التوازن ، يجب أن يكون مجموع القوة المؤثرة يساوي صفر

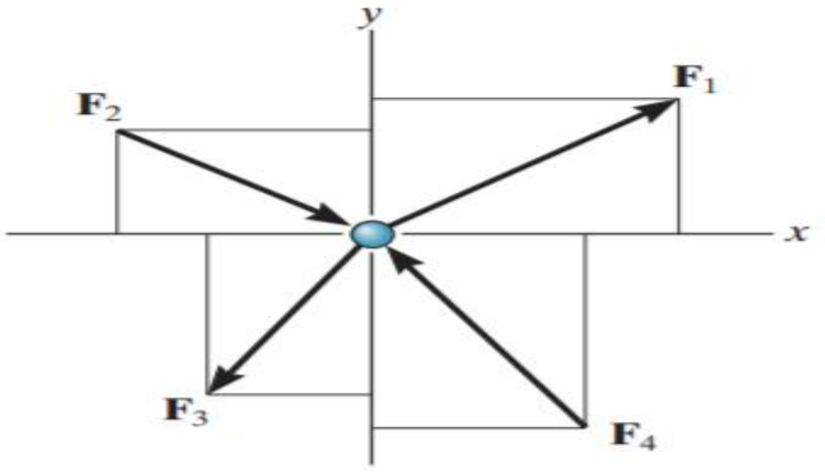
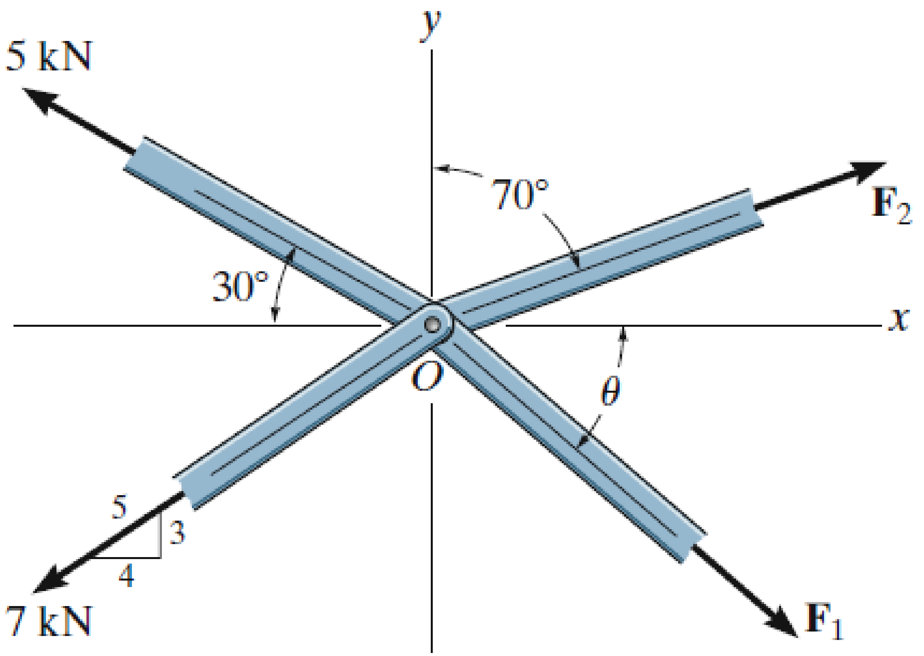


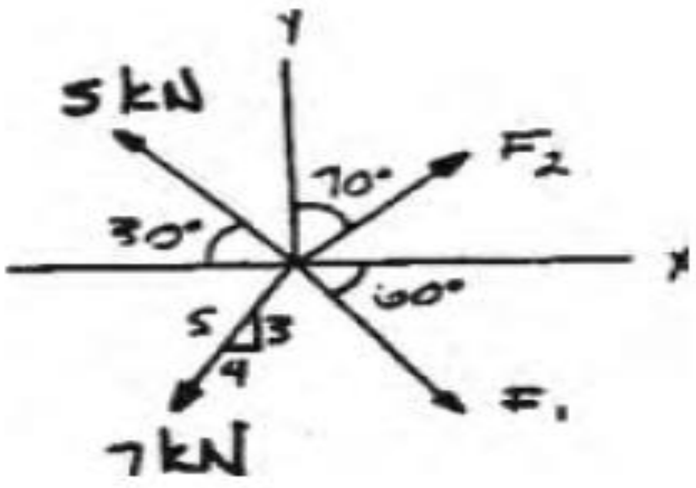
Fig. 3–4

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

❑**Prop3.2** . The members of a truss are pin connected at joint *O*. Determine the magnitudes of and for equilibrium. Set θ = 60°.?

رسم مخطط الجسم الحر ومن ثم تحليل القوة ومن ثم تطبيق قوانين نيوتن , سأقوم بشرح هذا السؤال بالتفصيل الممل لكي تصل الفكرة ومن ثم بعض الخطوات ستكون بديهية بالنسبة لكم .





الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم

عليك إتقان مهارة التحليل والتعامل مع المثلثات بشكل إحترافي .

الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad F_2 \sin 70^\circ + F_1 \cos 60^\circ - 5 \cos 30^\circ - \frac{4}{5}(7) = 0$$

$$0.9397F_2 + 0.5F_1 = 9.930$$

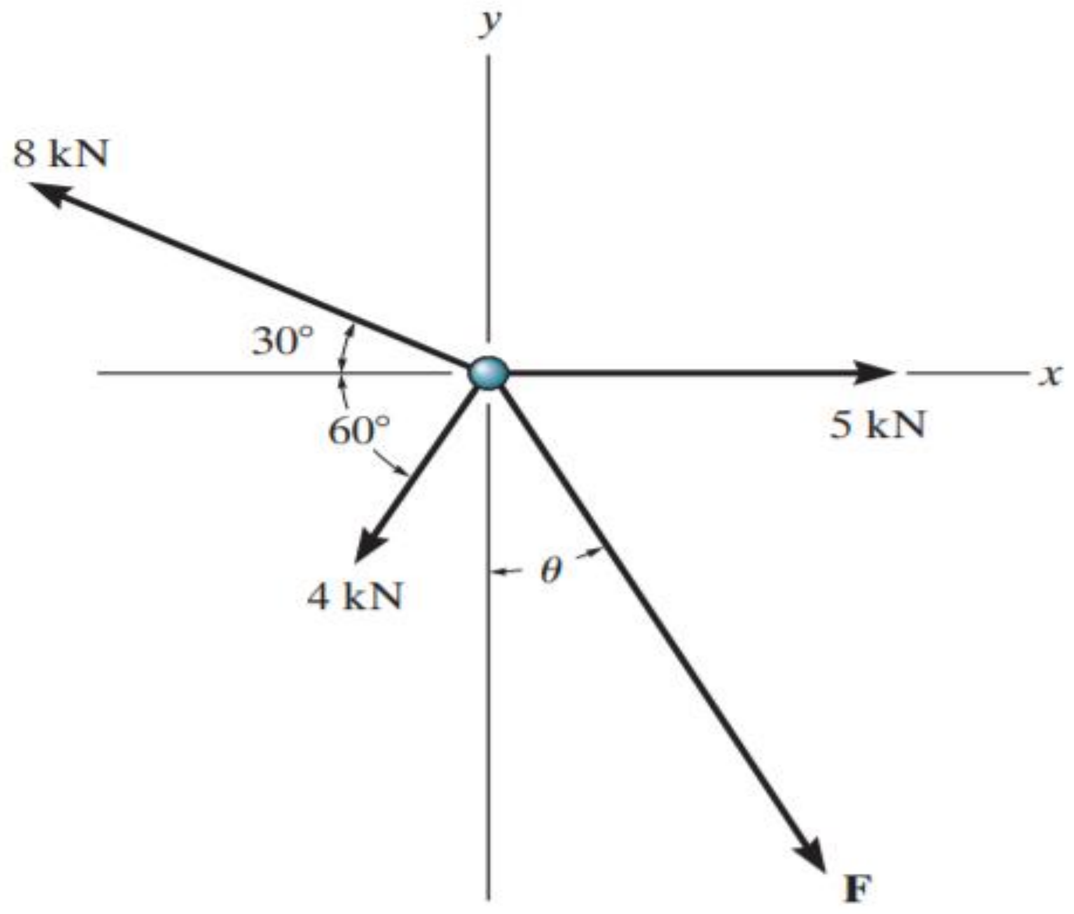
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad F_2 \cos 70^\circ + 5 \sin 30^\circ - F_1 \sin 60^\circ - \frac{3}{5}(7) = 0$$

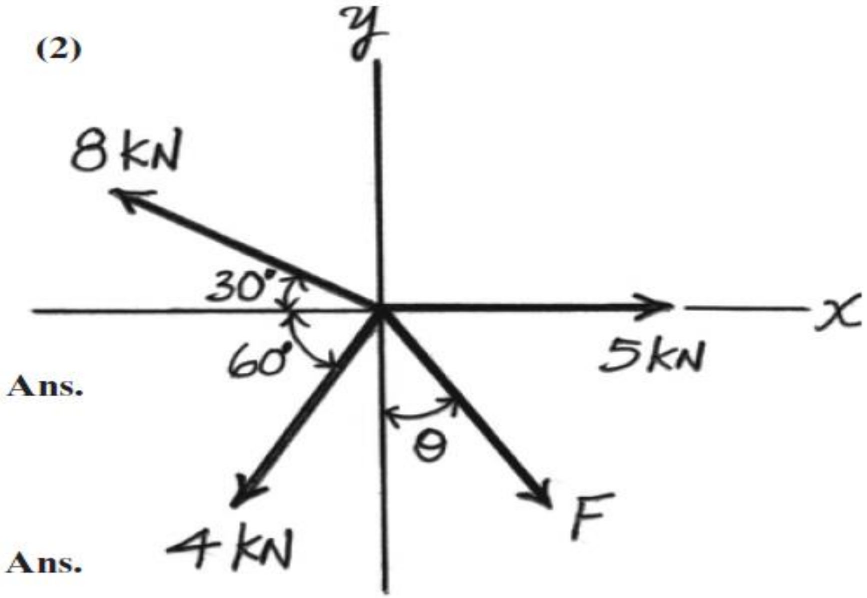
$$0.3420F_2 - 0.8660F_1 = 1.7$$

$$F_2 = 9.60 \text{ kN}$$

$$F_1 = 1.83 \text{ kN}$$

❑**Prop3.3 .** Determine the magnitude and direction θ of F so that the particle is **<u>in equilibrium </u>**?





الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم
عليك إتقان مهارة التحليل والتعامل مع المثلثات بشكل إحترافي .

الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \end{aligned}$$

$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \qquad F \sin \theta + 5 - 4 \cos 60° - 8 \cos 30° = 0$

$$F \sin \theta = 3.9282$$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 8 \sin 30° - 4 \sin 60° - F \cos \theta = 0$

$$F \cos \theta = 0.5359$$

الخطوة الثالثة :

تطبيق مهارات حل المعادلات بالتعويض أو الحذف **وإيجاد المتغيرات**

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 7.3301$$

قسمة المعادلة الأولى على الثانية

Realizing that $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$, then

$$\tan\theta = 7.3301$$

$$\theta = 82.23^\circ = 82.2^\circ$$

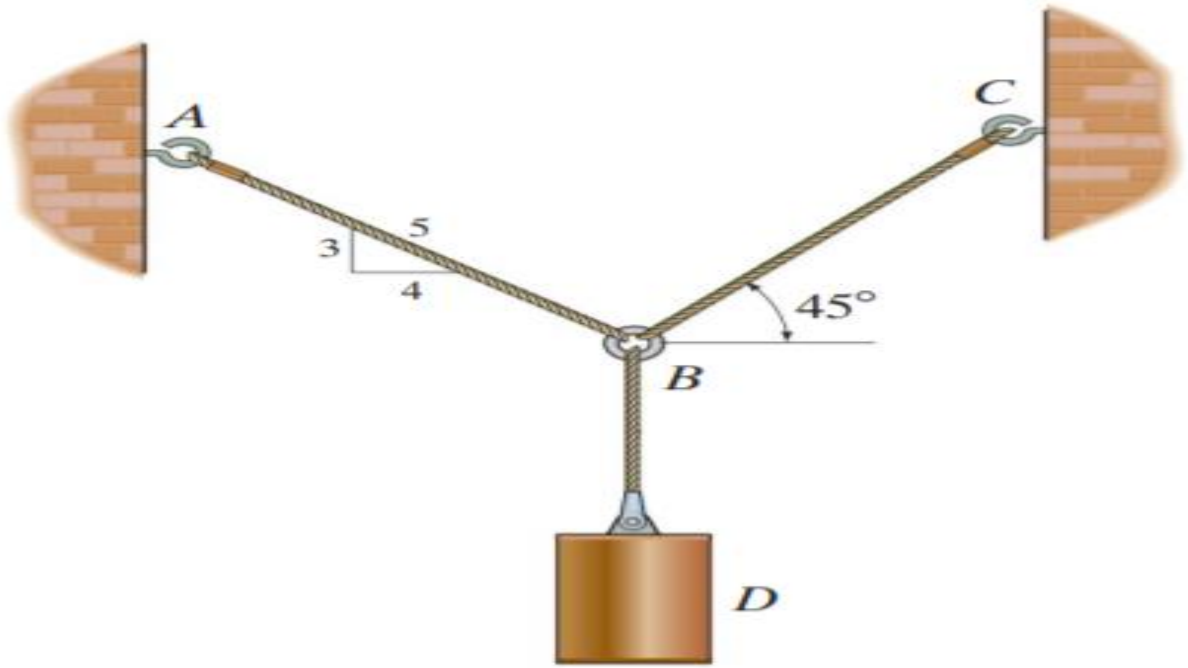
$$F \sin 82.23^\circ = 3.9282$$

$$F = 3.9646\ \text{kN} = 3.96\ \text{kN}$$

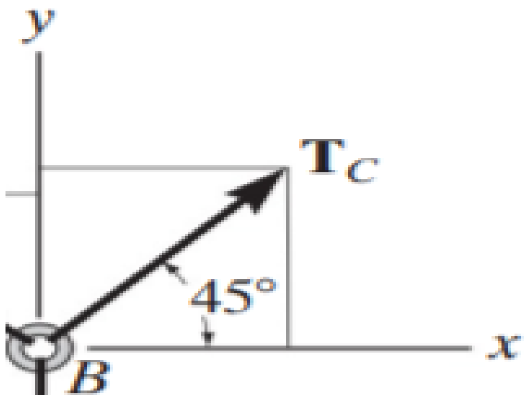
- **Example 3.2 :** Determine the **Tension** in cables BA and BC necessary to support the **60-kg** cylinder ?

خطوات الحل :

رسم مخطط الجسم الحر ومن ثم تحليل القوة ومن ثم تطبيق قوانين نيوتن , سأقوم بشرح هذا السؤال بالتفصيل الممل لكي تصل الفكرة ومن ثم بعض الخطوات ستكون بديهية بالنسبة لكم .



الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم
عليك إتقان مهارة التحليل والتعامل مع المثلثات بشكل إحترافي .

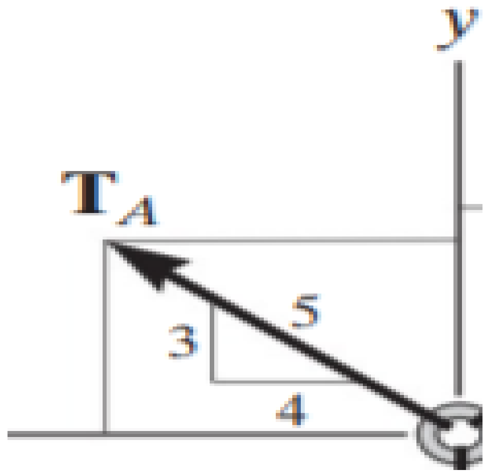


$$T_C \cos 45^\circ$$

$$T_C \sin 45^\circ$$

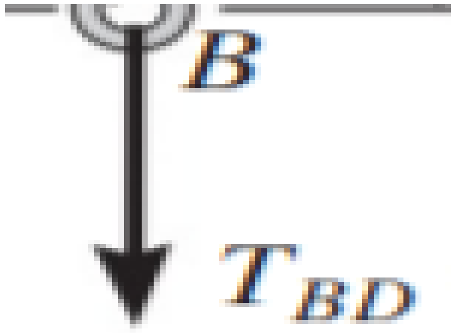
<u>من باب المساعده ولسهولة التعامل مع المثلث :</u>

نريد **المركبة السينية** , ننظر إلى الضلع الموازي ل المحور السيني ونقسمه على الوتر
نريد **المركبة الصادية** , ننظر إلى الضلع الموازي ل المحور الصادي ونقسمه على الوتر
والمركبتين نضربهم بالقوة



$$\left(\frac{4}{5}\right)T_A$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)T_A$$



الوزن **لا يحلل** لأنه منطبق على محور الصادي السالب **<u>وعلينا الإنتباه للإشارات جيدا</u>**

الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\boxed{\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0\\ \Sigma F_y &= 0\end{aligned}}$$

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad T_C \cos 45^\circ - \left(\tfrac{4}{5}\right)T_A = 0 \qquad (1)$$

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad T_C \sin 45^\circ + \left(\tfrac{3}{5}\right)T_A - 60(9.81)\text{ N} = 0 \qquad (2)$$

T_{BD}= . وزن الإسطوانة مضروب ب تسارع الجاذبية الأرضية

الخطوة الثالثة :

تطبيق مهارات حل المعادلات بالتعويض أو الحذف وإيجاد المتغيرات

Equation (1) can be written as $T_A = 0.8839T_C$. Substituting this into Eq. (2) yields

$$T_C \sin 45^\circ + \left(\tfrac{3}{5}\right)(0.8839T_C) - 60(9.81)\text{ N} = 0$$

so that

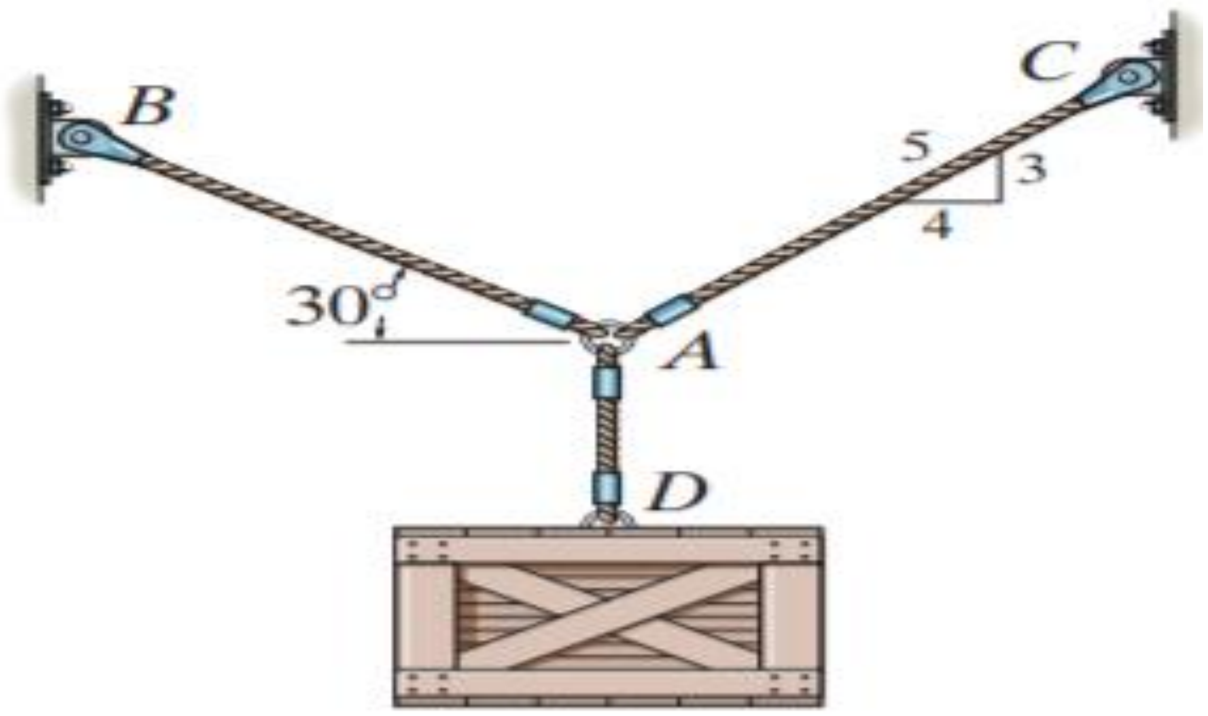
$$T_C = 475.66\text{ N} = 476\text{ N} \qquad \textit{Ans.}$$

Substituting this result into either Eq. (1) or Eq. (2), we get

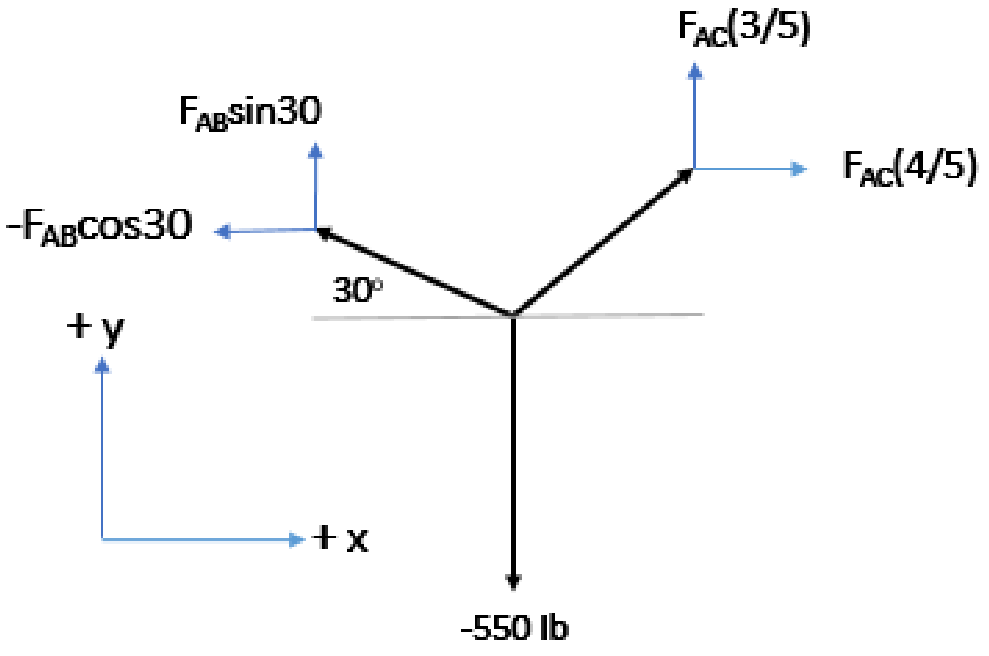
$$T_A = 420\text{ N} \qquad \textit{Ans.}$$

❑**F3.1 .** The crate has a weight of 550 lb. Determine the **force in each supporting cable ?**

نفس **فكرة المثال السابق** الذي وضعناه سابقا ولكن هذا فقط من باب التأكيد وتثبيت الفهم ونفس الخطوات سابقا .



FBD



الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم

عليك إتقان مهارة التحليل والتعامل مع المثلثات بشكل إحترافي .

الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\boxed{\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0\\ \Sigma F_y &= 0\end{aligned}}$$

$$\rightarrow + \sum Fx = 0$$

$$\tfrac{4}{5} Fac - Fab\, cos30^o = 0 \quad ....(1)$$

الوزن **لا يحلل** لأنه منطبق على محور الصادي السالب وعلينا الإنتباه للإشارات جيدا

$$\uparrow + \sum Fy = 0$$

$$\tfrac{3}{5} Fac + Fab\, sin30^o - 550 = 0 \quad ....(2)$$

الخطوة الثالثة :

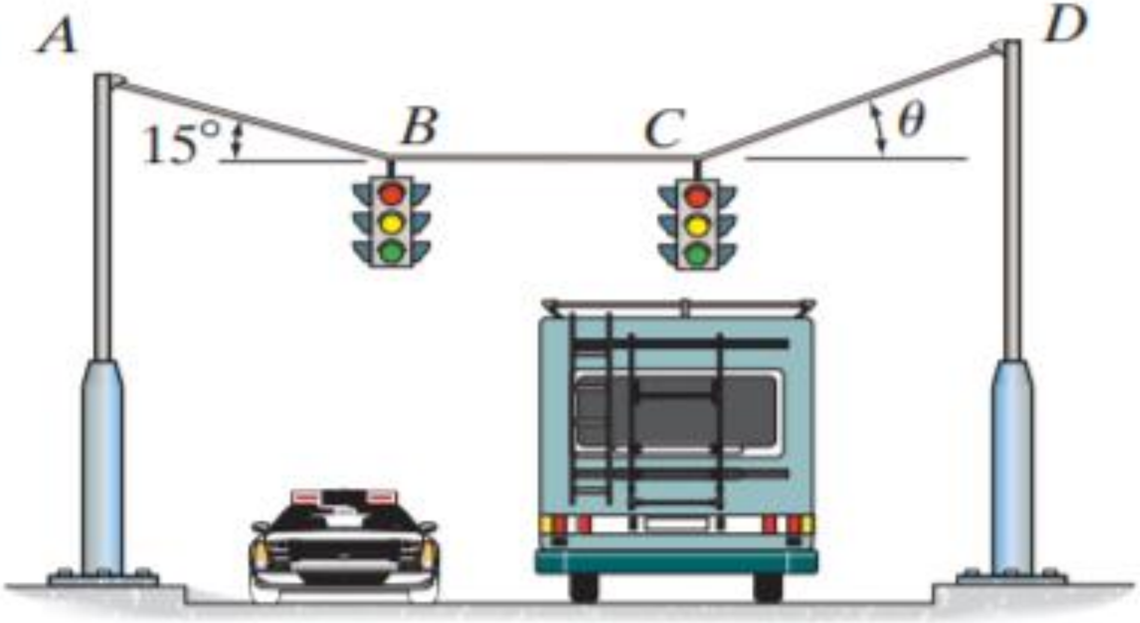
تطبيق مهارات حل المعادلات بالتعويض أو الحذف وإيجاد المتغيرات

from (1) and (2)

$$Fab = 478lb \quad Fac = 518lb$$

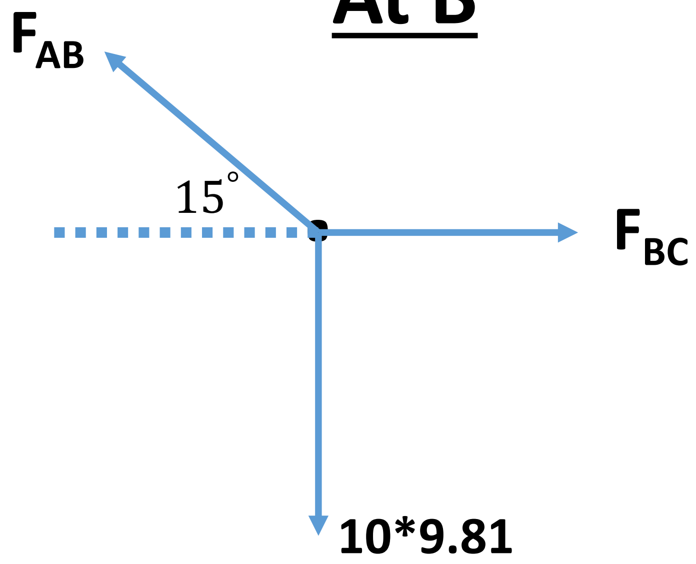
❑**F3-6 .** Determine the tension in cables AB, BC, and CD, necessary to support the 10-kg and 15-kg traffic lights at B and C, respectively. Also, find the angle θ ?

سؤال جيد وها قد **بدأنا بزيادة المستوى** , **الفكرة هنا** نريد تطبيق قوانين الإتزان عند **النقطتين** وإيجاد المطاليب .



الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم
عليك إتقان مهارة التحليل والتعامل مع المثلثات بشكل إحترافي .

At B



الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\boxed{\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \end{aligned}}$$

الوزن **لا يحلل** لأنه منطبق على محور الصادي السالب وعلينا الإنتباه للإشارات جيدا

$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_{AB} sin(15) - 10(9.81) = 0$$

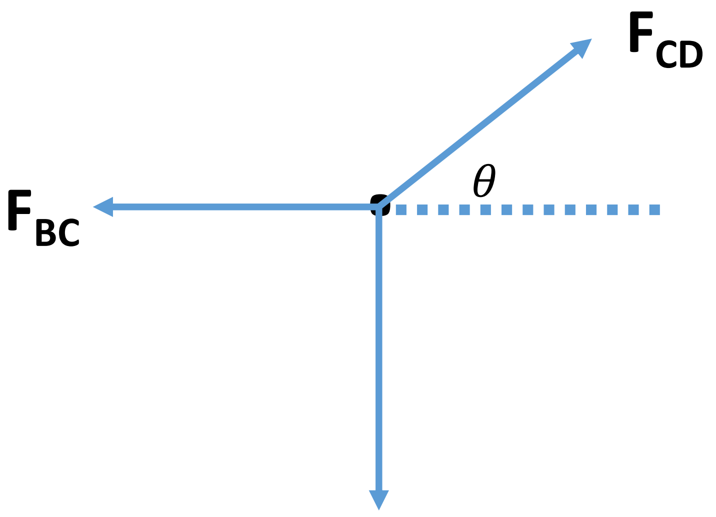
$$T_{AB} = 379\,\mathrm{N}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow T_{BC} - T_{AB} cos(15) = 0$$

$$T_{BC} = 366\,\mathrm{N}$$

الخطوة الثالثة :
تطبيق مهارات حل المعادلات بالتعويض أو الحذف وإيجاد المتغيرات

At C



الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم

عليك إتقان مهارة التحليل والتعامل مع المثلثات بشكل إحترافي .

الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\boxed{\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0\\ \Sigma F_y &= 0\end{aligned}}$$

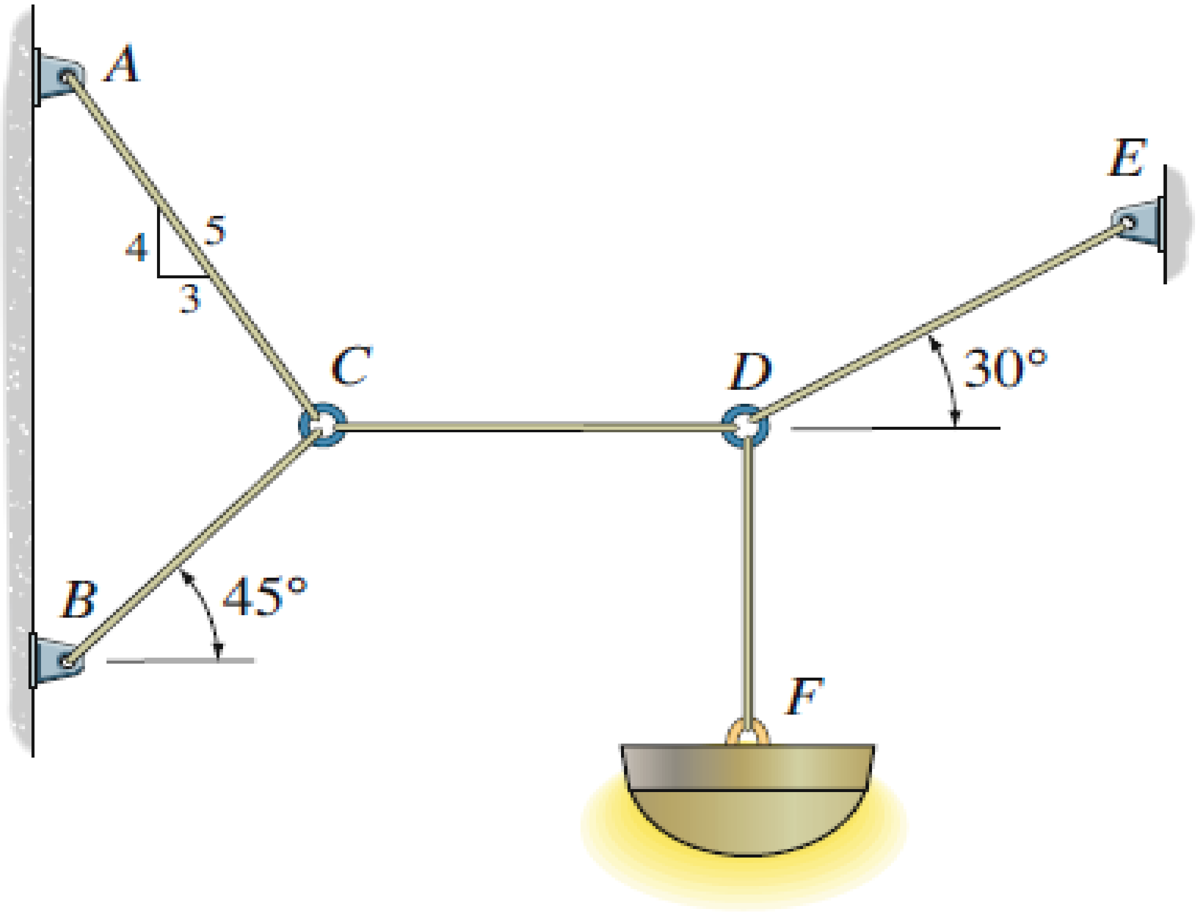
الوزن **لا يحلل** لأنه منطبق على محور الصادي السالب وعلينا الإنتباه للإشارات جيدا

الخطوة الثالثة :

تطبيق مهارات حل المعادلات بالتعويض أو الحذف وإيجاد المتغيرات

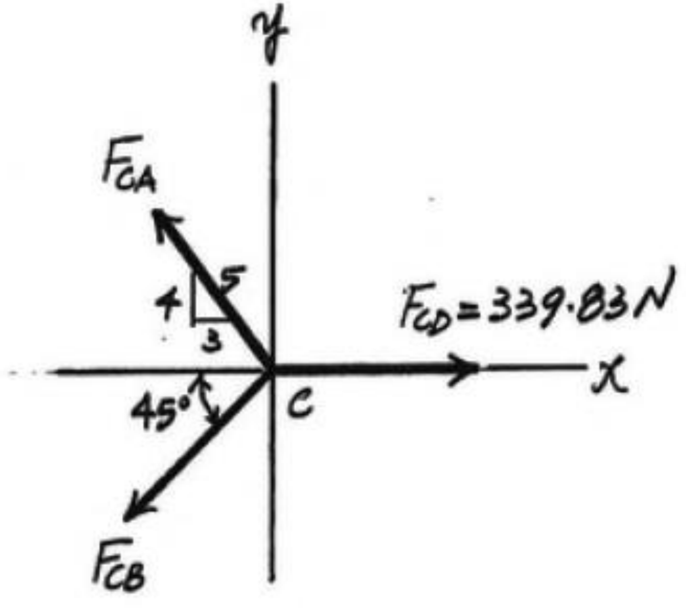
$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_{CD}sin(\theta) - 15(9.81) = 0$$
$$\sum F_x = 0 \rightarrow T_{CD}cos(\theta) - T_{BC} = 0$$
$$\theta = 21.9$$
$$T_{CD} = 395\,N$$

❑**Prop3.30-** Determine the tension developed in each cord required for equilibrium of the 20-kg lamp ?

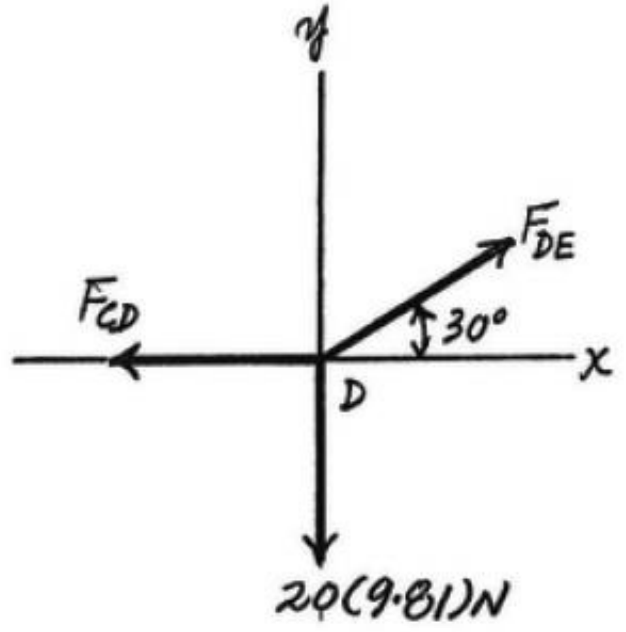


نفس فكرة السؤال السابق تماما .

الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم عليك إتقان مهارة التحليل والتعامل مع المثلثات بشكل إحترافي .



At C



At D

الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\boxed{\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0\\ \Sigma F_y &= 0\end{aligned}}$$

At D

$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;\quad F_{DE}\sin 30^\circ - 20(9.81) = 0\quad F_{DE} = 392.4\text{ N} = 392\text{ N}$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad 392.4\cos 30^\circ - F_{CD} = 0\quad F_{CD} = 339.83\text{ N} = 340\text{ N}$

At C

$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;\quad 339.83 - F_{CA}\left(\frac{3}{5}\right) - F_{CD}\cos 45^\circ = 0$

$F_{CA} = 243\text{ N}$

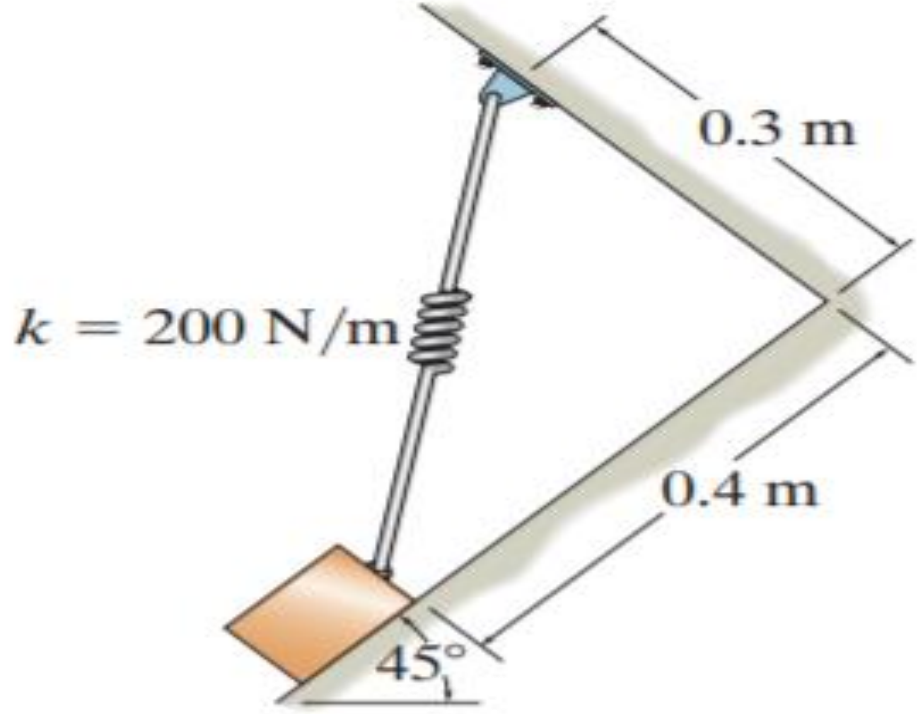
$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad F_{CA}\left(\frac{4}{5}\right) - F_{CB}\sin 45^\circ = 0$

$F_{CB} = 275\text{ N}$

❑**F3-4.** The block has a mass of 5 kg and rests on the smooth plane. Determine the unstretched length of the spring ?

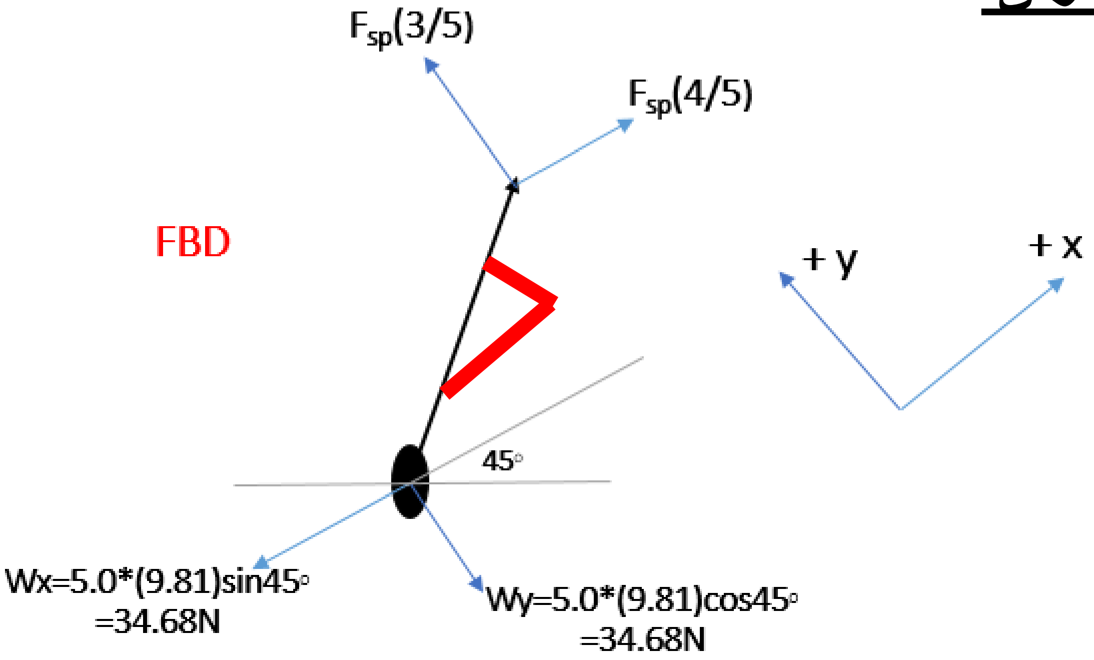
سؤال مهم وعليكم فهمه جيدا لأنه يشمل أكثر من فكره ولا بد من أنكم لاحظتم أننا قد بدأنا بأفكار الزبنرك بالتدريج .

سنحل هذا السؤال ب **طريقتين** ولك الخيار .



طريقة الأولى

الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم وعليك الإنتباه لكيفية تحليل السطح المائل
ولكي نحلل القوة على الزنبرك وكأنه **مثلث صغير**



الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

$$\nearrow + \sum Fx = 0$$
$$F_{sp}\left(\frac{4}{5}\right) - mg\ sin45 = 0 \ \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$F_{sp} = 43.35N$$

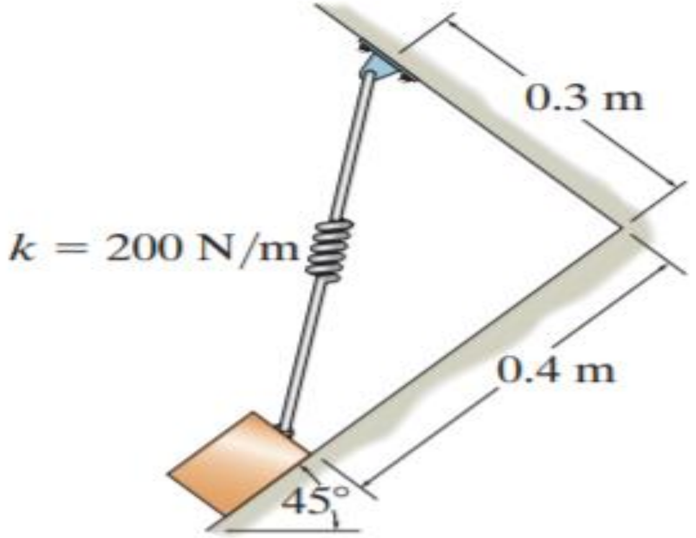
$$\frac{0.4}{0.5} = \frac{4}{5}$$

$$F_{sp} = k(l - l_o)$$
$$43.35 = 200(0.5 - l_o)$$
$$l_o = 0.2833m$$

الخطوة الثالثة :

تطبيق مهارات حل المعادلات بالتعويض أو الحذف وإيجاد المتغيرات

طريقة الثانية



عن طريق فيثاغورس

أوجد الطول الكلي ل الزنبرك

$$l = \sqrt{0.3^2 + 0.4^2} = 0.5 \text{ m}$$

سطح ناعم إذن لديه وزن عامودي على السطح
ويحلل مركبة سينية وصادية

$$F_W \sin(45°) = \frac{4}{5} F_C$$

F_C=4.42kg=43.35N

$$F_C = k\Delta l$$

$$43.35 = 200\Delta l$$

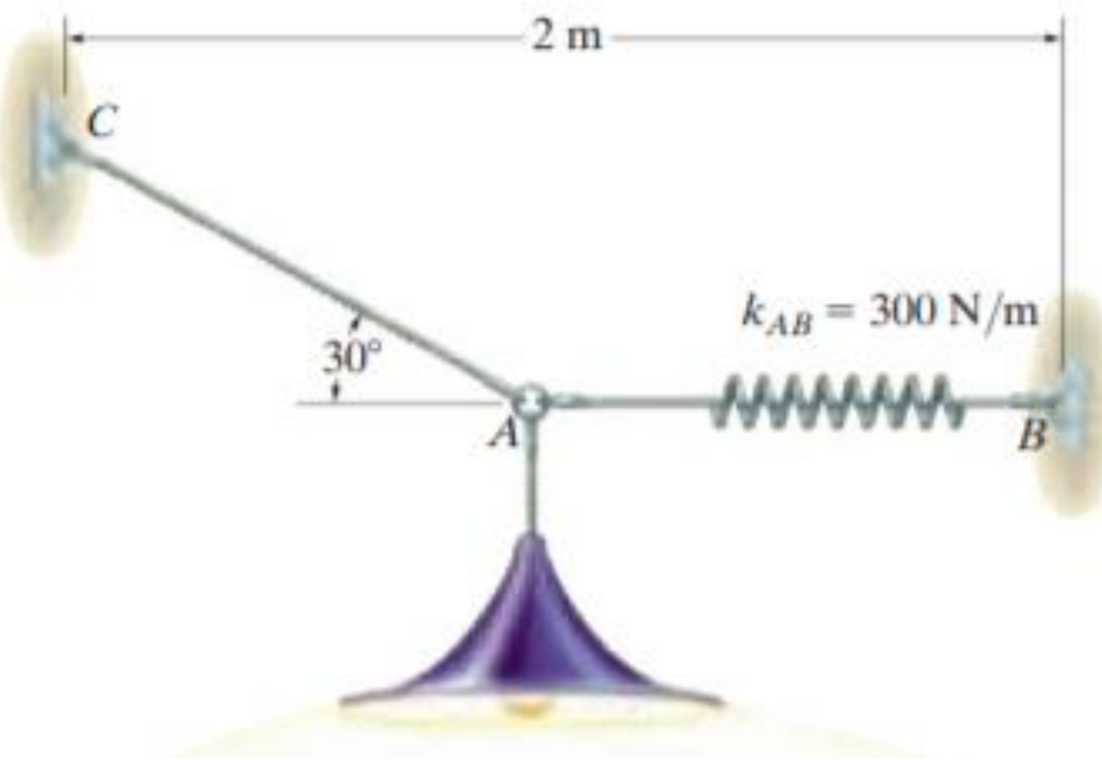
$$\Delta l = 0.216\text{m}$$

الإستطالة وأنا أريد الطول الإبتدائي

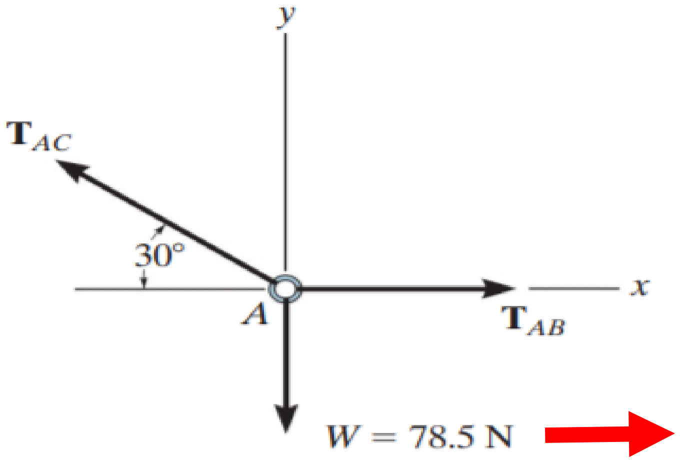
$$l_0 = l - \Delta l = 0.283\text{m}$$

❑**Example3.4 .** Determine the **<u>required length of cord AC</u>** in so that the 8-kg lamp can be suspended in the position shown.

The undeformed length of spring AB is l'_{AB} = 0.4 m, and the spring has a stiffness of $k_{AB} = 300\ \frac{N}{m}$



الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم



8*9.81=78.5

الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\boxed{\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \end{aligned}}$$

Equations of Equilibrium. Using the x, y axes,

$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;$ $\quad T_{AB} - T_{AC} \cos 30° = 0$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$ $\quad T_{AC} \sin 30° - 78.5 \text{ N} = 0$

Solving, we obtain

$$T_{AC} = 157.0 \text{ N}$$
$$T_{AB} = 135.9 \text{ N}$$

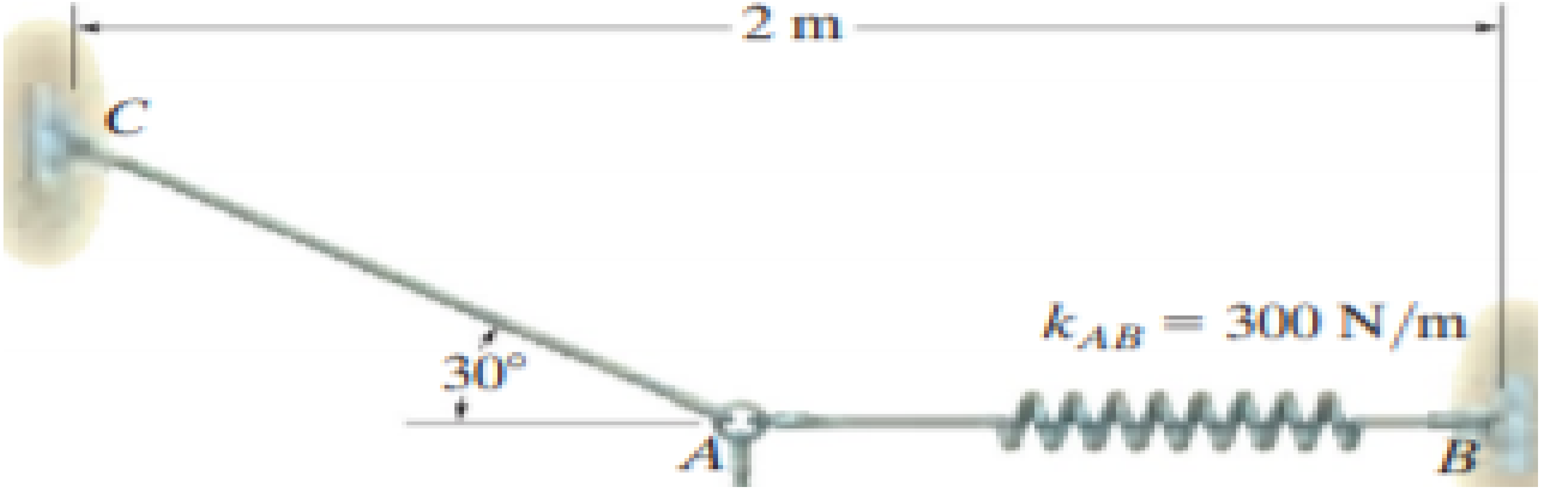
الخطوة الثالثة :

تطبيق مهارات حل المعادلات بالتعويض أو الحذف وإيجاد المتغيرات

نطبق قانون الشد في الزنبرك ونجد مقدار **الإستطالة**

$$T_{AB} = k_{AB}s_{AB}; \qquad 135.9\text{ N} = 300\text{ N/m}(s_{AB})$$

$$s_{AB} = 0.453\text{ m}$$



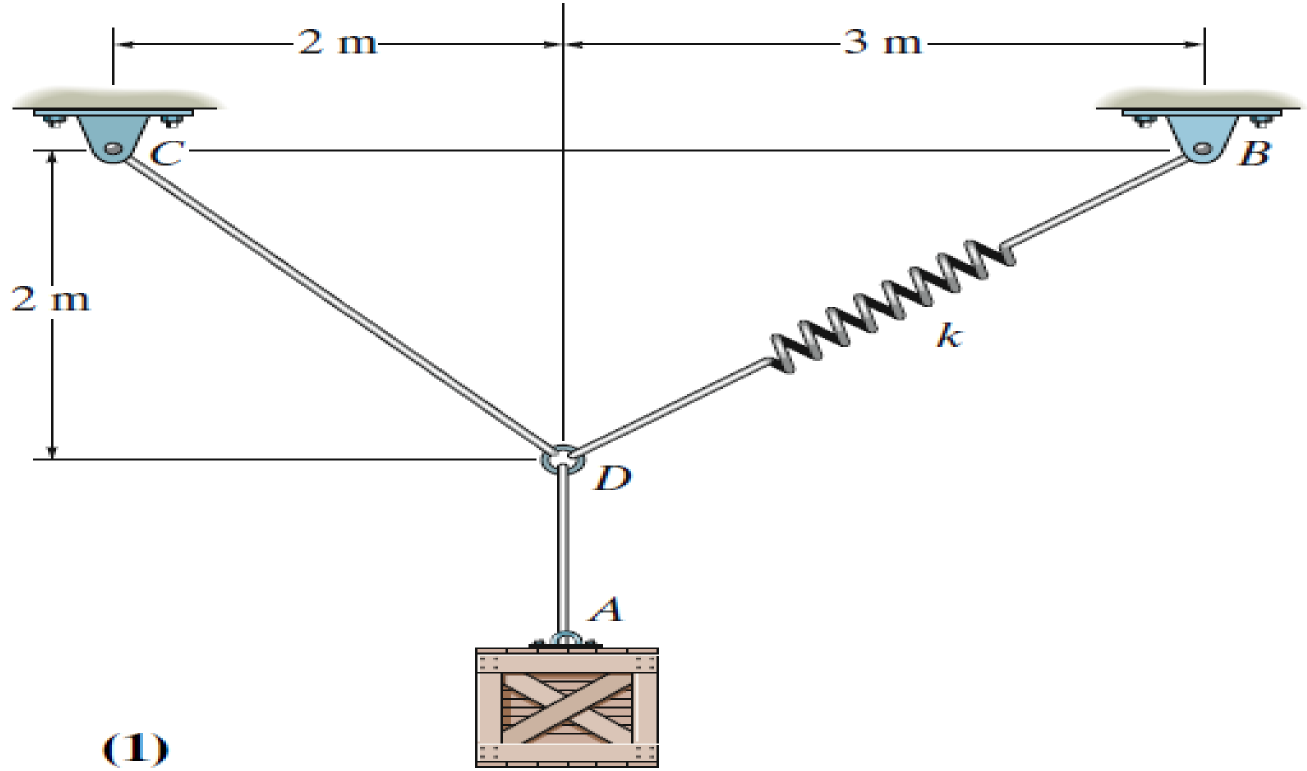
$$2\text{ m} = l_{AC}\cos 30° + 0.853\text{ m}$$

$$l_{AC} = 1.32\text{ m}$$

الطول الكامل = الطول ما قبل الشد + الإستطالة

0.853=0.4+0.453

❑**Prop3-19.** Determine the unstretched length of *DB* to hold the 40-kg crate in the position shown. Take $k = 180\ \frac{N}{m}$?



فكرة سهلة وجديدة إذا
تعاملتم معها بشكل جيد
فباقي الحل كالمعتاد

الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم **ولكن** نحن لا نملك زوايا أو حتى مثلث فما العمل ؟

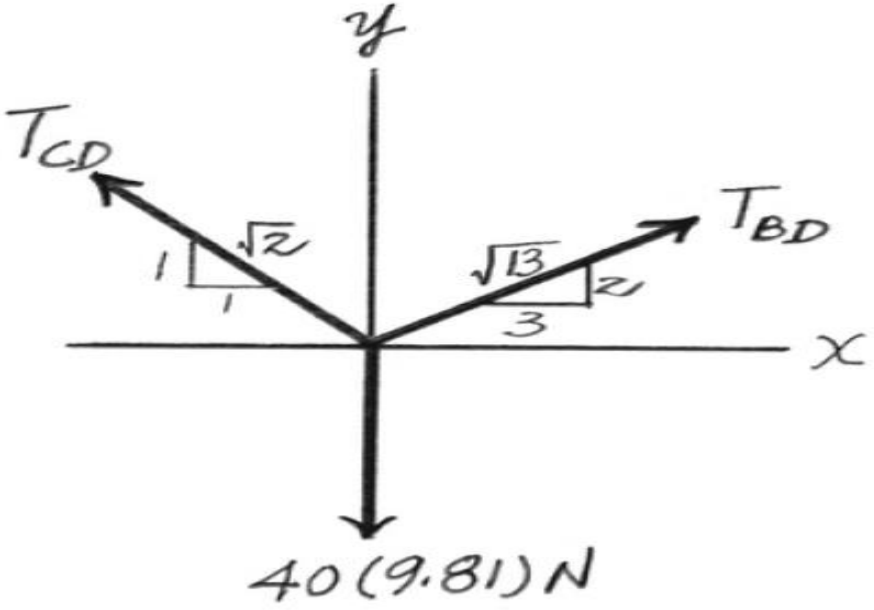
لكي نحلل القوة لا بد من وجود الزوايا لكن هنا لا يوجد فما العمل ؟
يوجد أطوال أضلاع وهي كفيلة بالمهمة ويوجد طريقة أخرى أيضا سوف نناقشها

الطريقة الاولى

$$\theta = \tan^{-1}(\frac{y}{x})$$

الطريقة الثانية عن طريق فيثاغورس

Z = $\sqrt{x^2 + y^2}$



$$\sqrt{13} = \sqrt{3^2 + 2^2}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{8} = \sqrt{2^2 + 2^2}$$

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad T_{BD}\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right) - T_{CD}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

$$\boxed{\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0\\ \Sigma F_y &= 0\end{aligned}}$$

الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad T_{BD}\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right) + T_{CD}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 40(9.81) = 0$$

Solving Eqs (1) and (2)

الخطوة الثالثة :

$$T_{BD} = 282.96 \text{ N} \qquad T_{CD} = 332.96 \text{ N}$$

تطبيق مهارات حل المعادلات بالتعويض أو الحذف وإيجاد المتغيرات

The stretched length of the spring is

$$l = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \text{ m}$$

الطول الكلي للزنبرك عن تطبيق فيثاغورس

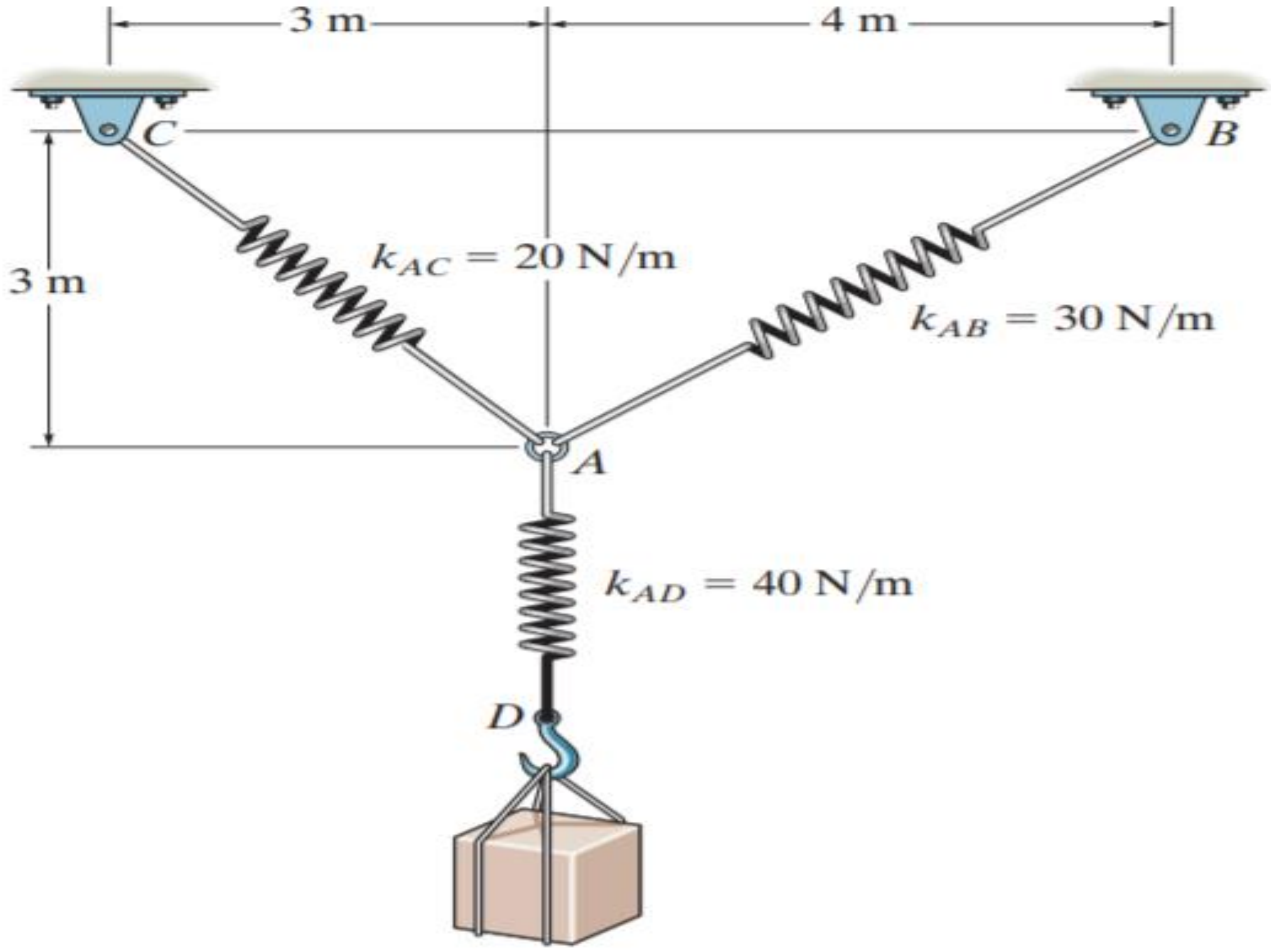
Then, $x = l - l_0 = \sqrt{13} - l_0$. Thus

$$F_{sp} = kx; \qquad 282.96 = 180(\sqrt{13} - l_0)$$

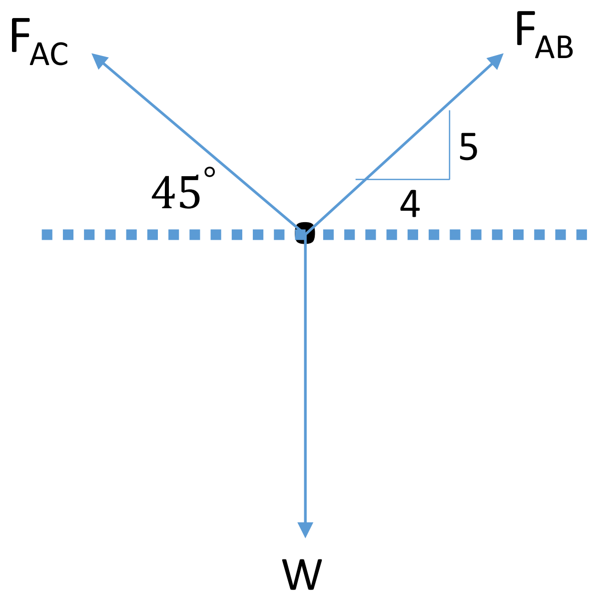
نطبق قانون الشد في الزنبرك

$$l_0 = 2.034 \text{ m} = 2.03 \text{ m}$$

❑**Prop3.15.** The unstretched length of **spring AB** is 3 m. If the block is held in the equilibrium position shown, determine the mass of the block at D ?



At A



$$F = kx = 30(5-3) = 60\ \text{N}$$

الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم **ولكن** نحن لا نملك زوايا أو حتى مثلث فما العمل ؟

لدينا **طول الضلعين** فمن السهل إيجاد الزاوية ولقد ناقشنا هذه المشكله في **السؤال السابق**

نطبق قانون الشد في الزنبرك

الطول ما قبل تأثير القوة هو 3 وهو **معطى** في السؤال

الطول الكلي شاملا الإستطالة هو عباره عن 5 عن طريق تطبيق فيثاغورس

$5=\sqrt{3^2+4^2}$

الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\boxed{\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ \Sigma F_y &= 0 \end{aligned}}$$

الخطوة الثالثة :

تطبيق مهارات حل المعادلات بالتعويض أو الحذف وإيجاد المتغيرات

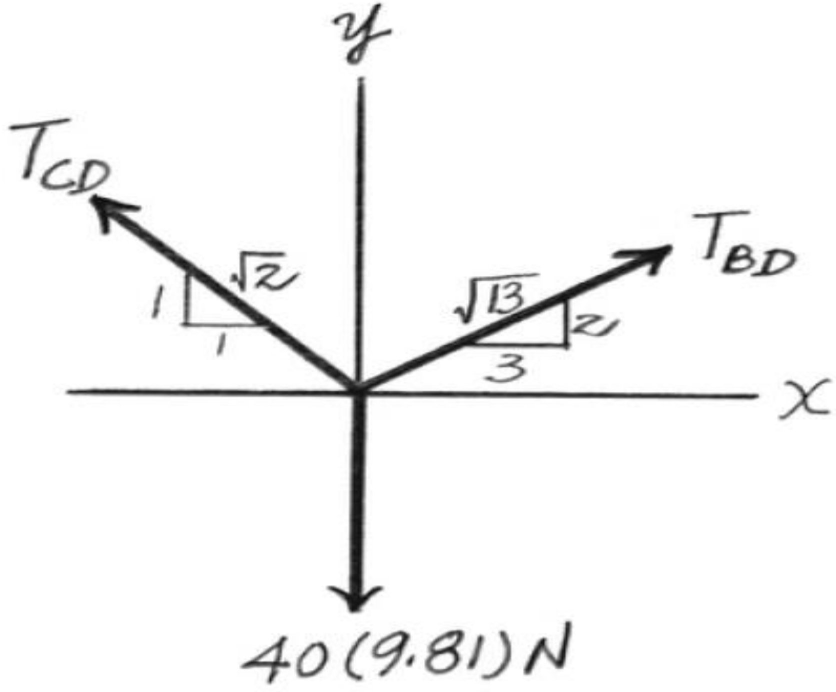
$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \qquad T\cos 45^\circ - 60\left(\frac{4}{5}\right) = 0$$

$$T = 67.88\ \text{N}$$

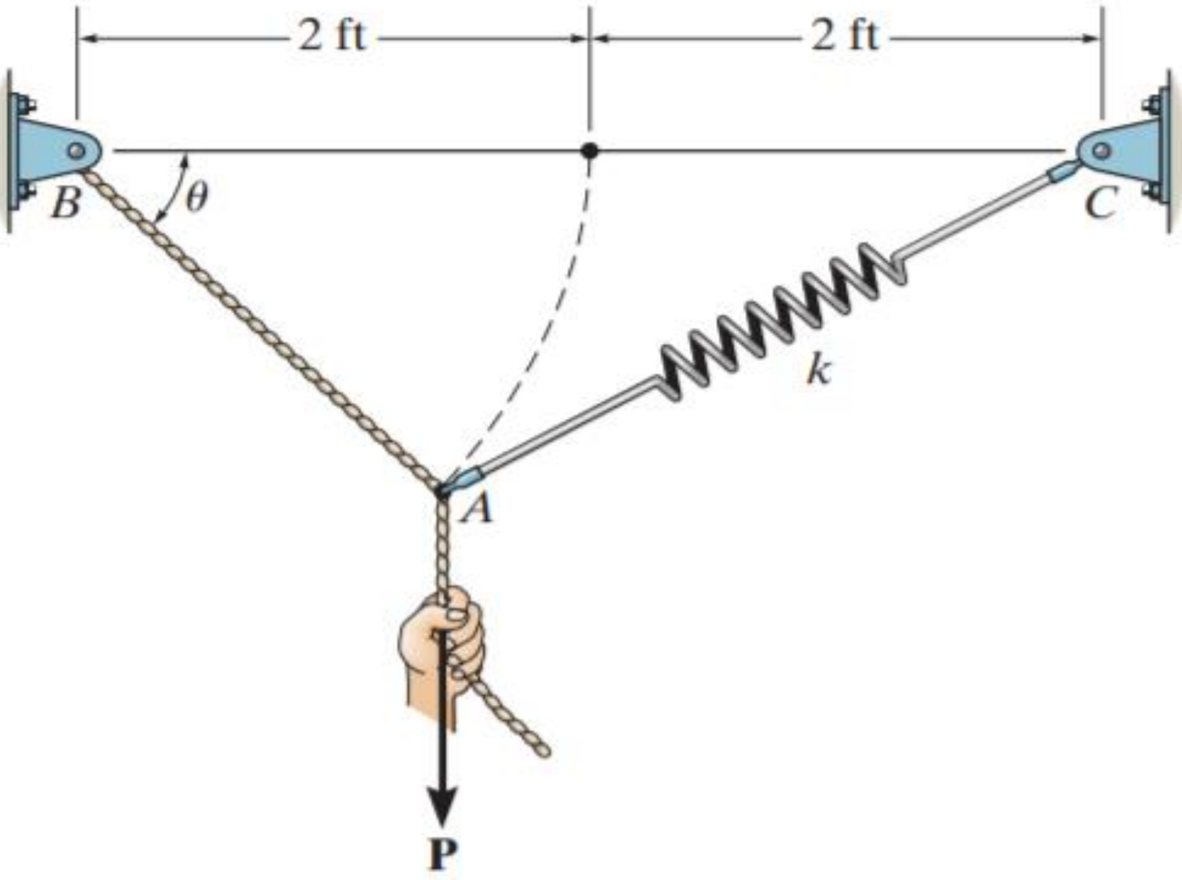
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad -W + 67.88 \sin 45^\circ + 60\left(\frac{3}{5}\right) = 0$$

$$W = 84\ \text{N}$$

$$m = \frac{84}{9.81} = 8.56\ \text{kg}$$



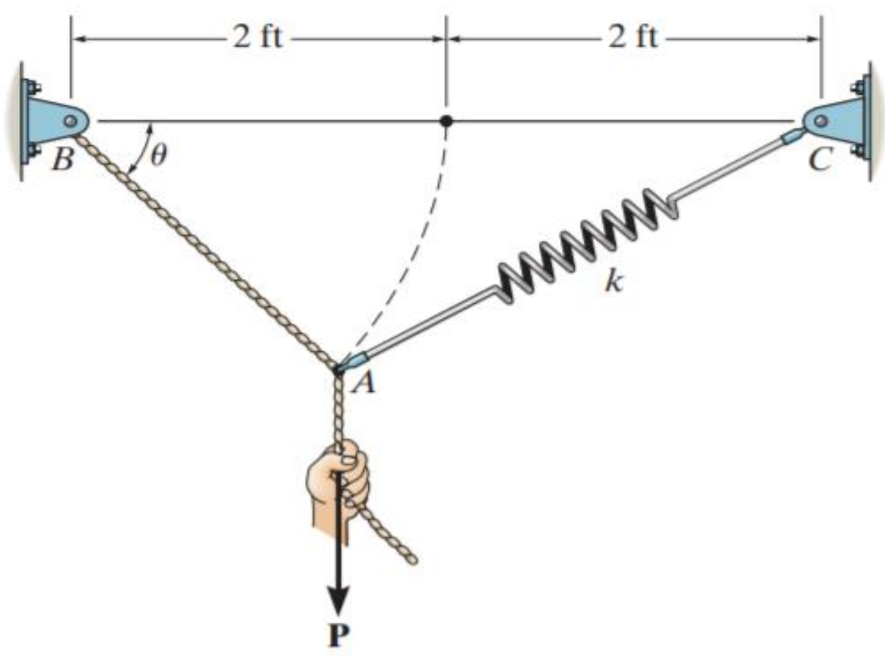
❑**Prop3.21 .** Determine the unstretched length of spring AC if a force P = 80 lb causes the angle θ = 60° for equilibrium. Cord AB is 2 ft long. Take k = 50 $\frac{Ib}{ft}$?

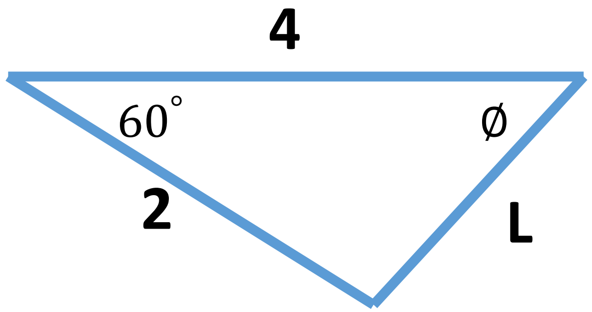


سؤال فيه فكرة ممتازة .

حل هذا السؤال **<u>أخر سؤال</u>** , لكي تكون متمكن جيدا من المادة .

نحن لا نملك طول ضلع العامودي ولا
الزاوية الخاصة في الزنبرك ولا نملك
معلومات كافية ل الزنبرك لذلك استخدمنا
هذه الطريقة أو التكتيك .

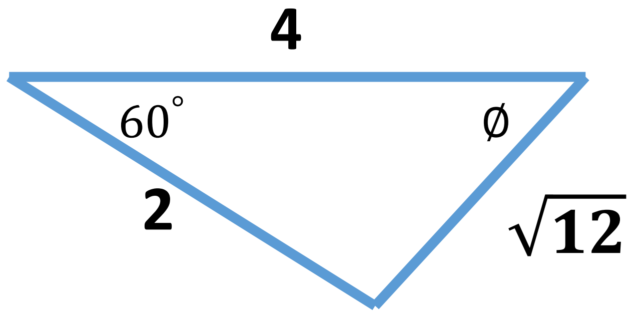




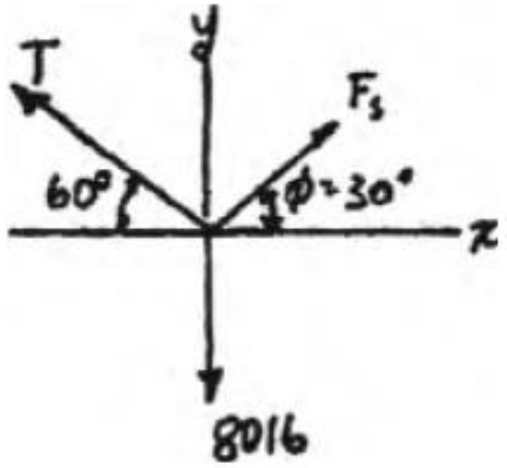
$$l = \sqrt{4^2 + 2^2 - 2(2)(4)\cos 60^\circ}$$

$$l = \sqrt{12}$$

$$\frac{\sqrt{12}}{\sin 60^\circ} = \frac{2}{\sin \phi}$$



$$\phi = \sin^{-1}\left(\frac{2 \sin 60^\circ}{\sqrt{12}}\right) = 30^\circ$$



$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad T \sin 60^\circ + F_s \sin 30^\circ - 80 = 0$$

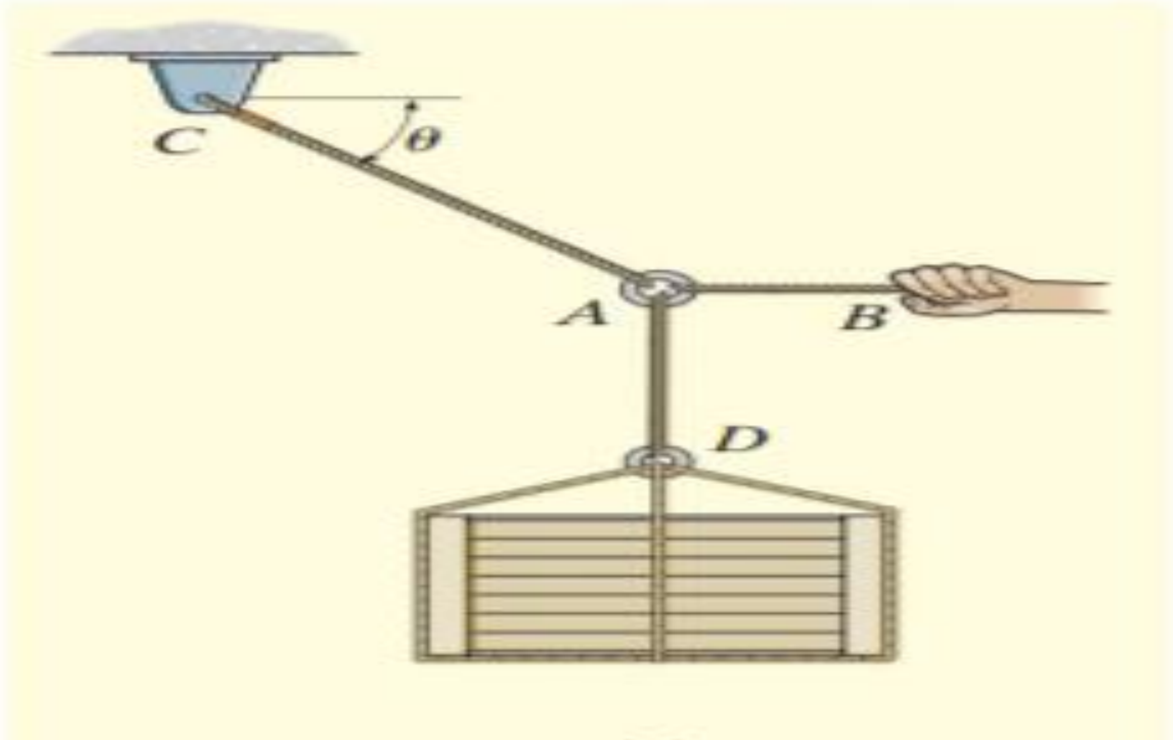
$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad -T \cos 60^\circ + F_s \cos 30^\circ = 0$$

$$F_s = 40 \text{ lb}$$

$$F_s = kx$$

$$40 = 50(\sqrt{12} - l') \qquad\qquad l = \sqrt{12} - \frac{40}{50} = 2.66 \text{ ft}$$

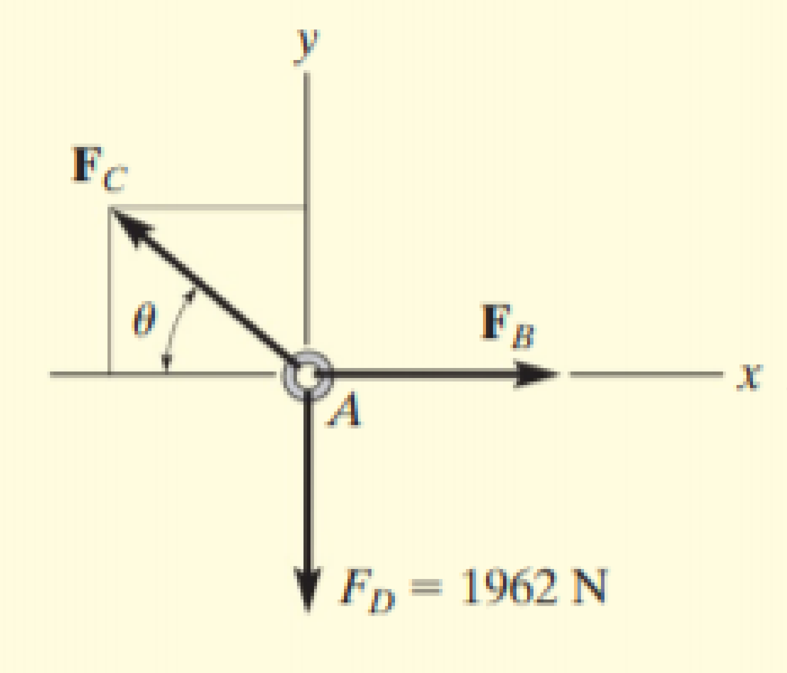
- The 200-kg crate is suspended using the ropes AB and AC. Each rope can withstand a **maximum force of 10 kN** before it breaks. If AB always remains horizontal, determine the smallest angle θ to which the crate can be suspended before one of the ropes breaks ?

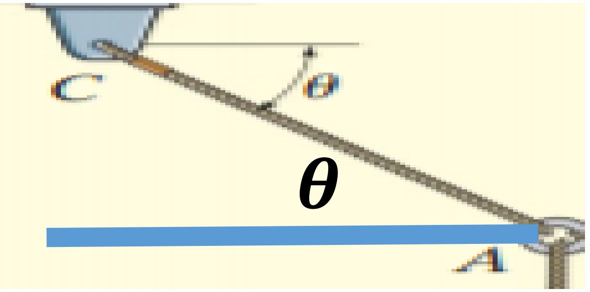


(a)

فكرة جيدة

الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم





1962=200*9.81 $< 10kN$ **(<u>Safe</u>)**

الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\boxed{\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0\\ \Sigma F_y &= 0\end{aligned}}$$

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad -F_C\cos\theta + F_B = 0; \;\; F_C = \frac{F_B}{\cos\theta}$$

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad F_C\sin\theta - 1962\text{ N} = 0$$

$F_B < F_C$ لأنها مقسمة على **شئ أقل من واحد** إذن **أقصى حمل** سيكون على الحبل **AC**

$$F_C \sin\theta - 1962\ \text{N} = 0$$

$F_c = 10\text{kN}$

هي **معلومة في السؤال** بأن **أقصى حمل** ل الحبل هو 10 كيلو نيوتن

$$[10(10^3)\ \text{N}]\sin\theta - 1962\ \text{N} = 0$$

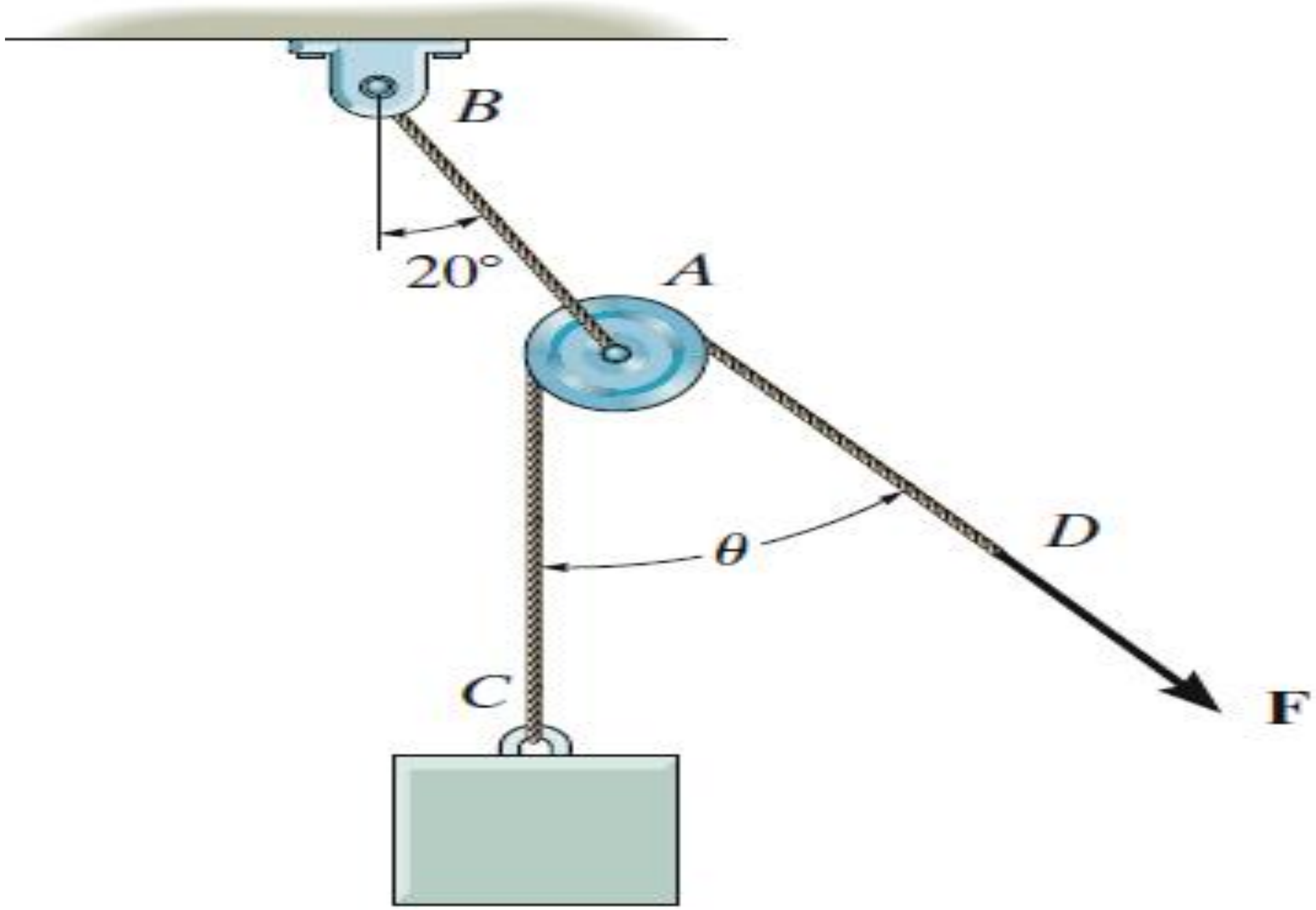
$$\theta = \sin^{-1}(0.1962) = 11.31^\circ = 11.3^\circ$$

$$F_C = \frac{F_B}{\cos\theta}$$

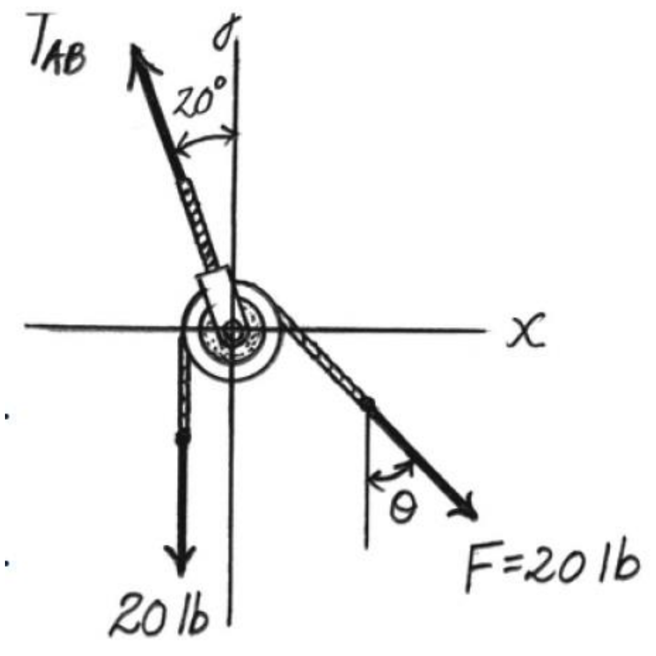
$$10(10^3)\ \text{N} = \frac{F_B}{\cos 11.31^\circ}$$

$$F_B = 9.81\ \text{kN}$$

❑**Prop3.11-** The block has a weight of 20 lb and is being hoisted at uniform velocity. Determine the angle θ for equilibrium and the force in cord AB ?



الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم



هي عجلة يكون من طرفها حبلين **<u>Pully(الزنبرك) :</u>** والمميز فيها أن **<u>قوة الشد فى الحبلين متساويتين</u>**

الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad 20 \sin \theta - T_{AB} \sin 20^\circ = 0$$

$$T_{AB} = \frac{20 \sin \theta}{\sin 20^\circ}$$

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad T_{AB} \cos 20^\circ - 20 \cos \theta - 20 = 0$$

هذا النظام للمعادلات للأمانه ليس سهلا وقد يحدث خطأ لذلك كن مطمئن **بأن ما قد يأتي في الإمتحان هو نظام معادلات سهل**

Realizing that $\sin(\theta - 20°) = \sin\theta\cos 20° - \cos\theta\sin 20°$, then

$$\sin(\theta - 20°) = \sin 20°$$
$$\theta - 20° = 20°$$
$$\theta = 40°$$

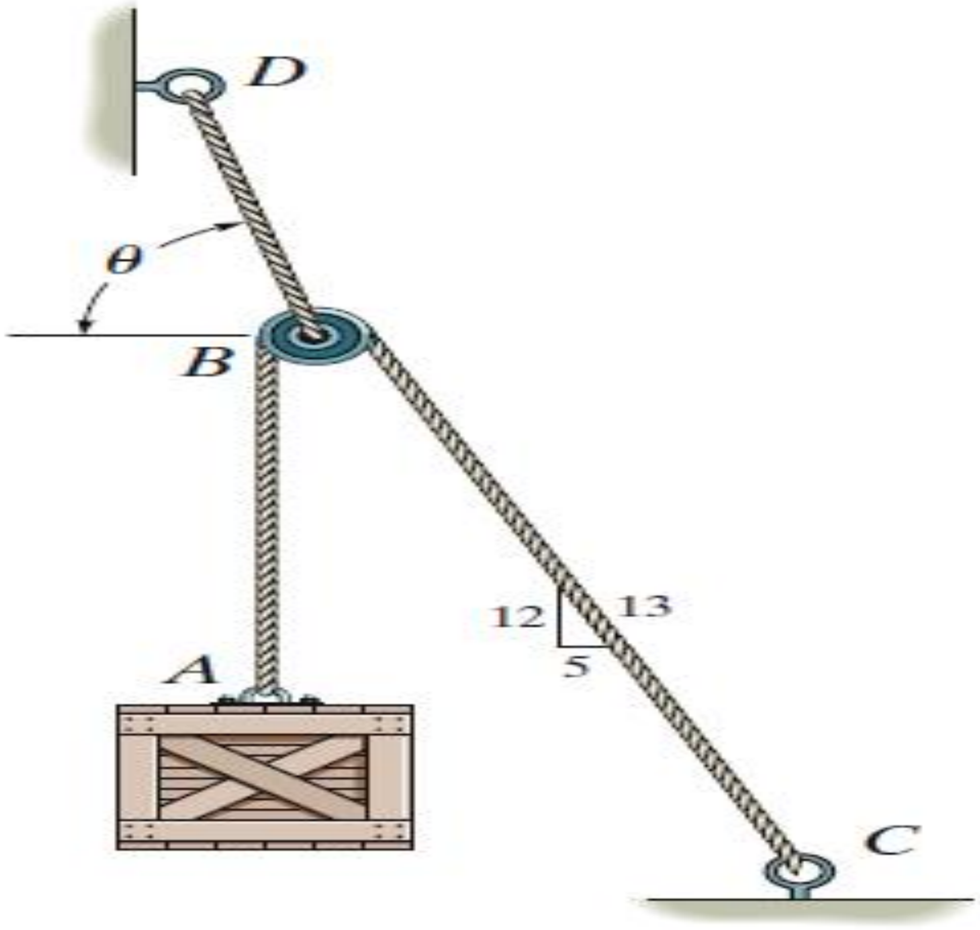
خذوا الفكرة فقط ولا تهتموا ب طريقة حل المعادلة لأنه **<u>لن يأتى نظام حل معادلات هكذا .</u>**

$$\frac{20\sin\theta}{\sin 20°}\cos 20° - 20\cos\theta = 20$$

$$\sin\theta\cos 20° - \cos\theta\sin 20° = \sin 20°$$

$$T_{AB} = \frac{20\sin 40°}{\sin 20°} = 37.59 \text{ lb} = 37.6 \text{ lb}$$

❑Prop3-8 . The cords *ABC* and *BD* can each support **a maximum load** of 100 lb. Determine the **maximum** weight of the crate, and the angle θ for equilibrium ?

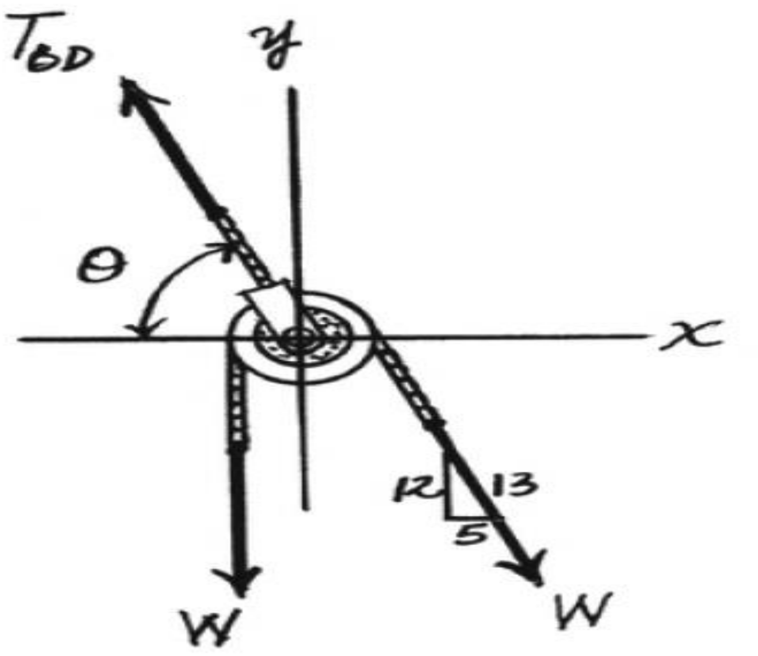


الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم

Pully (الزنبرك) : هي عجلة يكون من طرفها حبلين والمميز فيها أن **قوة الشد فى الحبلين متساويتين**

الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\boxed{\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0\\ \Sigma F_y &= 0\end{aligned}}$$



$$\xrightarrow{+}\Sigma F_x = 0; \qquad W\left(\frac{5}{13}\right) - 100\cos\theta = 0$$

$$100\cos\theta = \frac{5W}{13}$$

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad 100\sin\theta - W - W\left(\frac{12}{13}\right) = 0$$

$$100\sin\theta = \frac{25}{13}W$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 5$$ **قسمة المعادلة الثانية على الأولى**

Realizing that $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$,

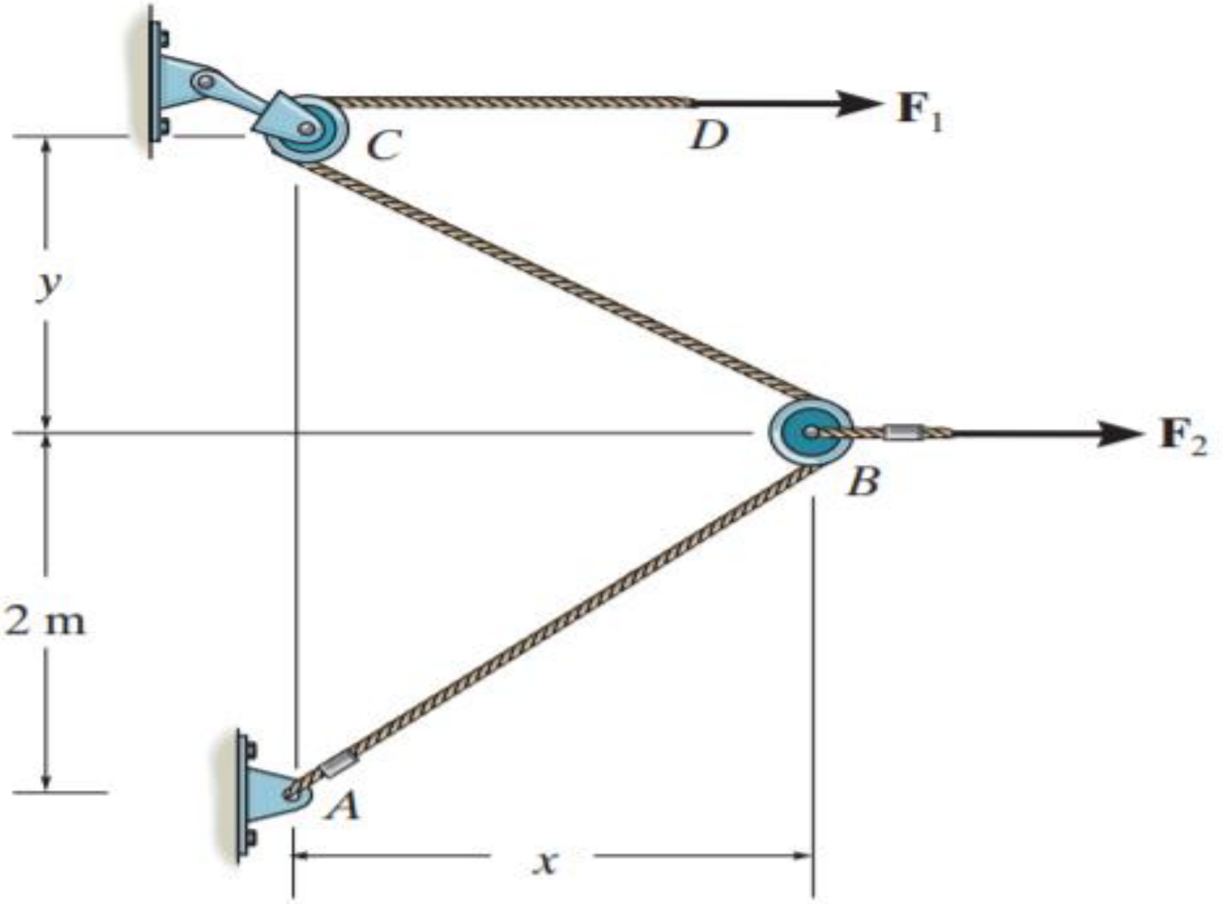
$$\tan\theta = 5$$

$$\theta = 78.69° = 78.7°$$

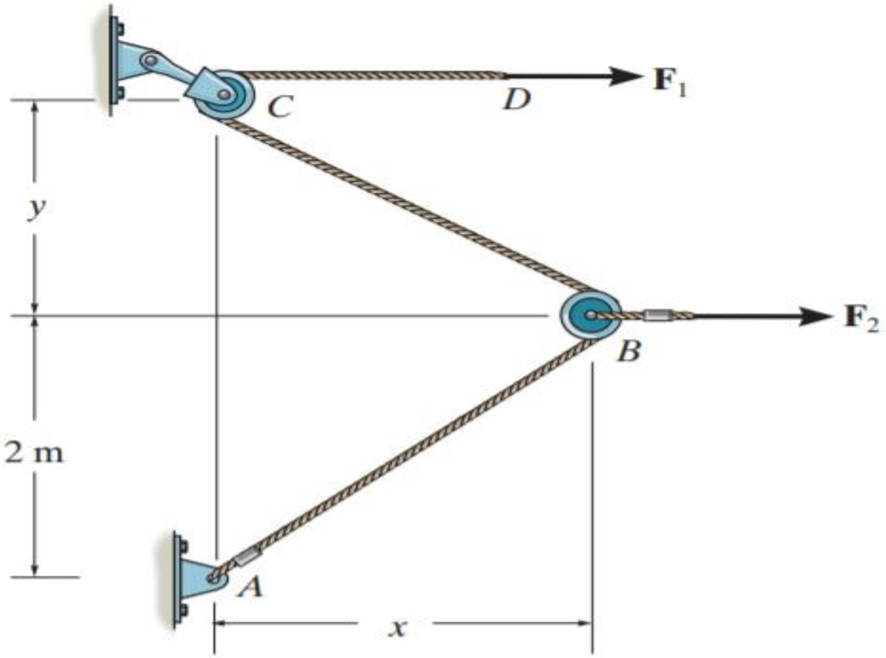
$$100\cos 78.69° = \frac{5}{13}W$$ **القوة عوضناها** 100 لأن نريد حساب **أقصى وزن** لذلك نعوض أقصى لود (حمل)

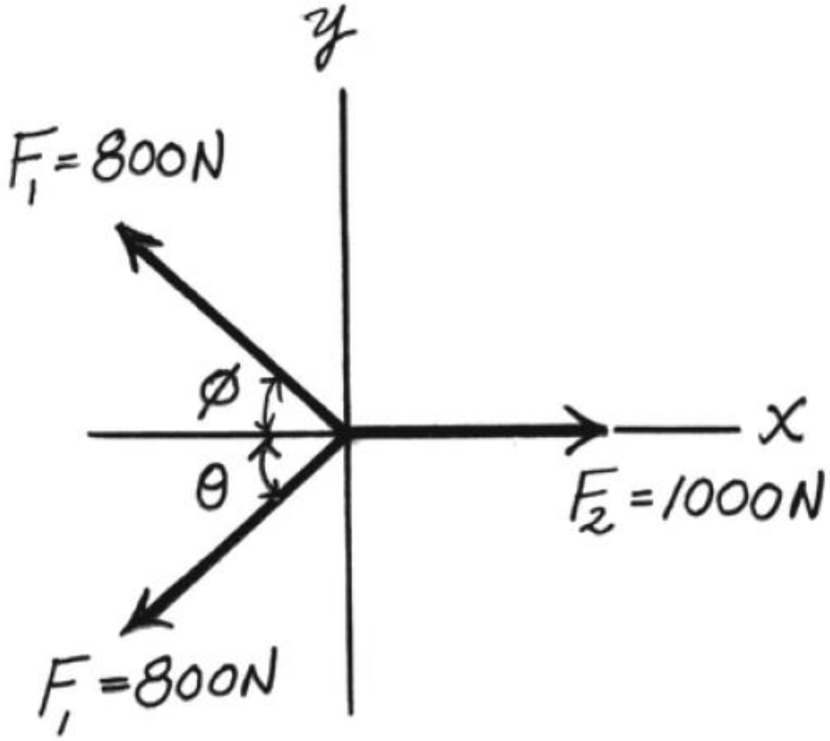
$$W = 50.99 \text{ lb} = 51.0 \text{ lb} < 100 \text{ lb} \quad \textbf{(O.K)}$$

❑**Prop3-24 .** Determine the distances x and y for equilibrium if F1 = 800 N and F2 = 1000 N ?



الخطوة الأولى : نرسم المخطط الحر ولكي يكون الرسم صحيح علينا تحليل القوى على الجسم





الخطوة الثانية : تطبيق قانون مجموع القوى المؤثرة على الجسم يساوي صفر

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

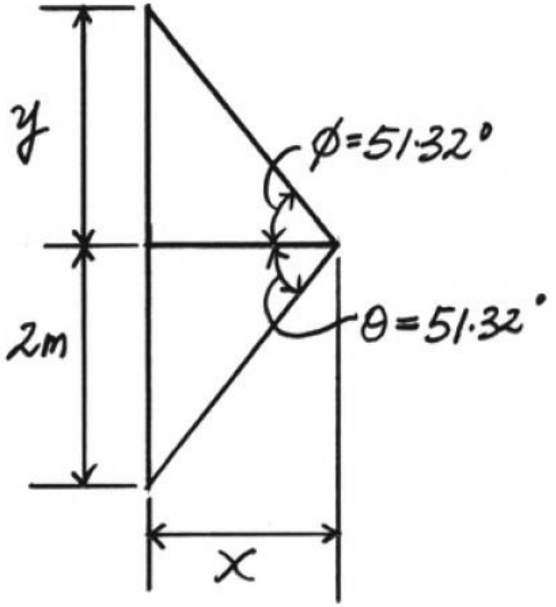
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 800 \sin \phi - 800 \sin \theta = 0 \qquad \boldsymbol{\theta = \emptyset}$$

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad 1000 - 2[800 \cos \theta] = 0 \qquad \theta = 51.32^\circ$$

$$y = 2 \text{ m}$$

على فرض أن الشكل متماثل

$$\frac{2}{x} = \tan 51.32^\circ; \qquad x = 1.601 \text{ m} = 1.60 \text{ m}$$

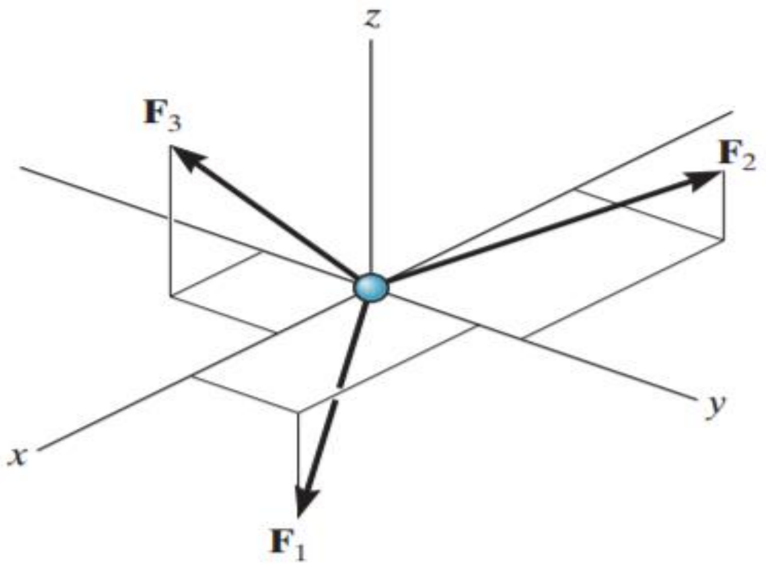


❖Three- Dimensional Force (3D)

نفس ما أخذنا سابقا لكن بعض الإختلافات والامور للامانه أصعب شوي لهيك لا بد من التركيز حل كامل الأسئلة التي في الدوسية.

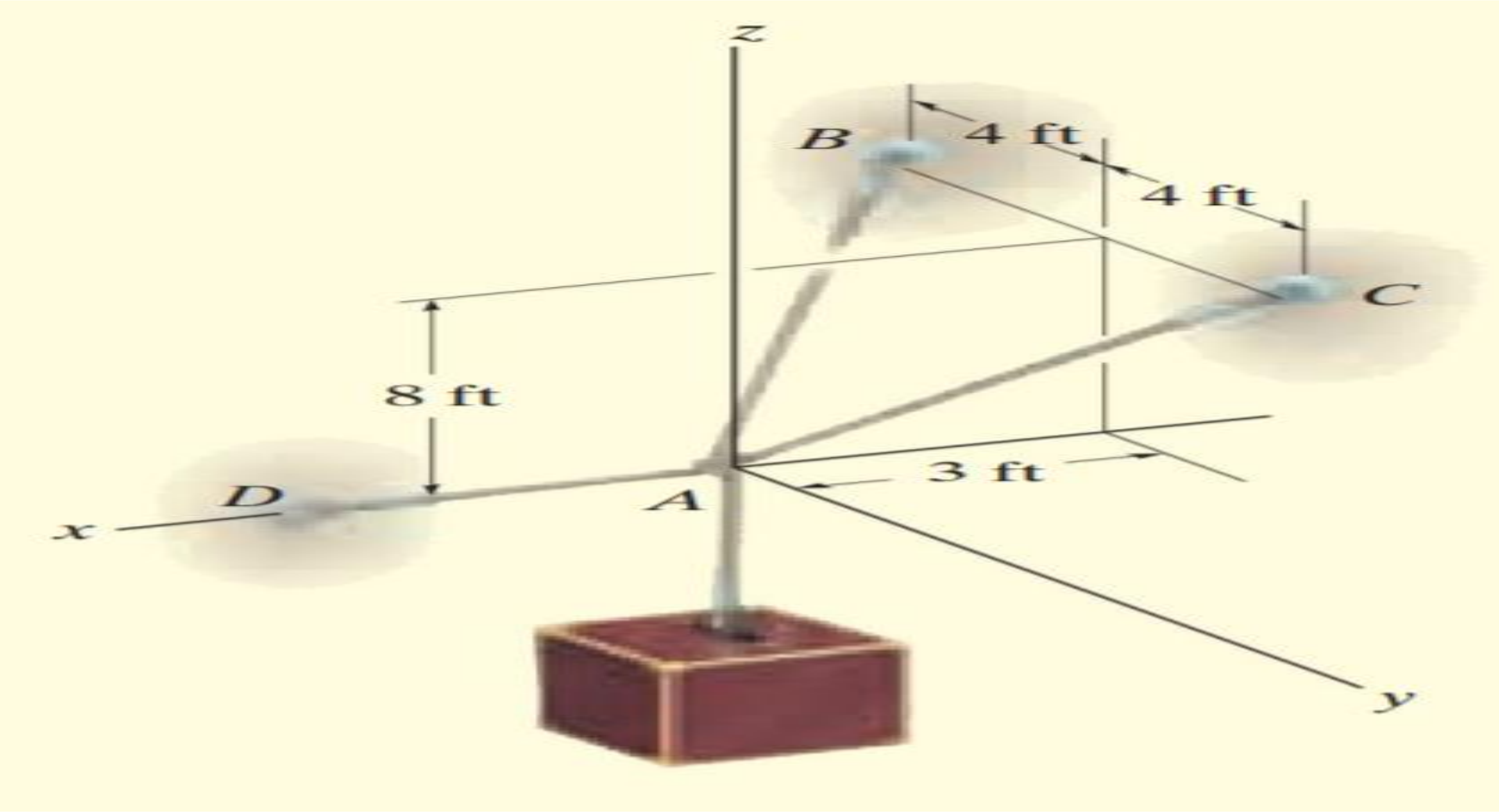
- In the case of a three-dimensional force system, we can resolve the forces into their respective i, j, k components .

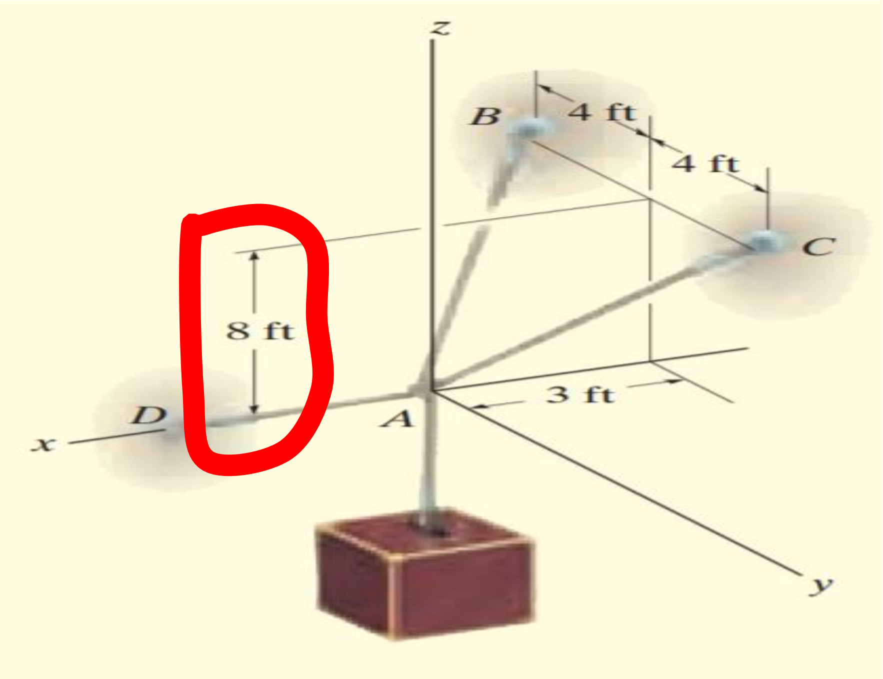
في النظام ثلاثي الأبعاد علينا تحليل نظام القوى وتحليلها إلى مركباتها .



$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$\Sigma F_z = 0$$

❑ **Example:** Determine the **force in each cable** used to support the 40-lb crate ?





<u>الخطوة الأولى :</u> حدد إحداثيات النقاط ولكي لا تكون في شك , لا يشرط أن تكون كل الإحداثيات لها قيم فقد يكون قيم فقط لها إحداثي سيني وصادي فقط وهكذا ..

<u>من باب التذكير</u> إن كانت المسافة على امتداد المحور فتكون سالبة .

ننظر إلى كل نقطة ونرى كم المسافة التي تبعد عن **نقطة الاصل**

إرتفاع النقطتين متساوي وموضح في الرسمة **ودائما إبدء به لسهولته .**

تبعد النقطة عن نقطة الأصل ب مقدار 3 على إمتداد المحور السيني السالب .

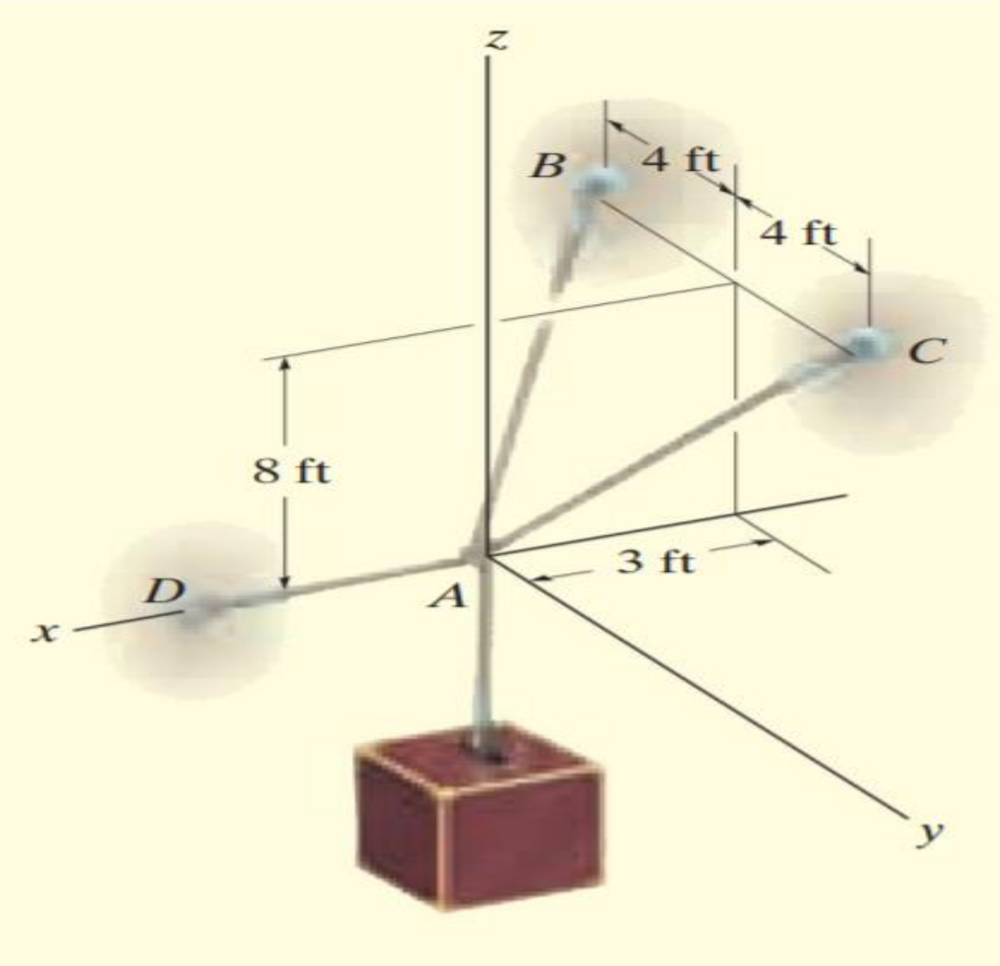
تبعد النقطة عن نقطة الأصل ب مقدار 4 على إمتداد المحور الصادي الموجب.

$$B(-3\text{ ft}, -4\text{ ft}, 8\text{ ft})$$

تبعد النقطة عن نقطة الأصل ب مقدار 3 على إمتداد المحور السيني السالب .

تبعد النقطة عن نقطة الأصل ب مقدار 4 على إمتداد المحور الصادي السالب.

$$C(-3\text{ ft}, 4\text{ ft}, 8\text{ ft})$$



$$\mathbf{F}_B = F_B\left[\frac{-3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 8\mathbf{k}}{\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 + (8)^2}}\right]$$

$$= -0.318F_B\mathbf{i} - 0.424F_B\mathbf{j} + 0.848F_B\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_C = F_C\left[\frac{-3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 8\mathbf{k}}{\sqrt{(-3)^2 + (4)^2 + (8)^2}}\right]$$

$$= -0.318F_C\mathbf{i} + 0.424F_C\mathbf{j} + 0.848F_C\mathbf{k}$$

$\mathbf{F}_D = F_D\mathbf{i}$ لأنها **منطبقه** على محور السيني الموجب

$\mathbf{W} = \{-40\mathbf{k}\}$ lb لإنها **منطبقة** على محور الزيد السالب

$C(-3\text{ ft}, 4\text{ ft}, 8\text{ ft})$ $B(-3\text{ ft}, -4\text{ ft}, 8\text{ ft})$

A(0,0,0) **منطبقه** على نقطة الأصل

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}; \qquad \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_D + \mathbf{W} = \mathbf{0}$$

$$-0.318F_B\mathbf{i} - 0.424F_B\mathbf{j} + 0.848F_B\mathbf{k}$$

$$-0.318F_C\mathbf{i} + 0.424F_C\mathbf{j} + 0.848F_C\mathbf{k} + F_D\mathbf{i} - 40\mathbf{k} = \mathbf{0}$$

i: دلالة على محور **السيني**

j: دلالة على محور **الصادي**

k: دلالة على محور **الزيد**

$$\Sigma F_x = 0; \qquad -0.318F_B - 0.318F_C + F_D = 0 \qquad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0; \qquad -0.424F_B + 0.424F_C = 0 \qquad (2)$$

$$\Sigma F_z = 0; \qquad 0.848F_B + 0.848F_C - 40 = 0 \qquad (3)$$

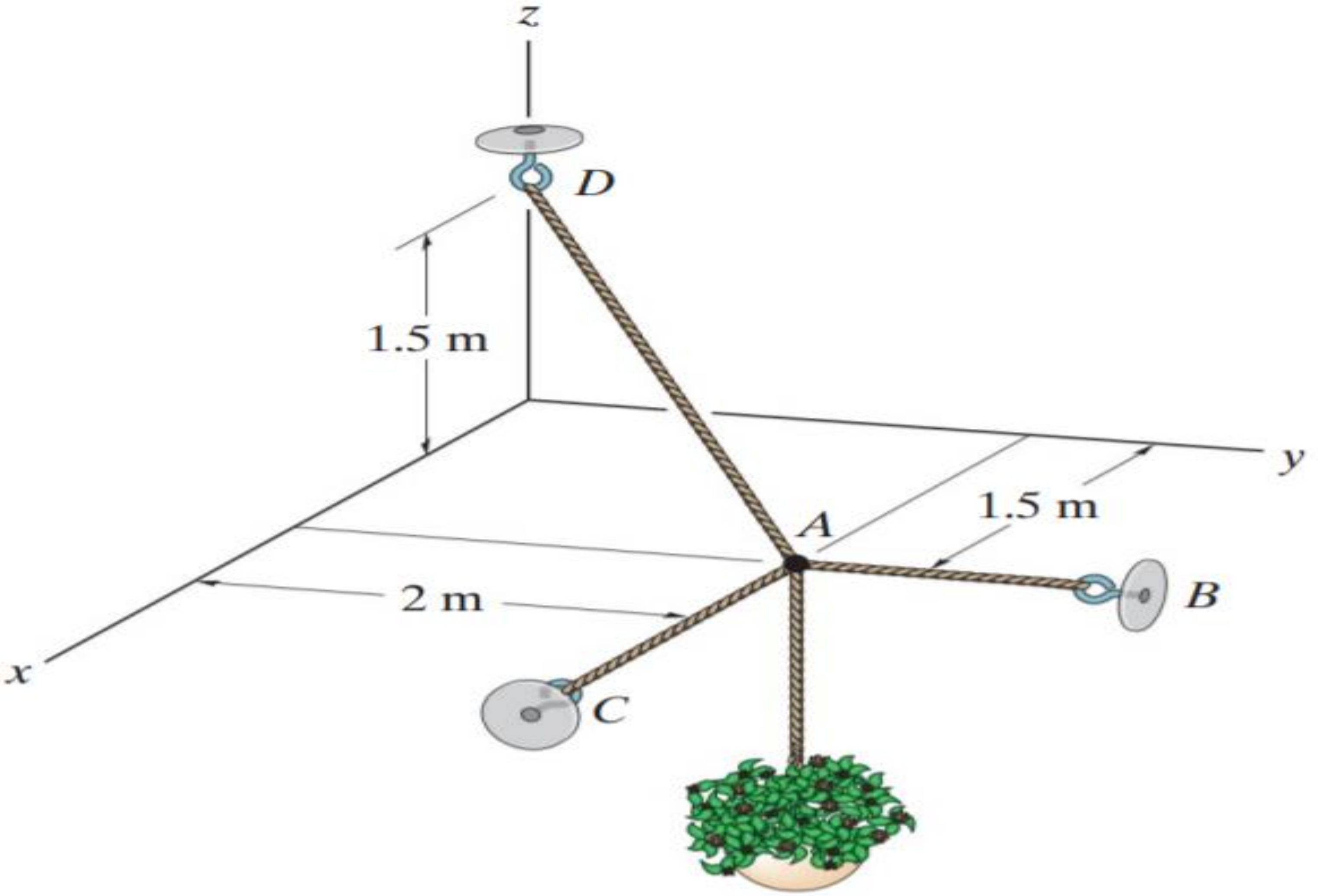
<u>نظام حل المعادلات</u>

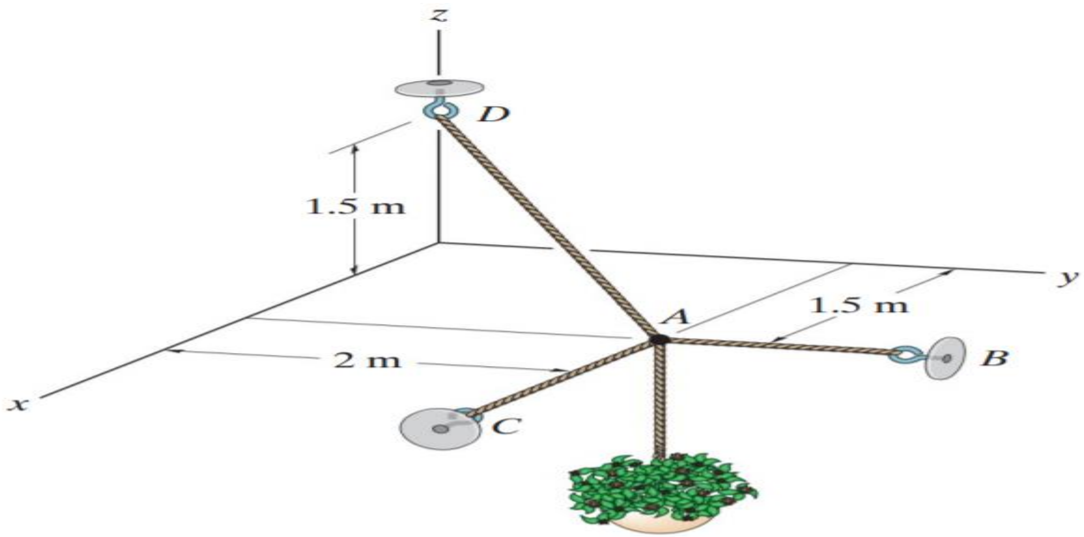
التعويض أم الحذف

$$F_B = F_C = 23.6 \text{ lb}$$

$$F_D = 15.0 \text{ lb}$$

❑**Prop3-43:** The three cables are used to support the 40-kg flowerpot. Determine the **force developed in each cable** for equilibrium ?





<u>الخطوة الأولى :</u> حدد إحداثيات النقاط ولكي لا تكون في شك , لا يشرط أن تكون كل الإحداثيات لها قيم فقد يكون قيم فقط لها إحداثي سيني وصادي فقط وهكذا ..

A(1.5,2,0)   D(0,0,1.5)

<u>الخطوة الثانية :</u> نجد متجه الوحدة لكل متجه لا يستقيم على المحور أي له أكثر من مركبة عن طريق تطبيق القانون و ضربه ب القوة

$$u_{AD}=\left\{\frac{-1.5}{\sqrt{1.5^2+2^2+1.5^2}}\,i-\frac{2}{\sqrt{1.5^2+2^2+1.5^2}}\,j+\frac{1.5}{\sqrt{1.5^2+2^2+1.5^2}}\,k\right\}$$

<u>الخطوة الثالثة :</u> مجموع القوى على كل محور يساوي صفر

$$\Sigma F_z = 0; \quad F_{AD}\left(\frac{1.5}{\sqrt{1.5^2 + 2^2 + 1.5^2}}\right) - 40(9.81) = 0$$

$$F_{AD} = 762.69 \text{ N} = 763 \text{ N}$$

وزن الوعاء كذلك **<u>منطبق</u>** على محور الزيد

Using this result,

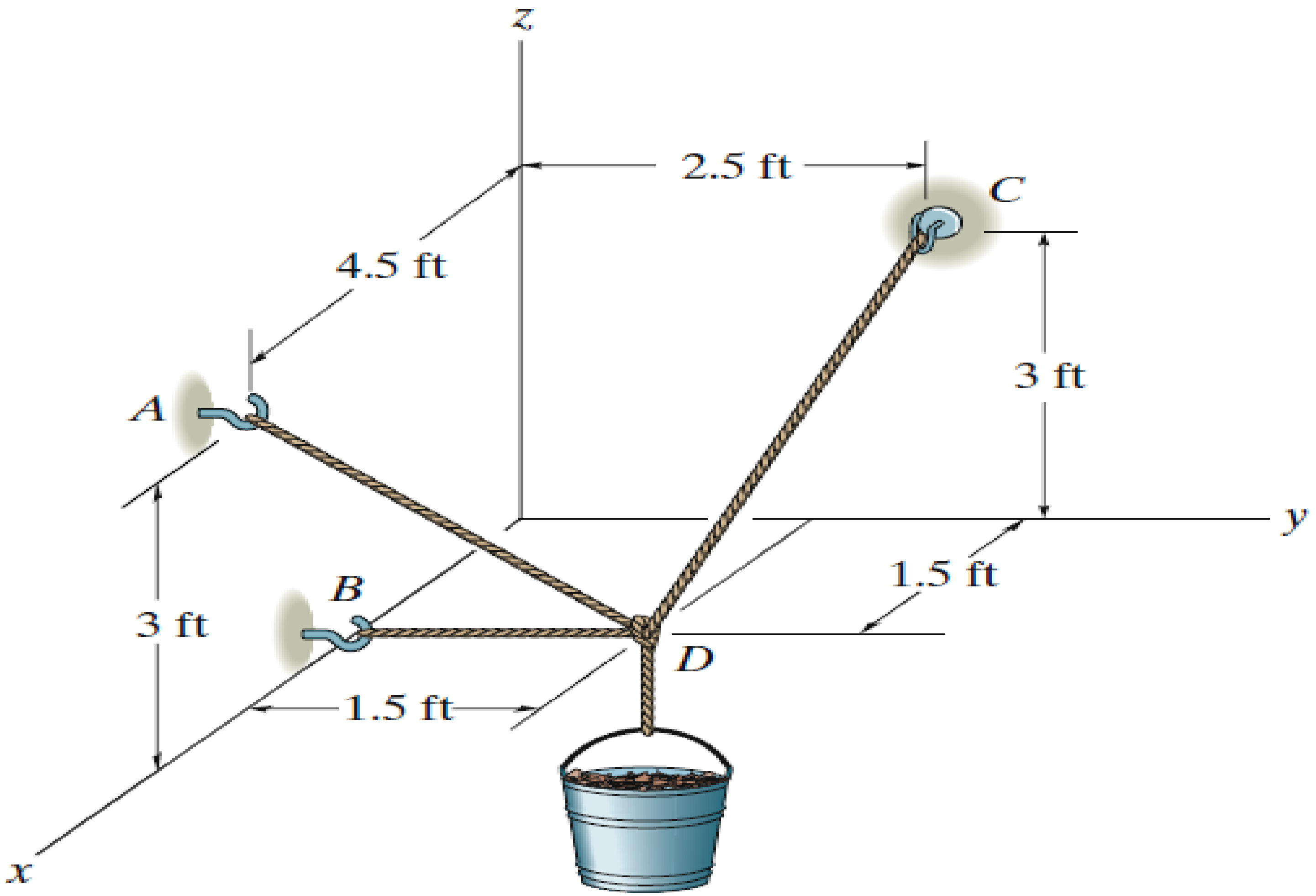
$$\Sigma F_x = 0; \quad F_{AC} - 762.69\left(\frac{1.5}{\sqrt{1.5^2 + 2^2 + 1.5^2}}\right) = 0$$

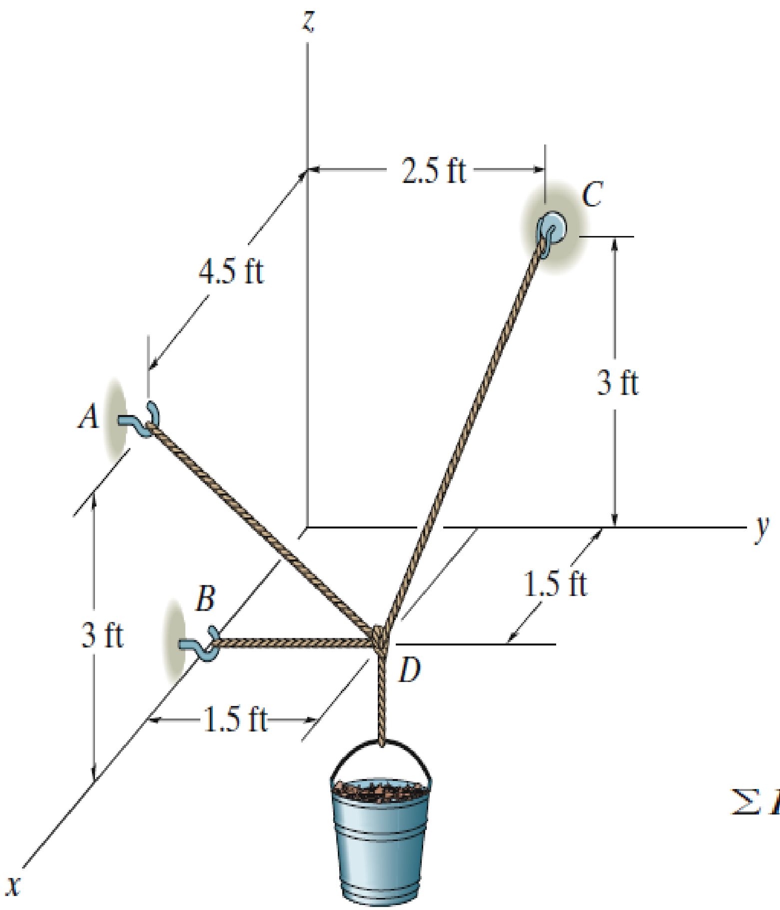
$$F_{AC} = 392.4 \text{ N} = 392 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0; \quad F_{AB} - 762.69\left(\frac{2}{\sqrt{1.5^2 + 2^2 + 1.5^2}}\right) = 0$$

$$F_{AB} = 523.2 \text{ N} = 523 \text{ N}$$

❑**Prop3-45:** If the bucket and its contents have a total weight of 20 lb , Determine the **force in the supporting cables** *DA, DB* , and *DC* ?





<u>الخطوة الأولى :</u> حدد إحداثيات النقاط ولكي لا تكون في شك , لا يشرط أن تكون كل الإحداثيات لها قيم فقد يكون قيم فقط لها إحداثي سيني وصادي فقط وهكذا ..

A(4.5,0,3) C(0,2.5,3) D(1.5,1.5,0)

<u>الخطوة الثانية :</u> نجد متجه الوحدة لكل متجه لا يستقيم على المحور أي له أكثر من مركبة عن طريق تطبيق القانون

$$\mathbf{u}_{DA} = \{\frac{3}{4.5}\mathbf{i} - \frac{1.5}{4.5}\mathbf{j} + \frac{3}{4.5}\mathbf{k}\}$$

$$\mathbf{u}_{DC} = \{-\frac{1.5}{3.5}\mathbf{i} + \frac{1}{3.5}\mathbf{j} + \frac{3}{3.5}\mathbf{k}\}$$

<u>الخطوة الثالثة :</u> مجموع القوى على كل محور يساوي صفر

$$\Sigma F_x = 0; \quad \frac{3}{4.5}F_{DA} - \frac{1.5}{3.5}F_{DC} = 0$$

$$\Sigma F_y = 0; \quad -\frac{1.5}{4.5}F_{DA} - F_{DB} + \frac{1}{3.5}F_{DC} = 0$$

$$\Sigma F_z = 0; \quad \frac{3}{4.5}F_{DA} + \frac{3}{3.5}F_{DC} - 20 = 0$$

قوة <u>**تنطبق**</u> على محور الصادي :F_{DB}

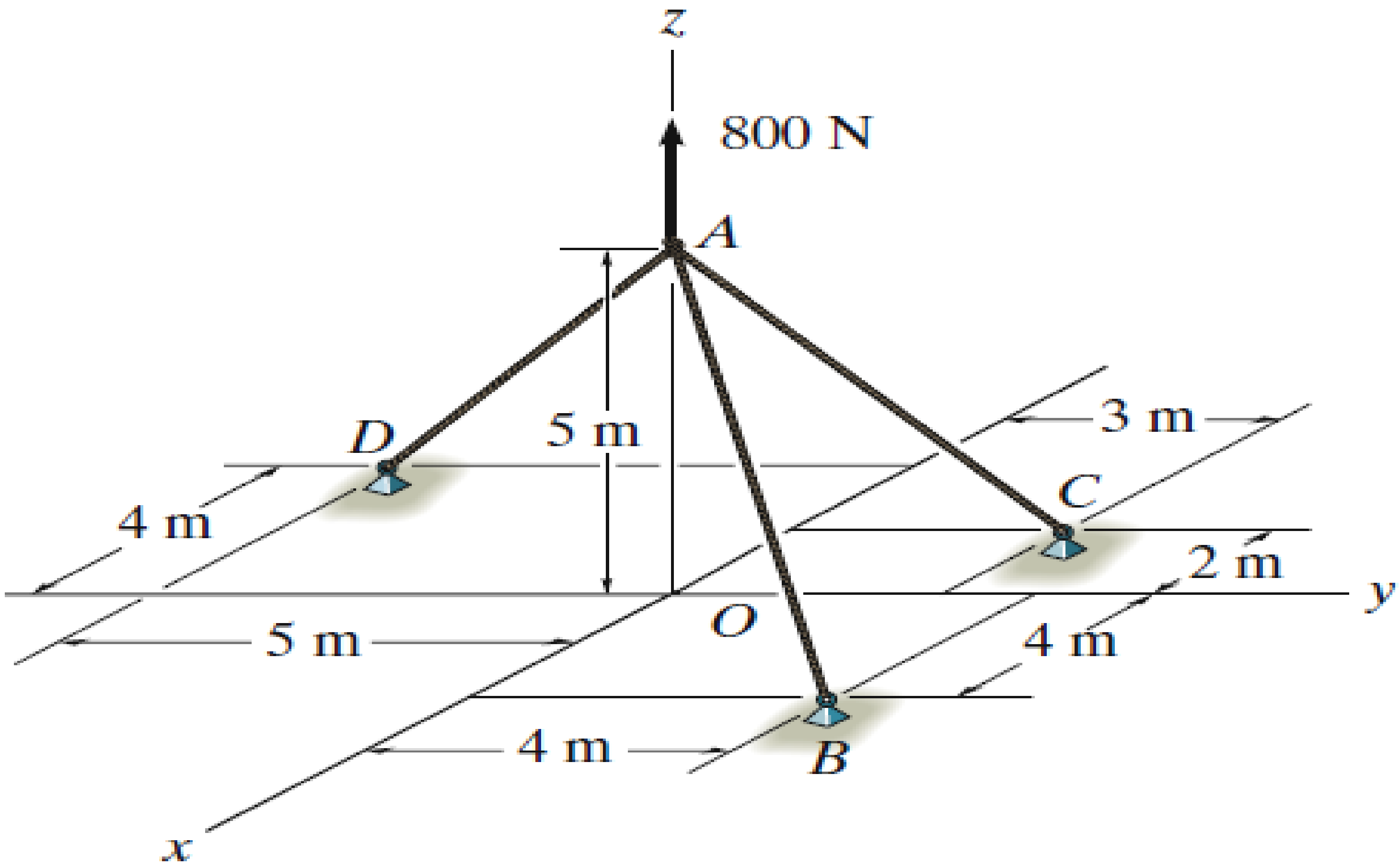
وزن الوعاء كذلك <u>**منطبق**</u> على محور الزيد

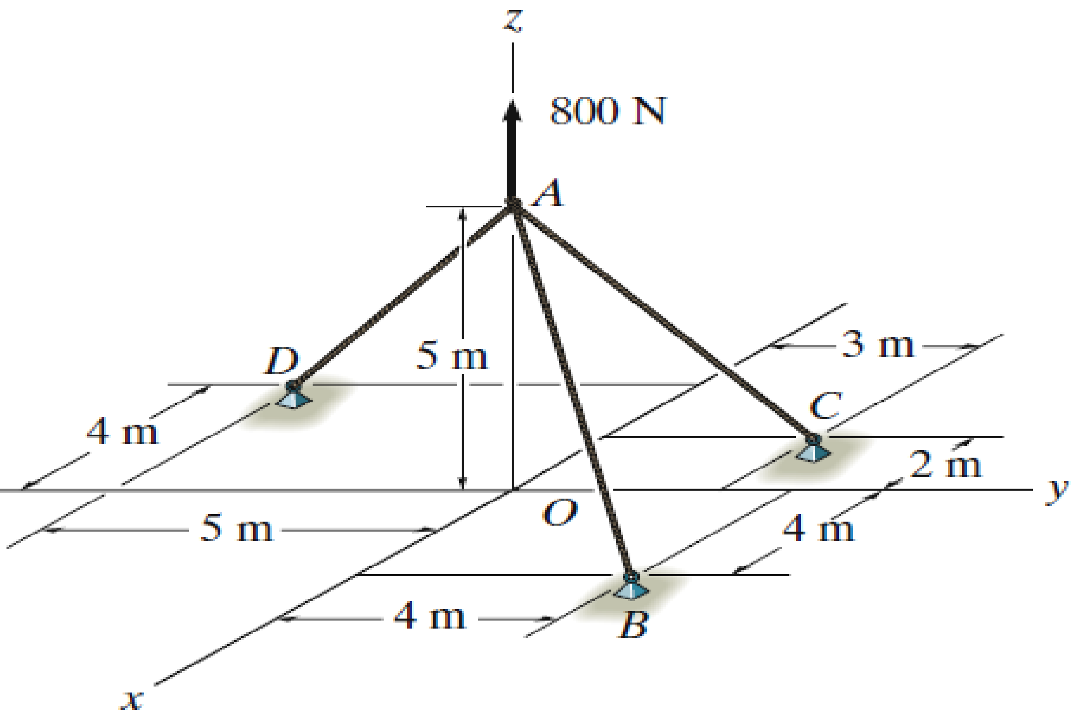
$$F_{DA} = 10.0 \text{ lb}$$

$$F_{DB} = 1.11 \text{ lb}$$

$$F_{DC} = 15.6 \text{ lb}$$

❑**Prop3-61:** Determine the **tension in each cable** for equilibrium ?





الخطوة الأولى : حدد إحداثيات النقاط ولكي لا تكون في شك , لا يشرط أن تكون كل الإحداثيات لها قيم فقد يكون قيم فقط لها إحداثي سيني وصادي فقط وهكذا ..

من باب التذكير إن كانت المسافة على امتداد المحور فتكون سالبة .

A(0,0,5) B(4,4,0) C(-2,3,0) D(4,-5,0)

الخطوة الثانية : نجد متجه الوحدة لكل متجه لا يستقيم على المحور أي له أكثر من مركبة عن طريق تطبيق القانون

$$u_{AB}=\left\{\frac{4}{\sqrt{4^2+4^2+5^2}}\,i+\frac{4}{\sqrt{4^2+4^2+5^2}}\,j-\frac{5}{\sqrt{4^2+4^2+5^2}}\,k\right\}$$

$$u_{AD}=\left\{\frac{4}{\sqrt{4^2+5^2+5^2}}\,i-\frac{5}{\sqrt{4^2+5^2+5^2}}\,j-\frac{5}{\sqrt{4^2+5^2+5^2}}\,k\right\}$$

$$u_{AC}=\left\{\frac{-2}{\sqrt{2^2+3^2+5^2}}\,i-\frac{2}{\sqrt{2^2+3^2+5^2}}\,j+\frac{1.5}{\sqrt{2^2+3^2+5^2}}\,k\right\}$$

الخطوة الثالثة : مجموع القوى
على كل محور يساوي صفر

$$\Sigma F_x = 0; \quad F_{AB}\left(\frac{4}{\sqrt{57}}\right) - F_{AC}\left(\frac{2}{\sqrt{38}}\right) - F_{AD}\left(\frac{4}{\sqrt{66}}\right) = 0$$

$$\Sigma F_y = 0; \quad F_{AB}\left(\frac{4}{\sqrt{57}}\right) + F_{AC}\left(\frac{3}{\sqrt{38}}\right) - F_{AD}\left(\frac{5}{\sqrt{66}}\right) = 0$$

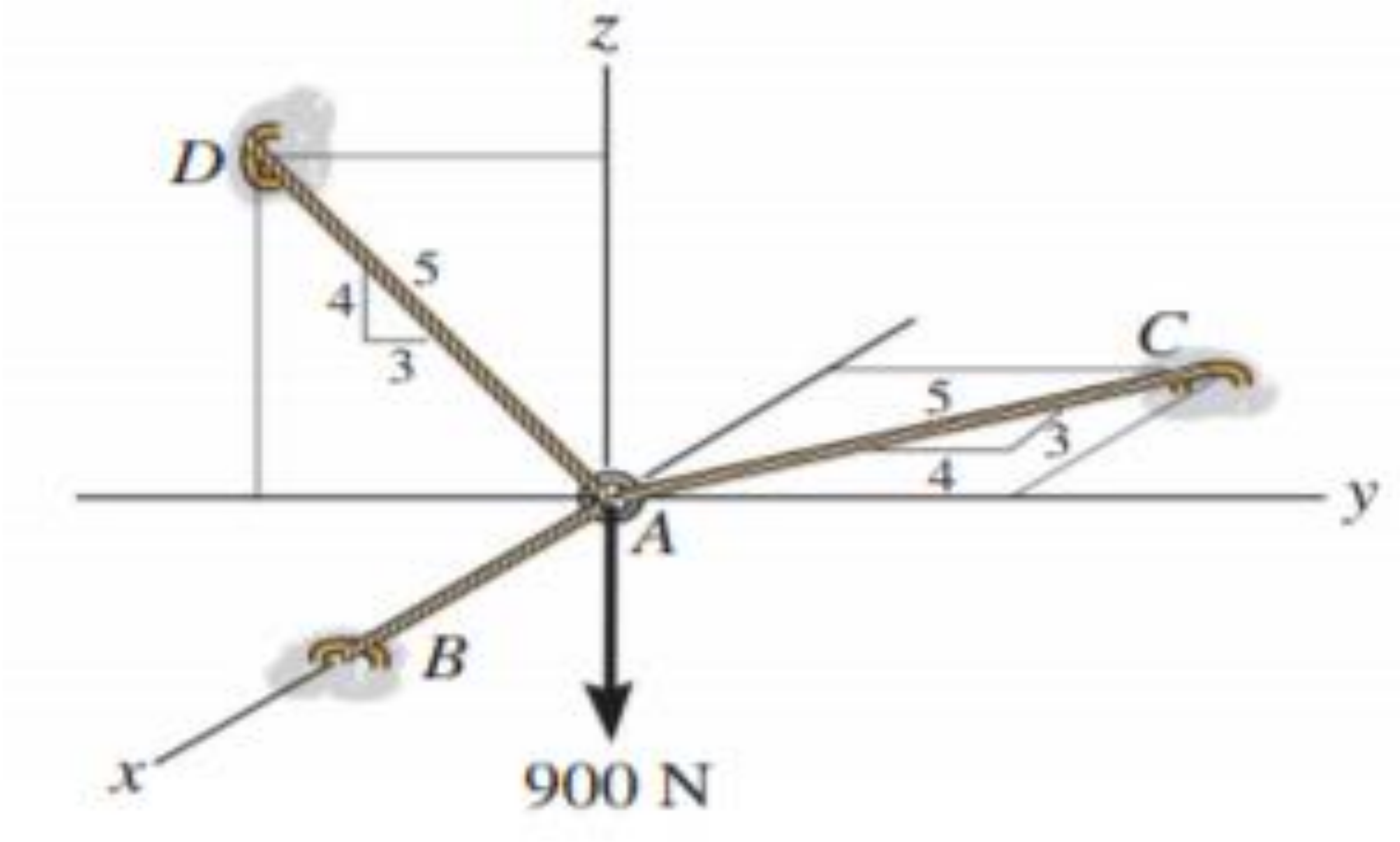
$$\Sigma F_z = 0; \quad -F_{AB}\left(\frac{5}{\sqrt{57}}\right) - F_{AC}\left(\frac{5}{\sqrt{38}}\right) - F_{AD}\left(\frac{5}{\sqrt{66}}\right) + 800 = 0$$

$$F_{AC} = 85.77 \text{ N} = 85.8 \text{ N}$$

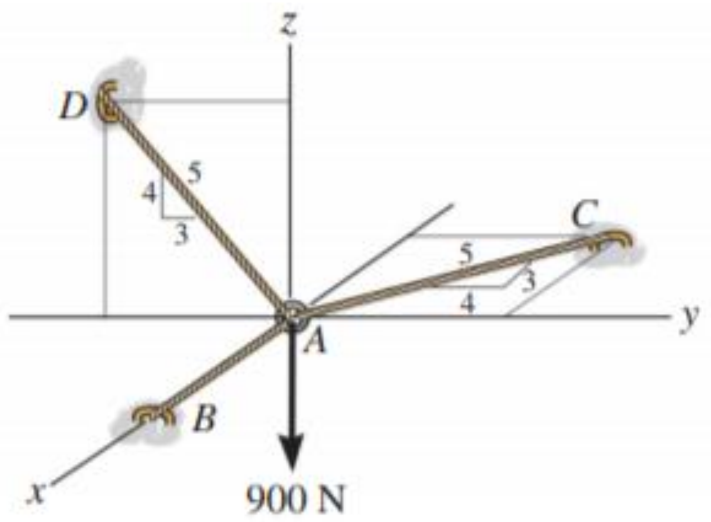
$$F_{AB} = 577.73 \text{ N} = 578 \text{ N}$$

$$F_{AD} = 565.15 \text{ N} = 565 \text{ N}$$

F3-8. Determine the **tension developed in cables** AB, AC, and AD ?



شكل جديد من الاسئلة
سأتدرج بشكل خفيف في رفع مستوى الاسئلة .



$F_{AC} = \frac{4}{5}j - \frac{3}{5}i$

F_{AB}: له مركبة سينية فقط لأنه **منطبق** على محور السيني الموجب

$F_{AD} = \frac{-3}{5}j + \frac{4}{5}k$

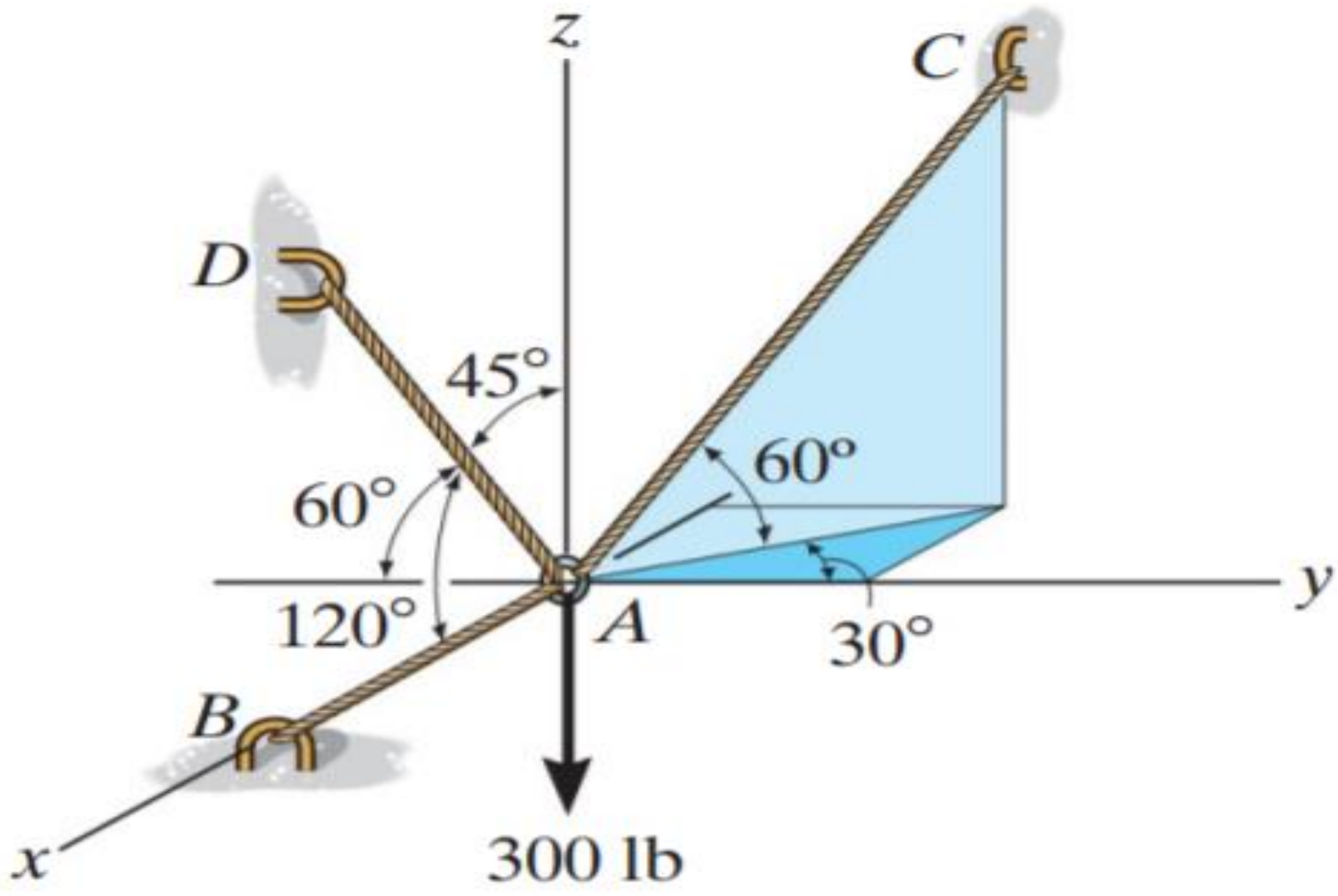
قلنا مسبقا ونكرر لا **يشترط** وجود لكل متجه **ثلاثة** مركبات **ولمعرفة ذلك** نرى المتجه أين محصور أو أين يقع بين أي محاور .

$$\sum F_z = 0 \rightarrow F_{AD}(\frac{4}{5}) - 900 = 0$$
$$F_{AD} = 1.13\,\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{AC}(\frac{4}{5}) - F_{AD}(\frac{3}{5}) = 0$$
$$F_{AC} = 844\,\text{N}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{AB} - F_{AC}(\frac{3}{5}) = 0$$
$$F_{AB} = 506\,\text{N}$$

❑**Prop3-10:** Determine **the tension developed in cables** AB, AC, and AD ?



$F_{AD} = F_{AD}\cos(120)i - F_{AD}\cos(60)j + F_{AD}\cos(45)k$ **على القانون**, راجع شابتر الثاني

F_{AB}: F_{AB} i (**منطبقه** على المحور السيني الموجب)

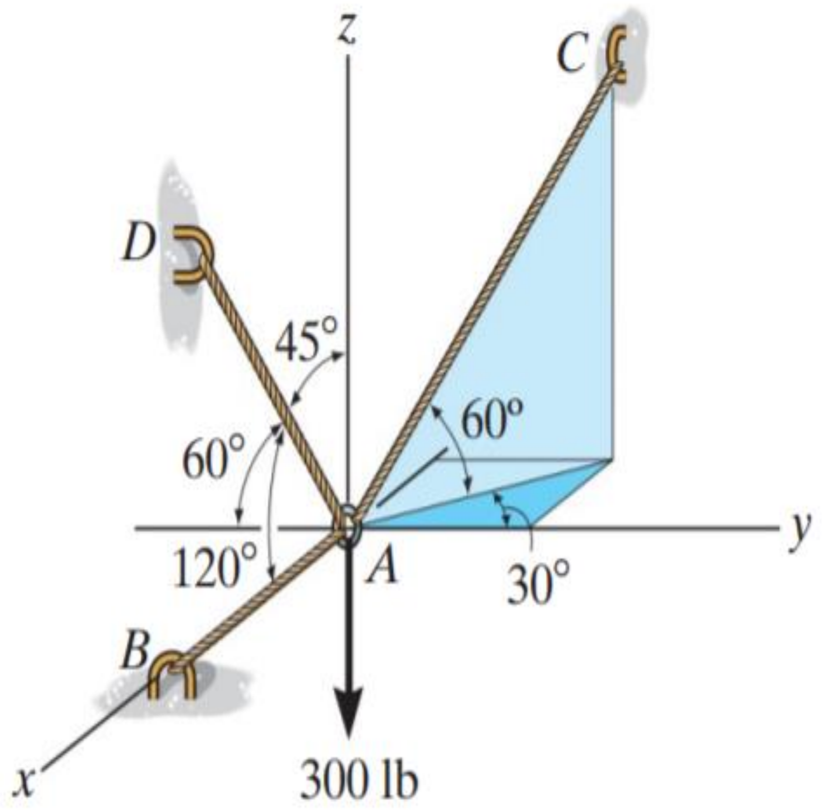
F_{AC} =

$F_Z = F_{AC}\sin(60°)k$

$F_X = - F_{AC}\cos(60°)\sin(30°)\,i$

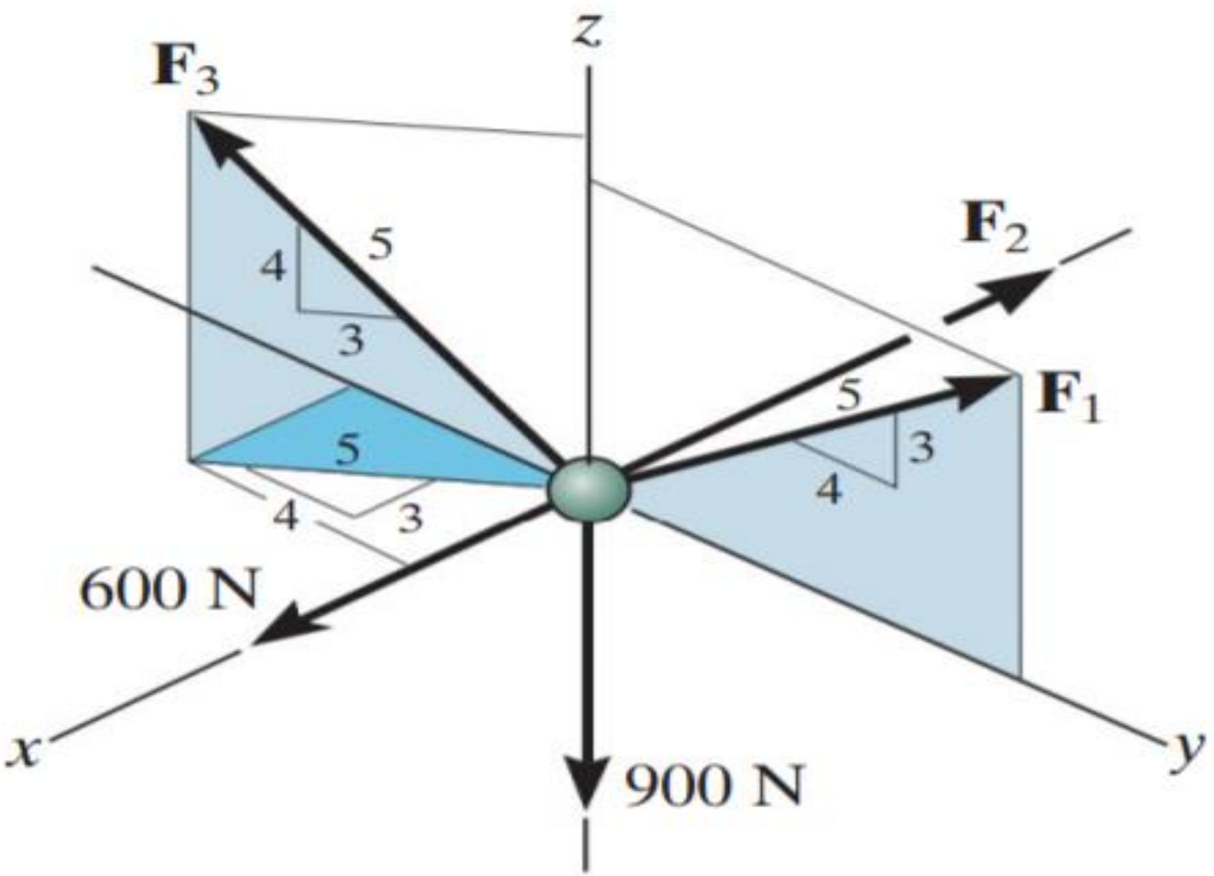
$F_Y = F_{AC}\cos(60°)\cos(30°)\,j$

كما أخذنا في شابتر 2
راجع كيفية التحليل في
الشاتبر الثاني.

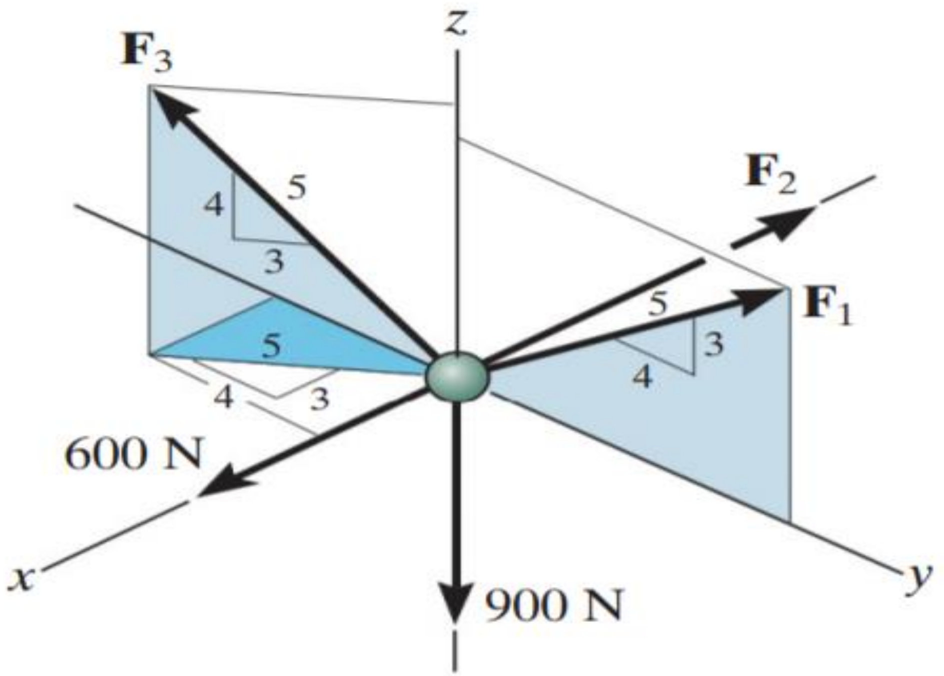


$$\sum F_y = 0 \rightarrow .433F_{AC} - .5F_{AD} = 0$$
$$\sum F_z = 0 \rightarrow .866F_{AC} + .707F_{AD} - 300 = 0$$
$$F_{AC} = 203\,\mathrm{lb}$$
$$F_{AD} = 176\,\mathrm{lb}$$
$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{AB} - .25F_{AC} - .5F_{AD} = 0$$
$$F_{AB} = 139\,\mathrm{lb}$$

➢ **F3-7.** Determine the magnitude of forces F1, F2, F3, so that the particle is held in equilibrium.



تقريبا نفس فكرة السؤال السابق لكن كثرة التكرار والحل سيطور من مهارتك في الحل



$\boldsymbol{F_3}$= $F_3*\frac{4}{5}\boldsymbol{k}$ + $F_3*\frac{3}{5}*\frac{3}{5}\boldsymbol{i}$ $+\ F_3*\frac{3}{5}*\frac{-4}{5}\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{F_1}$= $F_1*\frac{3}{5}\boldsymbol{k}$ + $+\ F_1*\frac{4}{5}\boldsymbol{j}$

F_2 : **<u>منطبقه</u>** على المحور السيني السالب

$$\sum F_x = 0 \rightarrow (\frac{3}{5})F_3(\frac{3}{5}) + 600 - F_2 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow (\frac{4}{5})F_1 - (\frac{3}{5})F_3(\frac{4}{5}) = 0$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow (\frac{4}{5})F_3 + (\frac{3}{5})F_1 - 900 = 0$$

$F_1 = 466$ N

$F_2 = 879$ N

$F_3 = 776$ N

4 Force System Resultants 121

الشابتر الرابع هو **أخر شابتر في مادة الفيرست** , للأمانه شابتر زخم وطويل وبحاجة إلى أن تكون قوي جدا في ما مضى .

معظم علامة الإمتحانات تكون عليه لذلك لا بد من التمكن منه ودراسته بتمهل وعناية وفهم تام وأيضا مادة السكند معتمدة عليه .

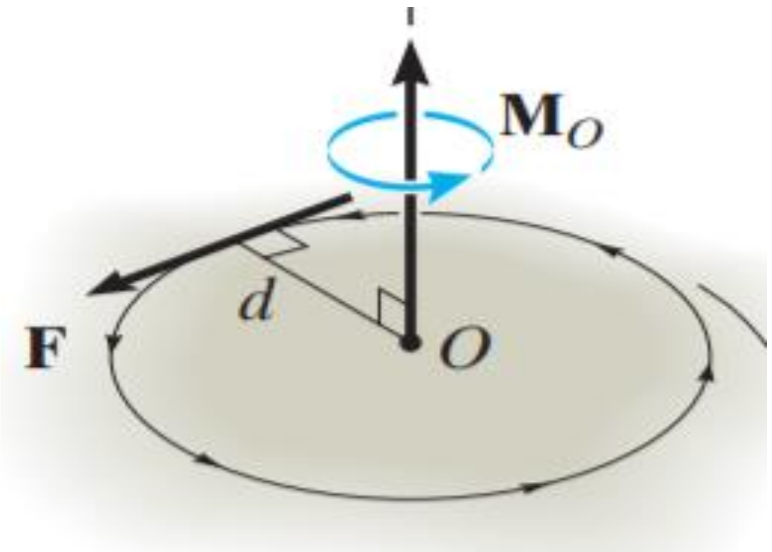
بسم الله نبدأ

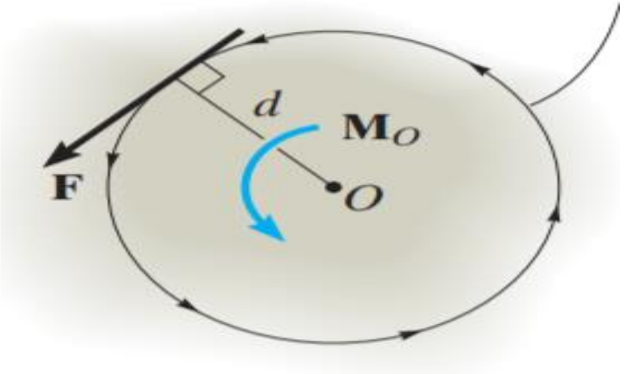
- When a Force is applied on a rigid body about a point O is defined as the product of force and perpendicular **distance of the point from the line of action** is called a **Moment** .

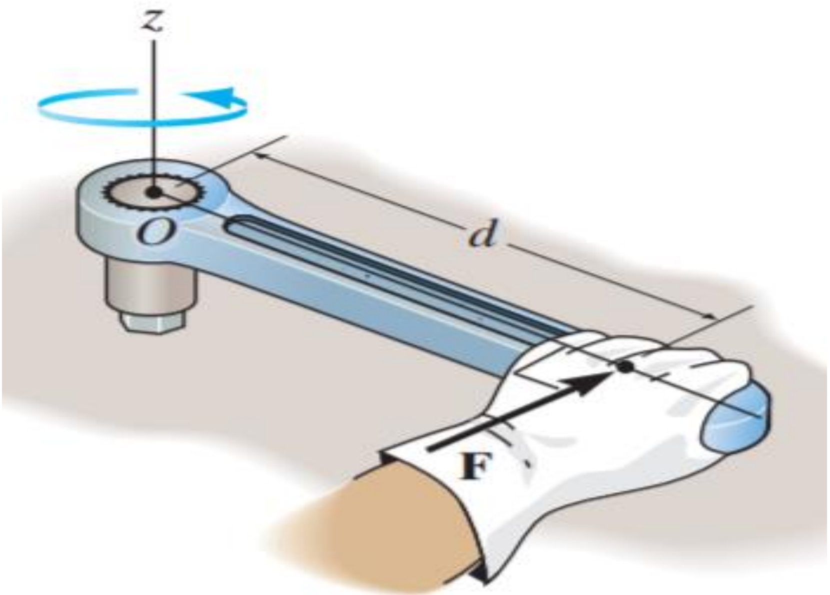
عند تطبيق القوة على جسم جاسئ حول نقطة محددة ف يكون عزم الدوران هو عبارة عن القوة مضروبة بالمسافة العامودية من القوة أو إمتداد خط عمل القوة إلى النقطة المطلوبة .

- When a force is applied to a body it will produce a tendency for the body to rotate about a point that is **not on the line of action of the force**. This tendency to rotate is called a **torque** .

عند تطبيق القوة على جسم فإنه سيحدث دوران للجسم لكن ليس على إمتداد خط عمل القوة وهذا فقط من باب العلم في مادة الستاتيك وسوف تأخذونها بالتفصيل في المواد القادمة لكني وضعته من باب العلم بالشئ .







$$\boxed{M_O = Fd}$$

d : **<u>Moment arm</u>** or **perpendicular** distance from the axis at point O to the **line of action of the force**.

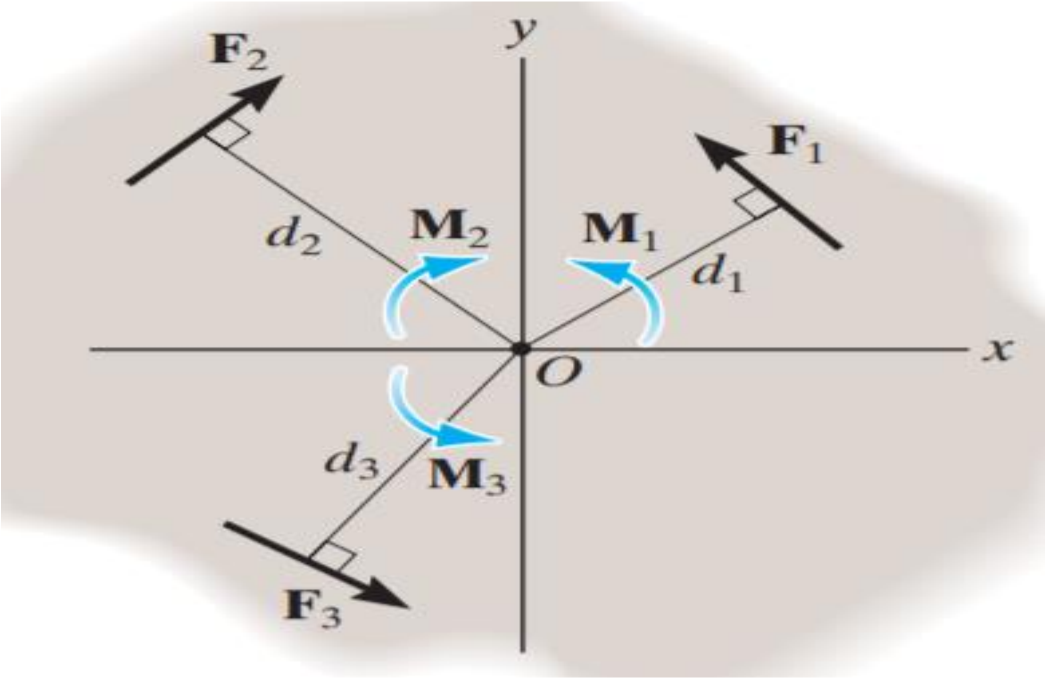
ذراع القوة سنتعلم كيف نحدده في الأمثلة

<u>إتجاه العزم :</u>

ضع يدك (الأصابع) بإتجاه القوة

إن كان **بطن اليد محتوي(بإتجاه)** النقطة فيكون موجب وخلاف ذلك سالب

• **Resultant Moment** : أكثر من عزم دوران مؤثرعلى نفس النقطة فإننا نقوم بحساب كل عزم مع إشارته ومن ثم الحصول على الإشارة النهائية ل العزم .



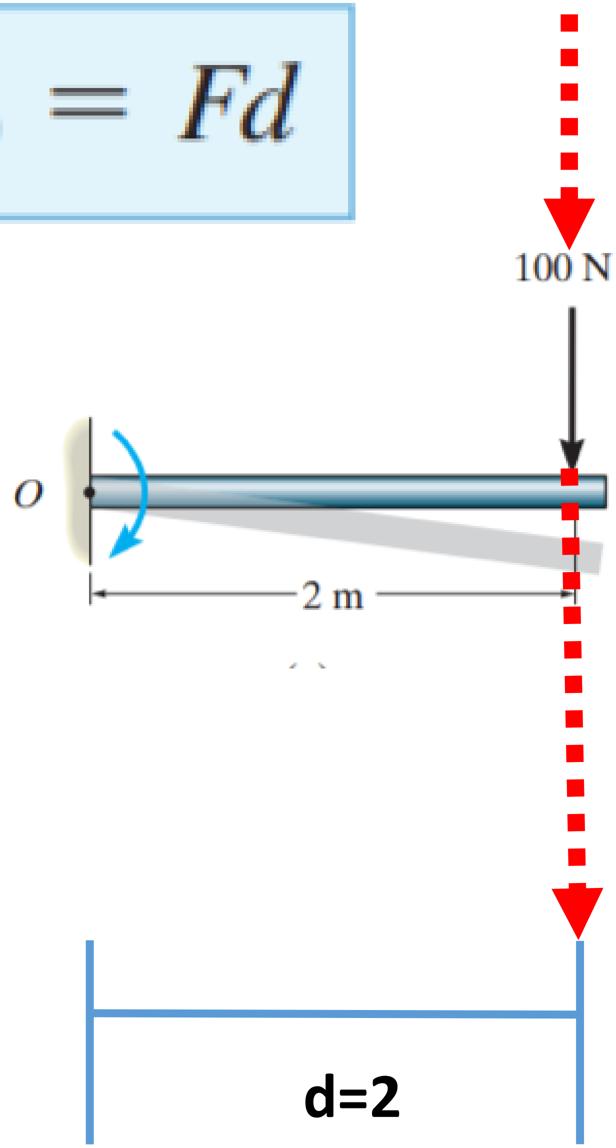
$$\circlearrowleft +(M_R)_0 = \Sigma Fd; \quad (M_R)_0 = F_1 d_1 - F_2 d_2 + F_3 d_3$$

- **Counterclockwise <u>or</u> out** of the page **<u>or</u>** moment **sum** is a **positive** scalar **<u>or</u>** **عكس عقارب الساعه**

- **Clockwise <u>or</u> into** the page **<u>or</u>** moment **sum** is **negative** scalar or **عقارب الساعه مع**

➢**Example4.1 :** Determine the moment of the force about point O ?

$$M_O = Fd$$



هذا المقصود بالإمتداد

هذا المقصود بالإمتداد

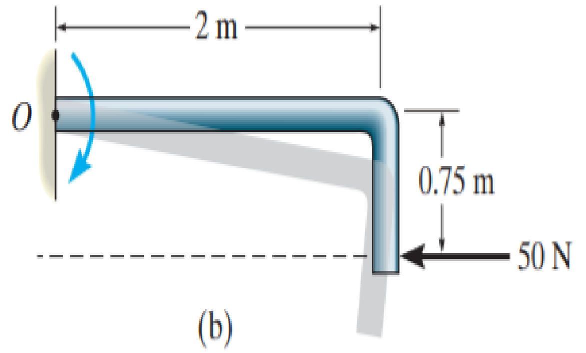
d : **Moment arm** or **perpendicular** distance from the axis at point O to the **line of action of the force(إمتداد القوة).**

$$M_O = (100\ \text{N})(2\ \text{m}) = 200\ \text{N}\cdot\text{m} \circlearrowright$$

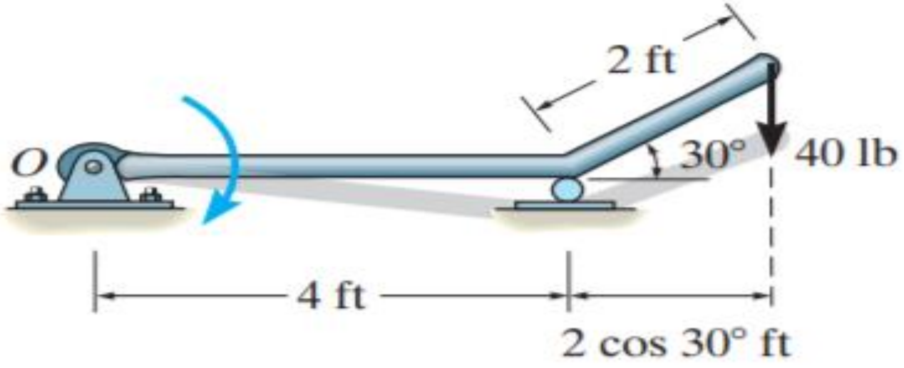
ذراع القوة جدا مهم وعليك تحديده بالشكل الصحيح ولقد وضعت عدد كبير من الأسئلة عليه

دائما إفرض الإتجاه الذي يكون **عكس عقارب الساعه** هو الموجب **وخلاف ذلك صحيح** لكن **يفضل** فعل عكس عقارب الساعه موجب وفي حال كان الجواب **سالب** دلالة على أن هذا العزم يؤثر مع **عقارب الساعه**

السلايد القادم سيوضح لكم ذراع القوة في هذه الأسئلة

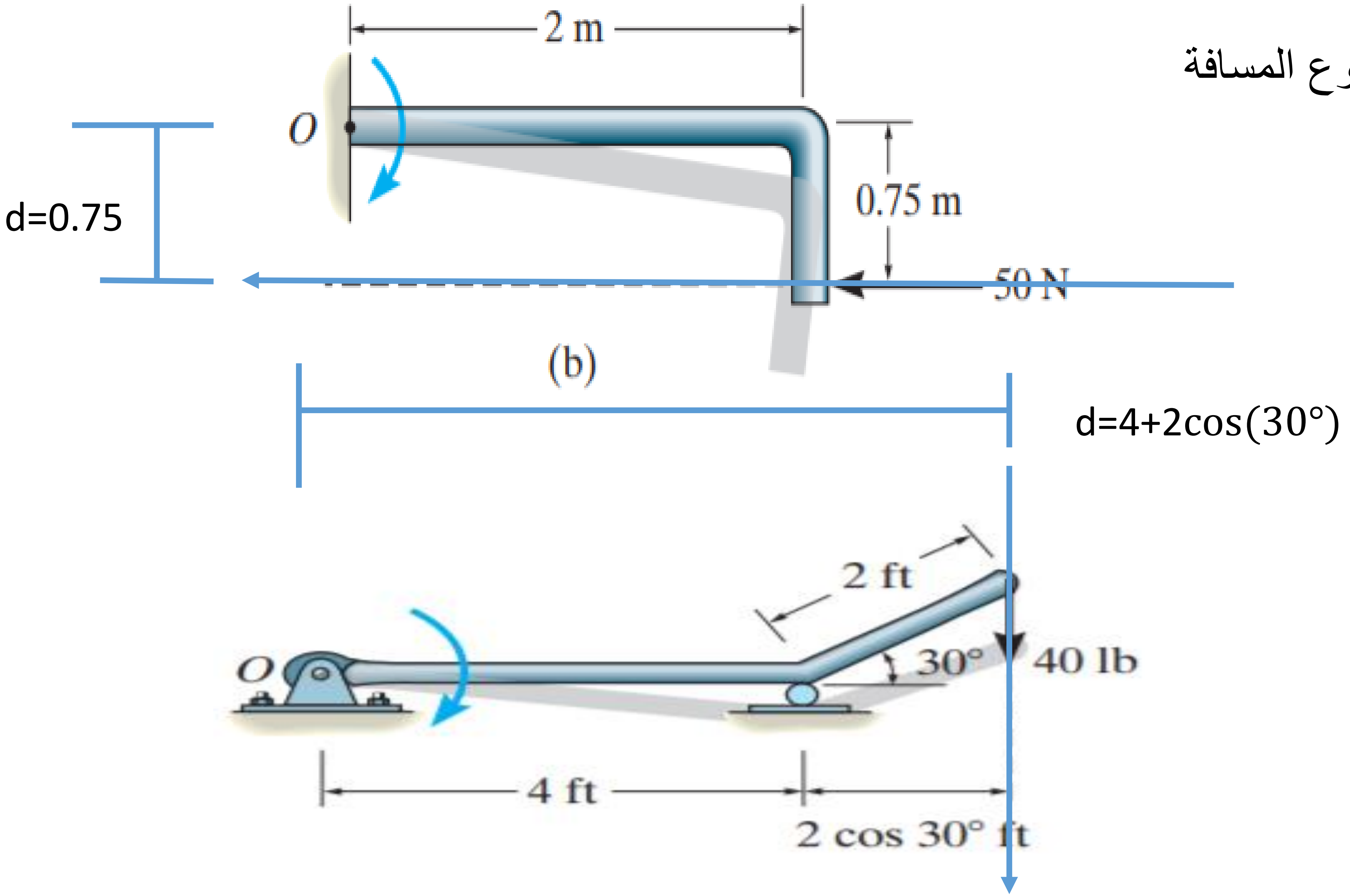


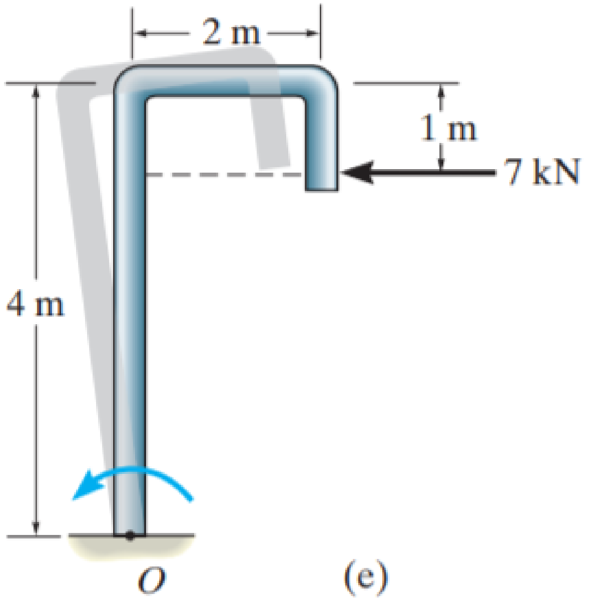
$$M_O = (50\text{ N})(0.75\text{ m}) = 37.5\text{ N}\cdot\text{m} \curvearrowright$$



$$M_O = (40\text{ lb})(4\text{ ft} + 2\cos 30^\circ\text{ ft}) = 229\text{ lb}\cdot\text{ft} \curvearrowright$$

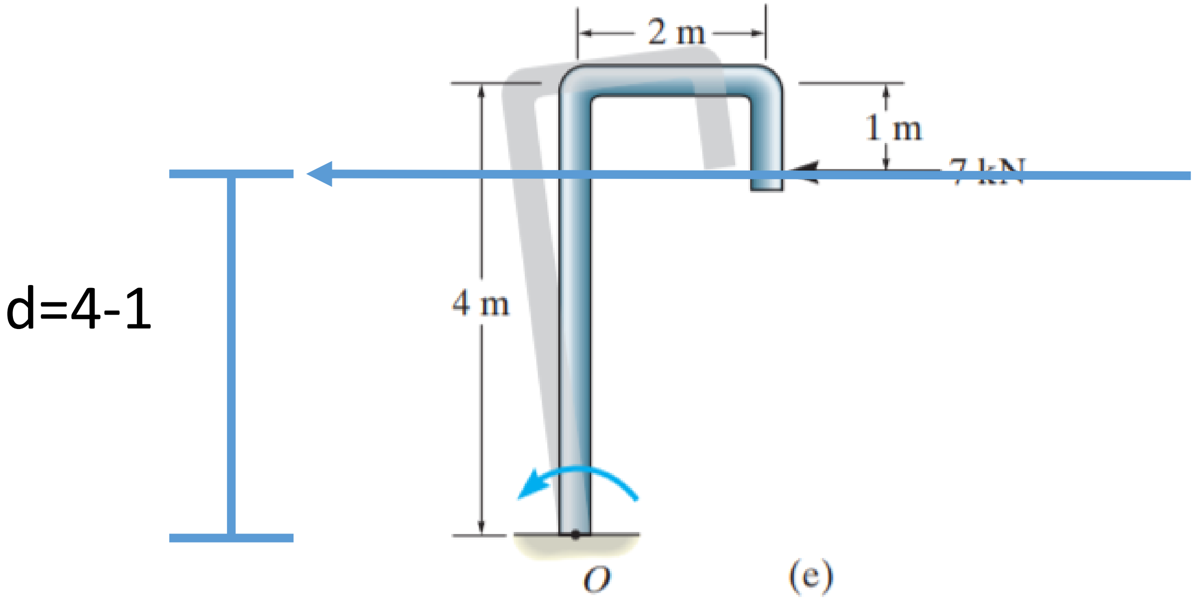
توضيح لكم موضوع المسافة



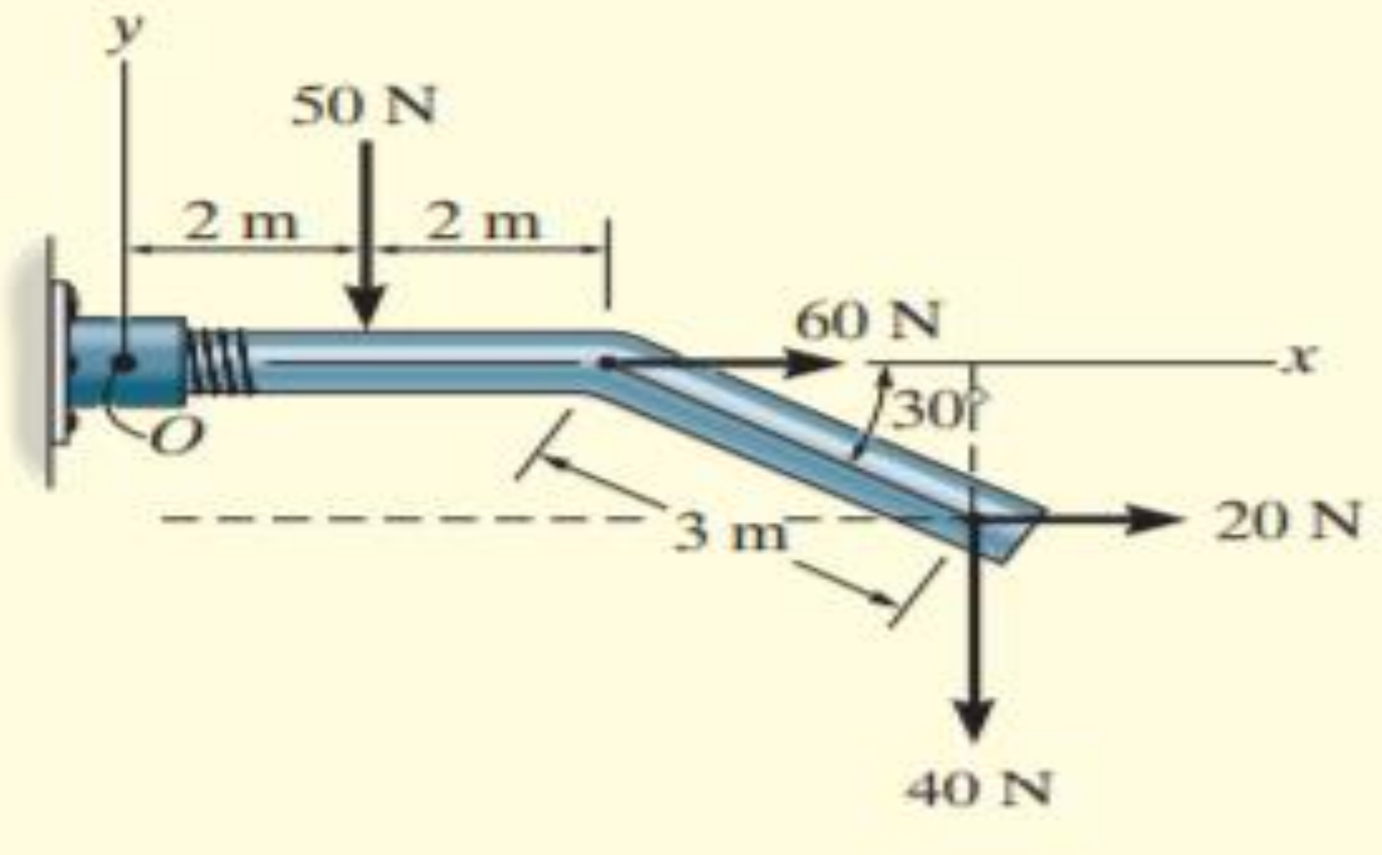


$$M_O = (7\ \text{kN})(4\ \text{m} - 1\ \text{m}) = 21.0\ \text{kN}\cdot\text{m}\ \circlearrowleft$$

<u>**توضيح لكم**</u> موضوع المسافة



❑ Example4.2



$$\circlearrowleft + (M_R)_o = \Sigma Fd;$$

$$(M_R)_o = -50\text{ N}(2\text{ m}) + 60\text{ N}(0) + 20\text{ N}(3\sin 30^\circ\text{ m})$$

$$-40\text{ N}(4\text{ m} + 3\cos 30^\circ\text{ m})$$

$$(M_R)_o = -334\text{ N}\cdot\text{m} = 334\text{ N}\cdot\text{m} \circlearrowright$$

القوة التي **تنطبق** على المحور الذي يوجد به النقطة المطلوبة يكون **العزم صفر** لأنه **لا يوجد مسافة**

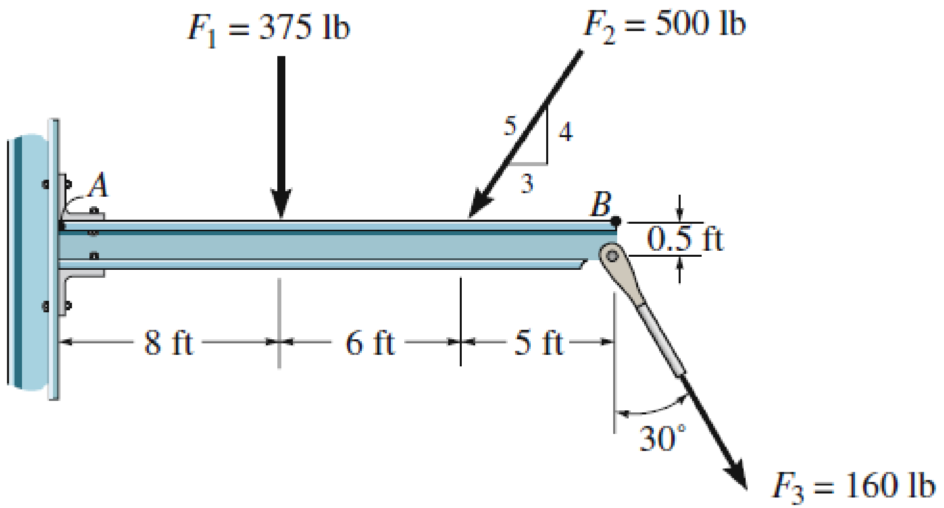
نحل قوة قوة , وكل **قوة تحتفظ بإشارتها** ومن ثم نقوم **بالجمع الجبري** وتخرج **الإشارة النهائية**

نضع **أصابعنا** مع القوة وإذا كان **بطن الكف يحتوي** النقطة المطلوبة فتكون الإشارة موجبة وخلاف ذلك سالب

إفرض عكس عقارب الساعه هو الموجب

❑ **Prop4.4:** Determine the moment about **point *A*** of each of the three forces acting on the beam ?

السلايد القادم سيوضح لكم ذراع القوة



$$\circlearrowleft + (M_{F_1})_A = -375(8)$$

$$= -3000 \text{ lb}\cdot\text{ft} = 3.00 \text{ kip}\cdot\text{ft} \quad \textit{(Clockwise)}$$

ضع أصابعك بإتجاه القوة , سيكون بطن الكف لا يحتوي النقطة لذلك تكون الإشارة سالب

$$\circlearrowleft + (M_{F_2})_A = -500\left(\frac{4}{5}\right)(14)$$

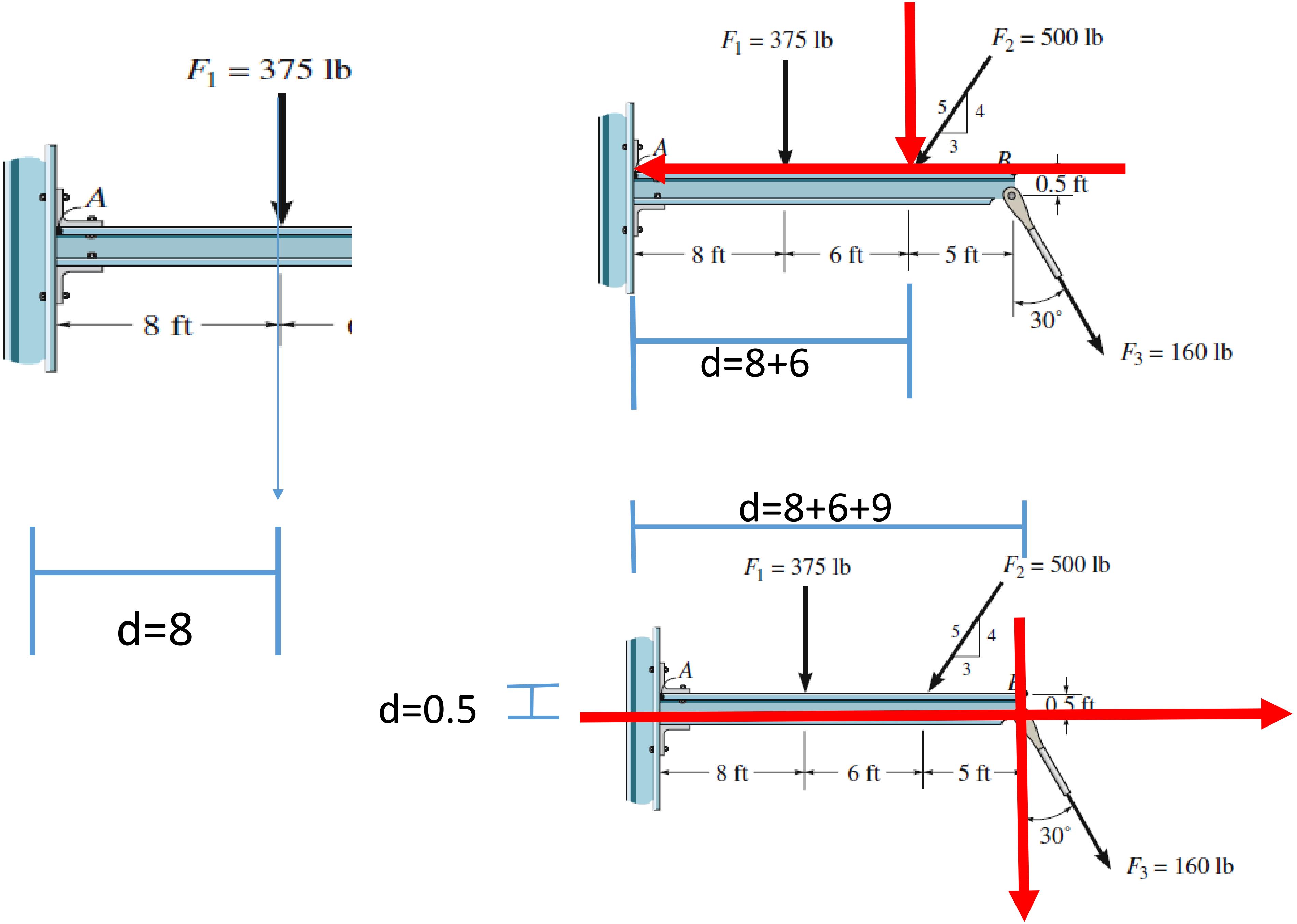
$$= -5600 \text{ lb}\cdot\text{ft} = 5.60 \text{ kip}\cdot\text{ft} \quad \textit{(Clockwise)}$$

المركبة التي تمر بالنقطة ليس لها عزم دوران لان المسافة تكون صفر لذلك نهتم فقط بالمركبة الصادية وتكون الإشارة سالبة أيضا .

$$\circlearrowleft + (M_{F_3})_A = -160(\cos 30°)(19) + 160 \sin 30°(0.5)$$

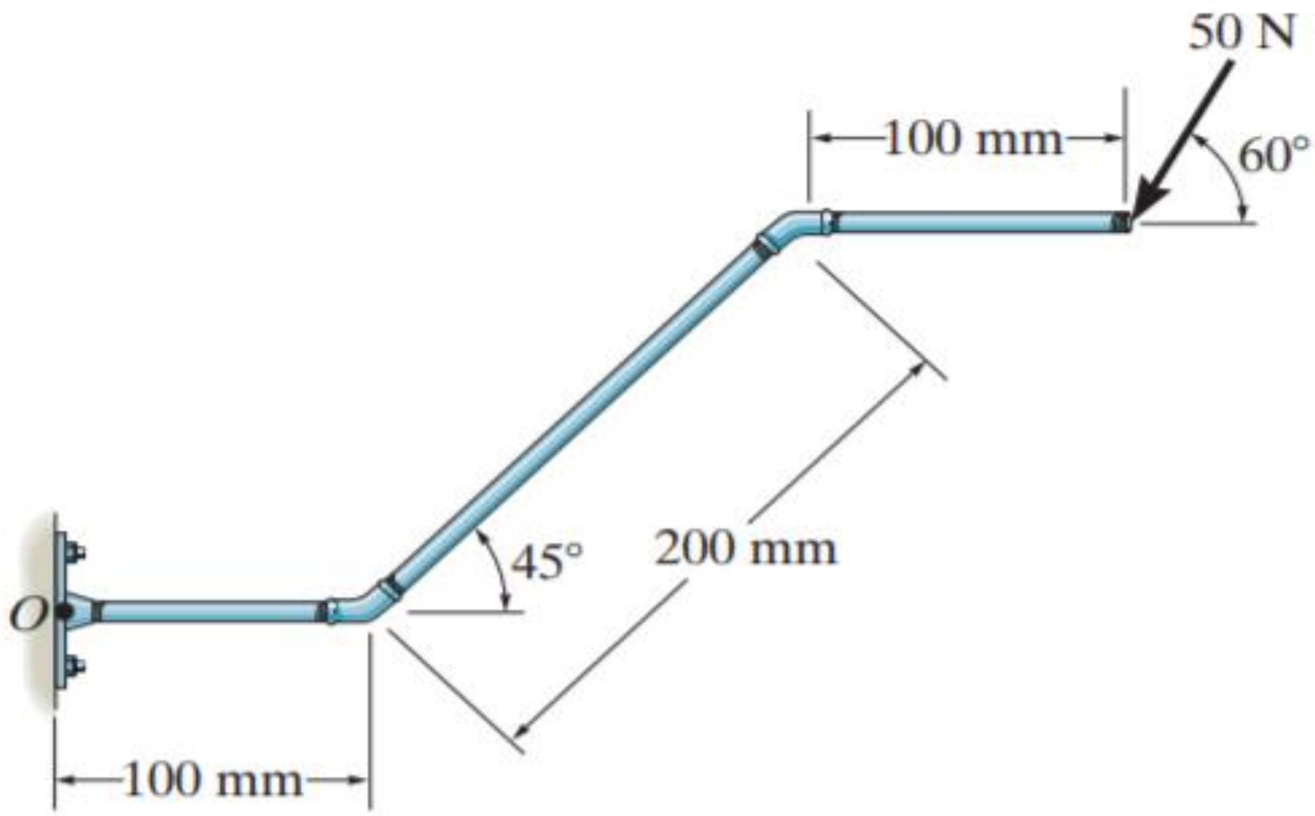
$$= -2593 \text{ lb}\cdot\text{ft} = 2.59 \text{ kip}\cdot\text{ft} \quad \textit{(Clockwise)}$$

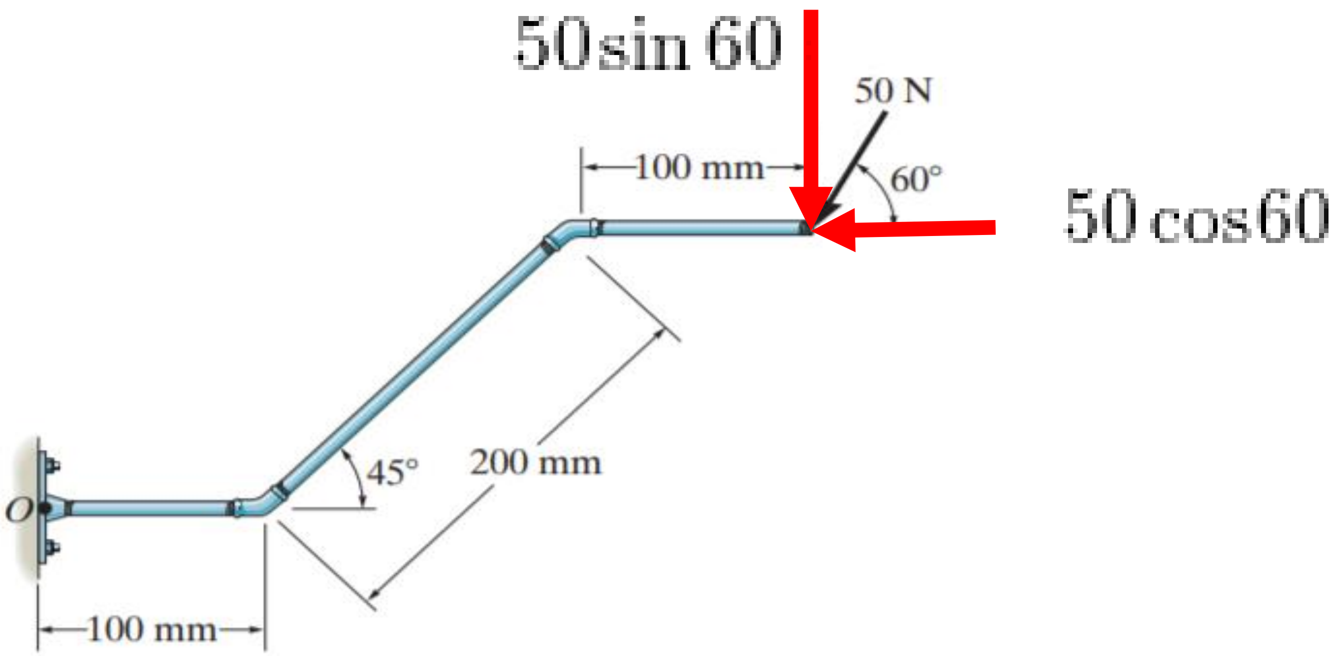
هنا سنقوم بتحليل المركبتين لأن المركبتين يوجد مسافة على خلاف الفرع السابق



F1 = 375 lb
A
8 ft
d=8
F1 = 375 lb
F2 = 500 lb
5
4
3
A
B
0.5 ft
8 ft
6 ft
5 ft
30°
F3 = 160 lb
d=8+6
d=8+6+9
F1 = 375 lb
F2 = 500 lb
5
4
3
A
0.5 ft
8 ft
6 ft
5 ft
30°
F3 = 160 lb
d=0.5

❑**F4-4.** Determine the moment of the force about point O. Neglect the thickness of the member ?





نحلل 200 إلى مركبتين , كما نحلل القوة .

$$F_x = 50\cos 60 = 25\ \text{N} \qquad d_x = 100(10^{-3}) + (200(10^{-3})\cos 45 + 100(10^{-3})) = .3414\ \text{m}$$

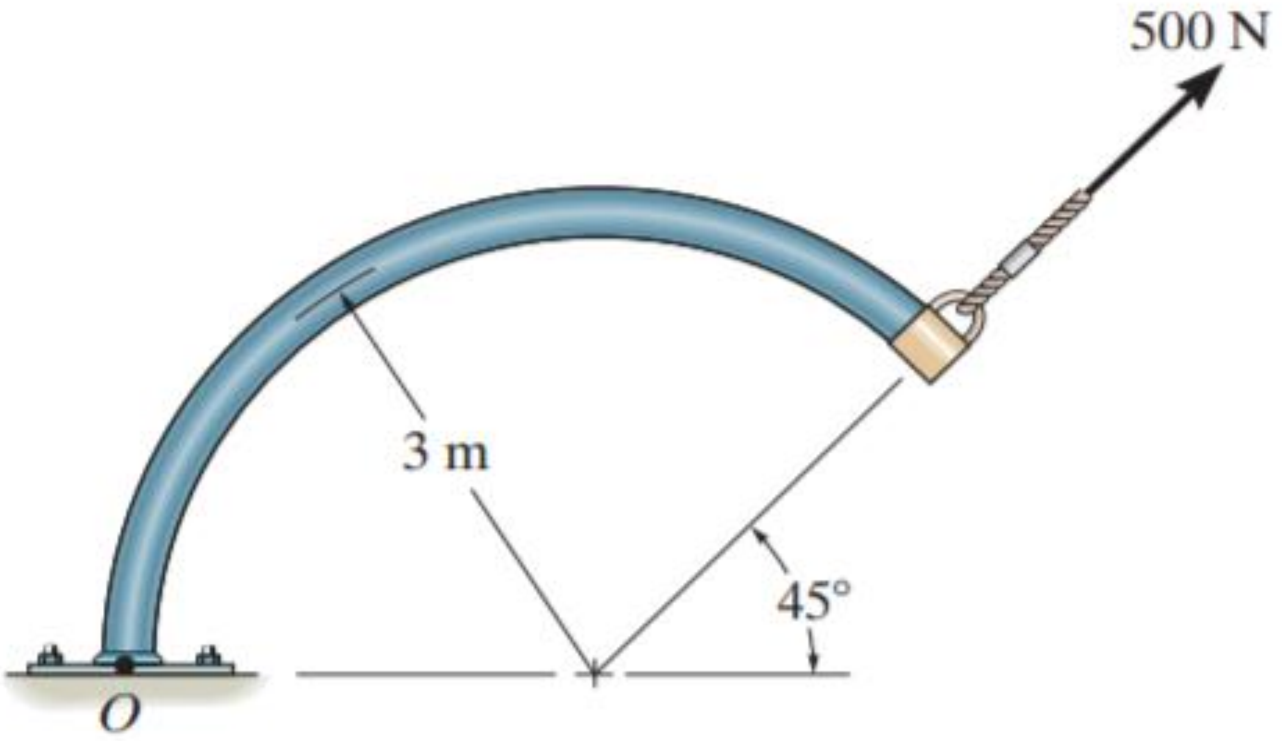
$$F_y = 50\sin 60 = 43.3\ \text{N} \qquad d_y = (200(10^{-3}))\sin 45 = .1414\ \text{m}$$

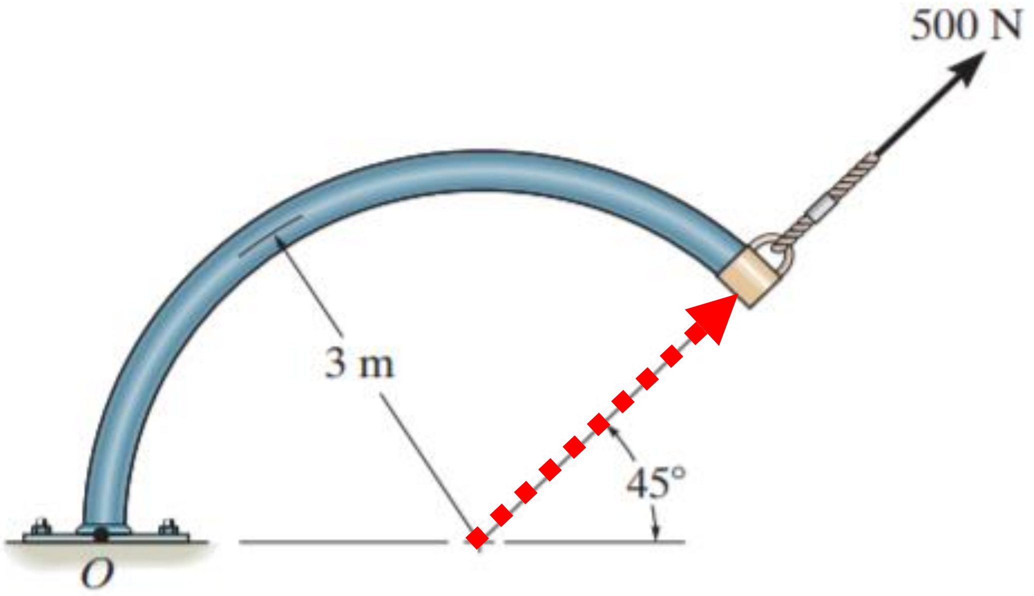
<u>فقط</u> قمنا بتحويل الوحدات لذلك ضربنا ب 0.001

$$M_O = F_y d_x + F_x d_y$$

$$M_O = 43.3\text{N}(.3414\text{m}) - 25\text{N}(.1414\text{m}) = 11.2\ \text{N}\cdot\text{m}$$

❑**F4-6** Determine the moment of the force about point O ?

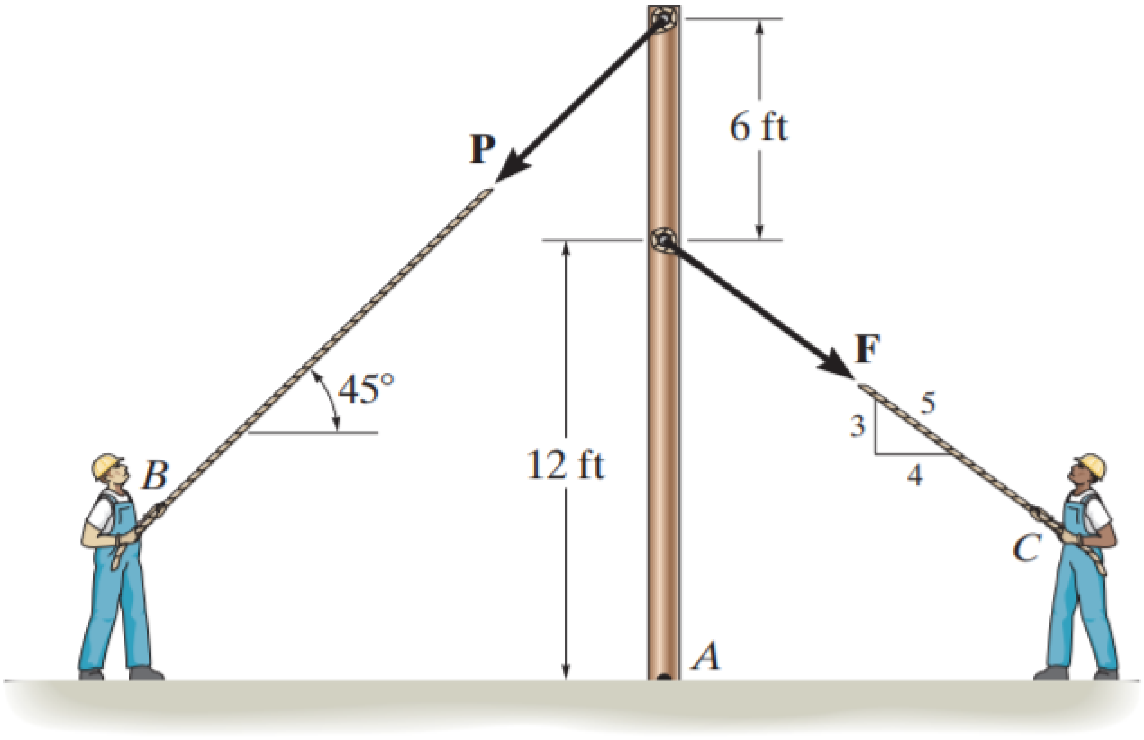




$$\overset{\curvearrowleft}{M_O} = 500 \cdot 3\cos 45^\circ = 1060\ \mathrm{N \cdot m}$$

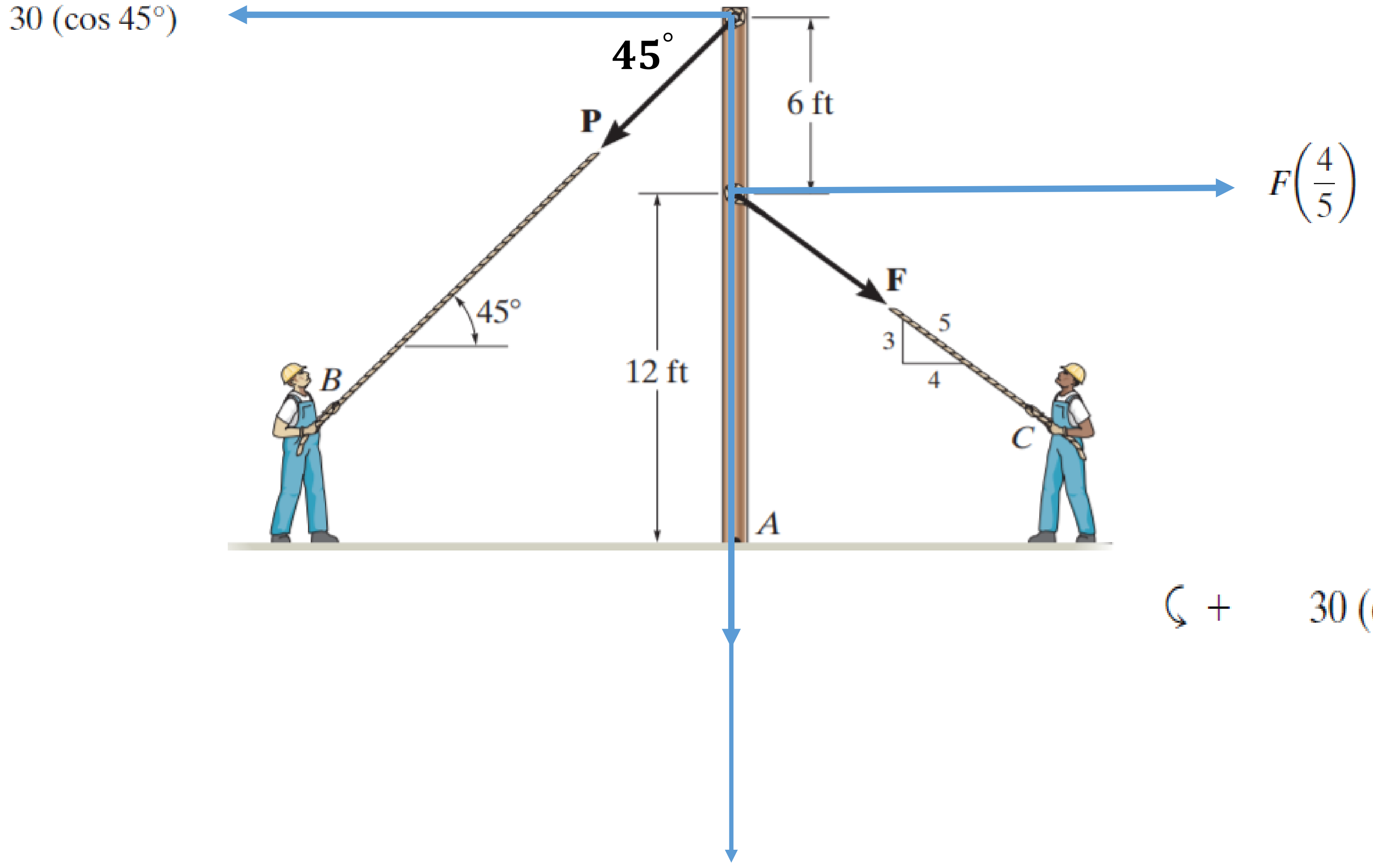
<u>**الفكرة هنا**</u> فقط أنك قادر على أنك تتعامل مع إمتداد القوة

❑**Prop4-16.** If the man at B exerts a force of P = 30 lb on his rope, determine the magnitude of the force F the man at C must exert to prevent the pole from rotating, i.e., **so the resultant moment about A of both forces is zero ?**



القوى التي تمر بالنقطة
المطلوبة لا تشكل عزم

نحسب العزم عند النقطة
المطلوبة ومحصلة العزم هي
صفر وهي معطى في السؤال



$$\circlearrowleft + \quad 30(\cos 45^\circ)(18) = F\left(\frac{4}{5}\right)(12) = 0$$

$$F = 39.8 \text{ lb}$$

- The **cross product(الضرب الإتجاهي)** of two vectors A and B yields the vector C also it is written :

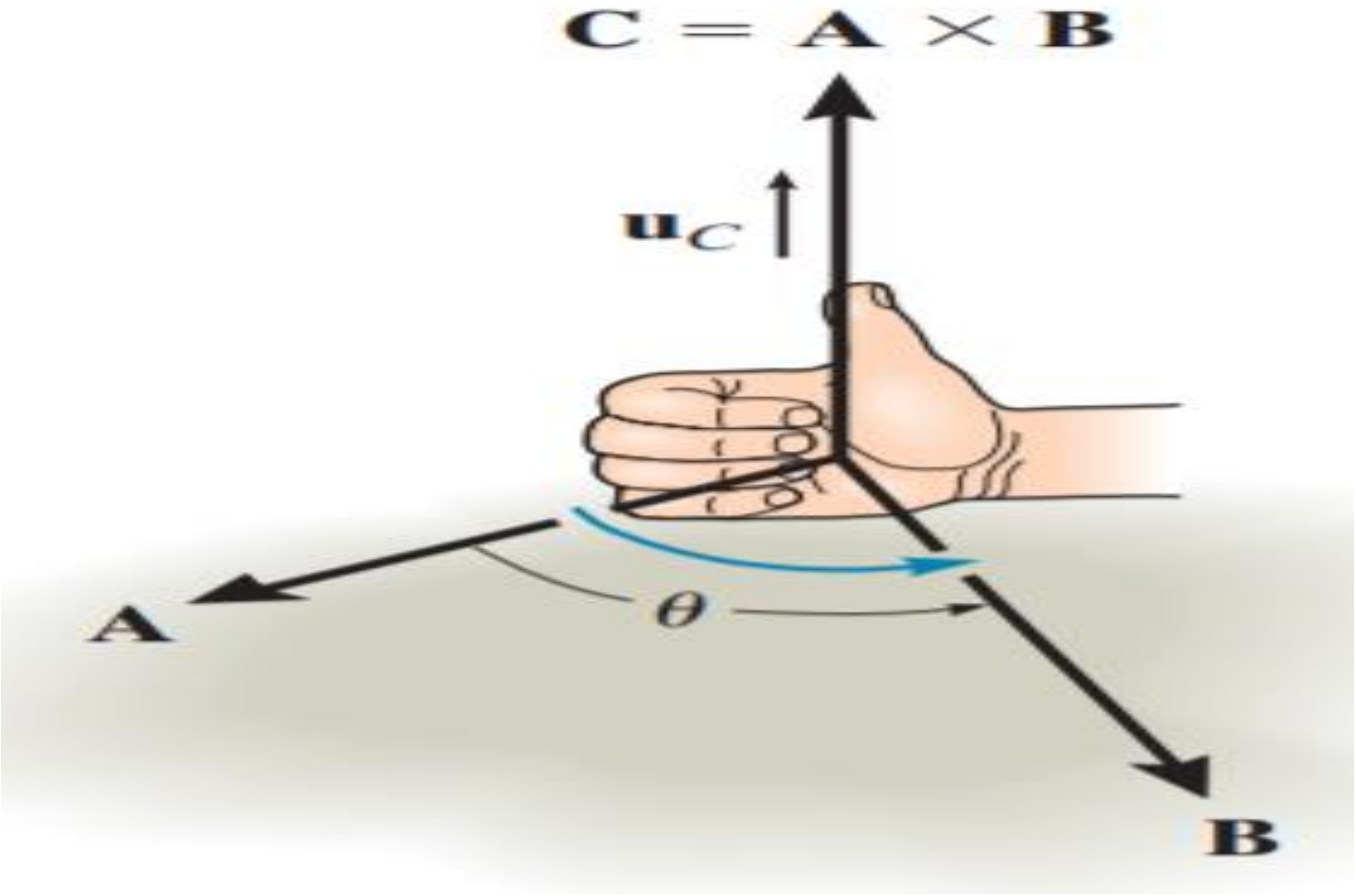
$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$

- **The magnitude(المقدار)** of C is defined as the product of the magnitudes of A and B and the sine of the angle θ between their tails .

$$C = AB \sin \theta. \qquad (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ)$$

❑**Direction(الإتجاه)** : Vector C has a direction that is perpendicular to the plane .

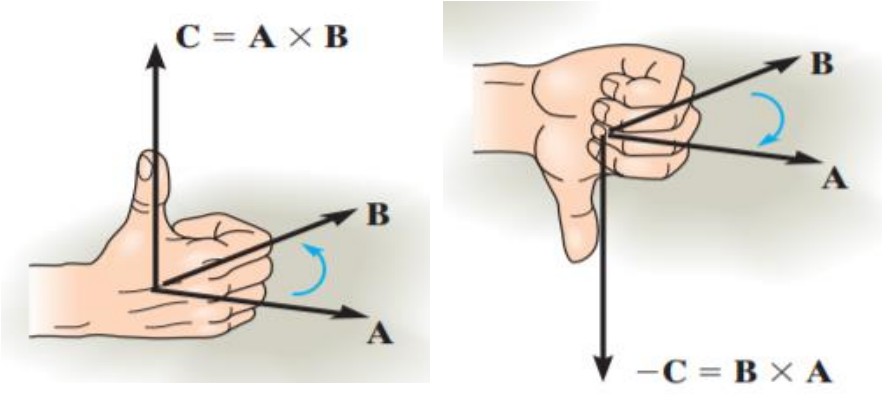
عند إجراء عملية الضرب فإن الناتج يكون عامودي على المسطح كما هو موضح في الصورة .



خصائص الضرب الإتجاهي وهي فقط من باب المعرفة أي لن يأتي سؤال مباشر عليها فقط من **باب العلم "فهم "**

- The commutative law is *not* valid; i.e., $\mathbf{A} \times \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \times \mathbf{A}$. Rather,

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$$



Same magnitude but acts in the **opposite direction**

If the cross product is multiplied by a scalar a, it obeys the associative law;

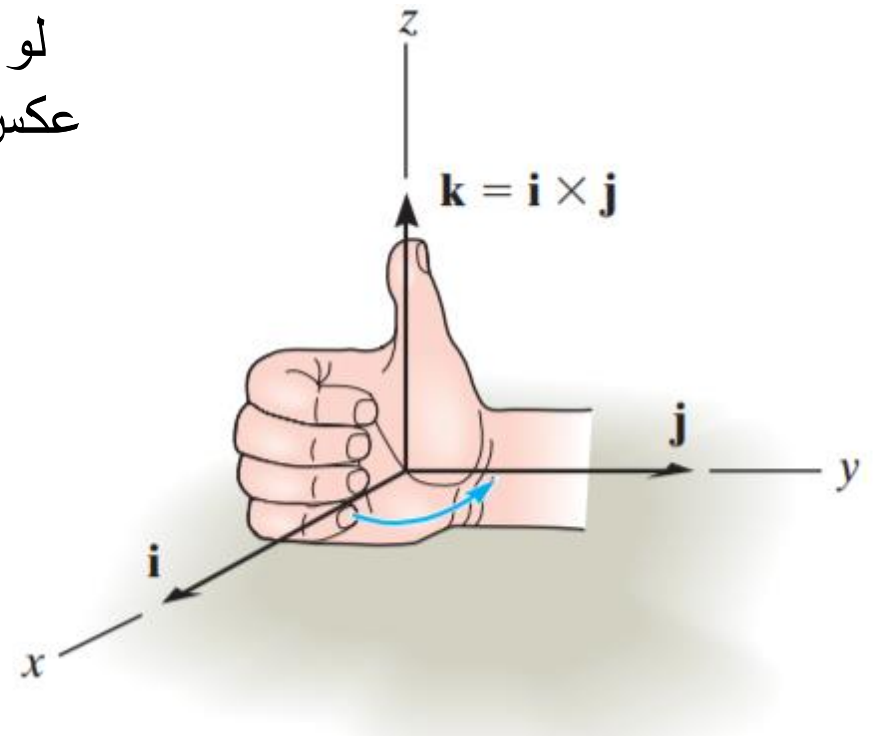
$$a(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = (a\mathbf{A}) \times \mathbf{B} = \mathbf{A} \times (a\mathbf{B}) = (\mathbf{A} \times \mathbf{B})a$$

The vector cross product also obeys the distributive law of addition,

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{D}) = (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) + (\mathbf{A} \times \mathbf{D})$$

لو لاحظنا أننا قمنا بضرب متجهات الوحدة وكنا نسير
عكس عقارب الساعه و كنا نضرب بمتجهين متجاورين
فيعطي المتجه الثالث وبإشارة موجبة

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = \mathbf{k}$$
$$\mathbf{j} \times \mathbf{k} = \mathbf{i}$$
$$\mathbf{k} \times \mathbf{i} = \mathbf{j}$$

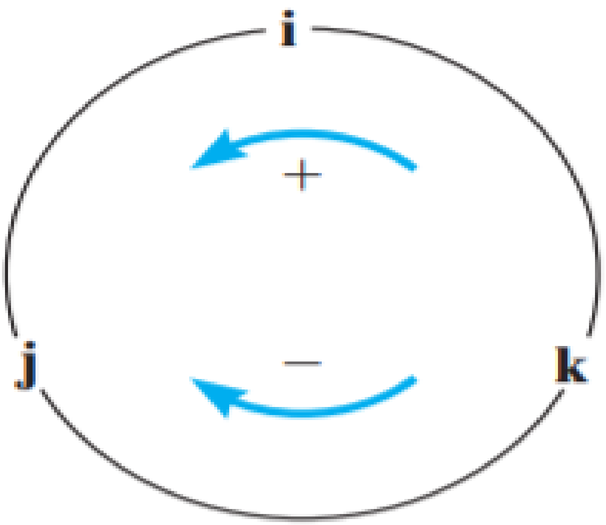


لو لاحظنا أننا قمنا بضرب متجهات الوحدة وكنا نسير
مع عقارب الساعه و كنا نضرب بمتجهين متجاورين
فيعطي المتجه الثالث وبإشارة سالبة

$$\mathbf{i} \times \mathbf{k} = -\mathbf{j}$$
$$\mathbf{j} \times \mathbf{i} = -\mathbf{k}$$
$$\mathbf{k} \times \mathbf{j} = -\mathbf{i}$$

لو ضربنا متجهين وحده سيعطي الجواب صفر

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = 0$$
$$\mathbf{j} \times \mathbf{j} = 0$$
$$\mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0$$



هذا فقط من باب **ترتيب المعلومات** التي شرحتها الأن لكي لا تنسى

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}) \times (B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k})$$

إن كان لدينا متجهين بالصيغة الكارتيزن فكيف نستفيد من الضرب الإتجاهي وهنا مهم جدا وعليكم أن تفهموه لأن معظم الحل سنستخدم الضرب الإتجاهي

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} + & - & + \end{array} \\ \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \end{array}$$

وضع الإشارات فوق متجهات الوحدة ثابت ولا يتغير

أريد متجه الوحدة الخاص **بالمحور السيني** , أنزل خط أفقي وعامودي شاطبا كل ما تحته

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

تبقى لك الأن أربعة عناصر فقط نقوم بعملية الضرب التبادلي

$$= \mathbf{i}(A_yB_z - A_zB_y)$$

أريد متجه الوحدة الخاص **بالمحور الصادي** , أنزل خط أفقي وعامودي شاطبا كل ما تحته

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} =$$

تبقى لك الأن أربعة عناصر فقط نقوم بعملية **الضرب التبادلي**

$$= -\mathbf{j}(A_xB_z - A_zB_x)$$

أريد متجه الوحدة الخاص **بالمحور الزيد** , أنزل خط أفقي وعامودي شاطبا كل ما تحته

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

تبقى لك الأن أربعة عناصر فقط نقوم بعملية الضرب التبادلي

$$= \mathbf{k}(A_xB_y - A_yB_x)$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_yB_z - A_zB_y)\mathbf{i} - (A_xB_z - A_zB_x)\mathbf{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\mathbf{k}$$

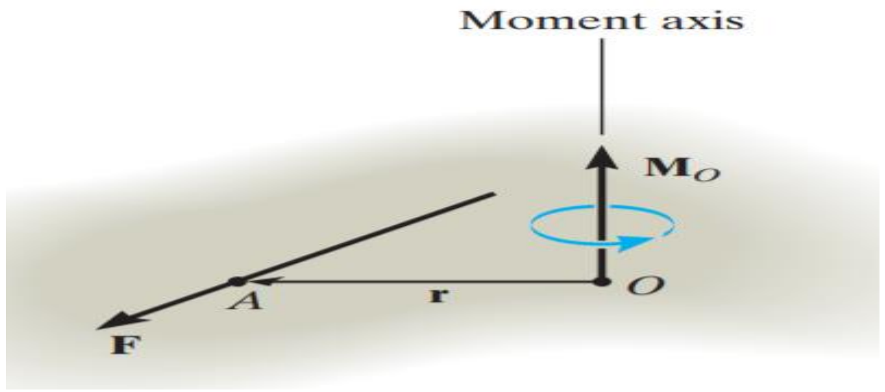
الصيغة النهائية أي قمنا بتجميع ما خرج من نتائج الضرب الإتجاهي

- The moment of a force F about point O, or actually about the moment axis passing through O and perpendicular to the plane containing O and F , can be expressed using the vector cross product .

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

- Here r represents **a position vector** directed from O to any point on the line of action of F.

تمثل متجه الموقع المتوجه من **النقطة المطلوبة إلى أي نقطة على محور إمتداد القوة** وسيكون نفس المقدار ومهم جدا جدا أن تعرف كيف تجده .



$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

عليك أن تكون قوي في إيجاد الإحداثيات في شابتر 2 وعليك أن تجيد الأن عملية الضرب الإتجاهي لأنه سنعتمد عليه وأيضا عليك إيجاد القوة بالصيغة الكارتيزن لذلك عليك أن تكون في شابتر 2 قوي جدا لكي تستطيع فهم الامور

r_x, r_y, r_z represent the x, y, z components of the position vector drawn from point O to *any point* on the line of action of the force

F_x, F_y, F_z represent the x, y, z components of the force vector

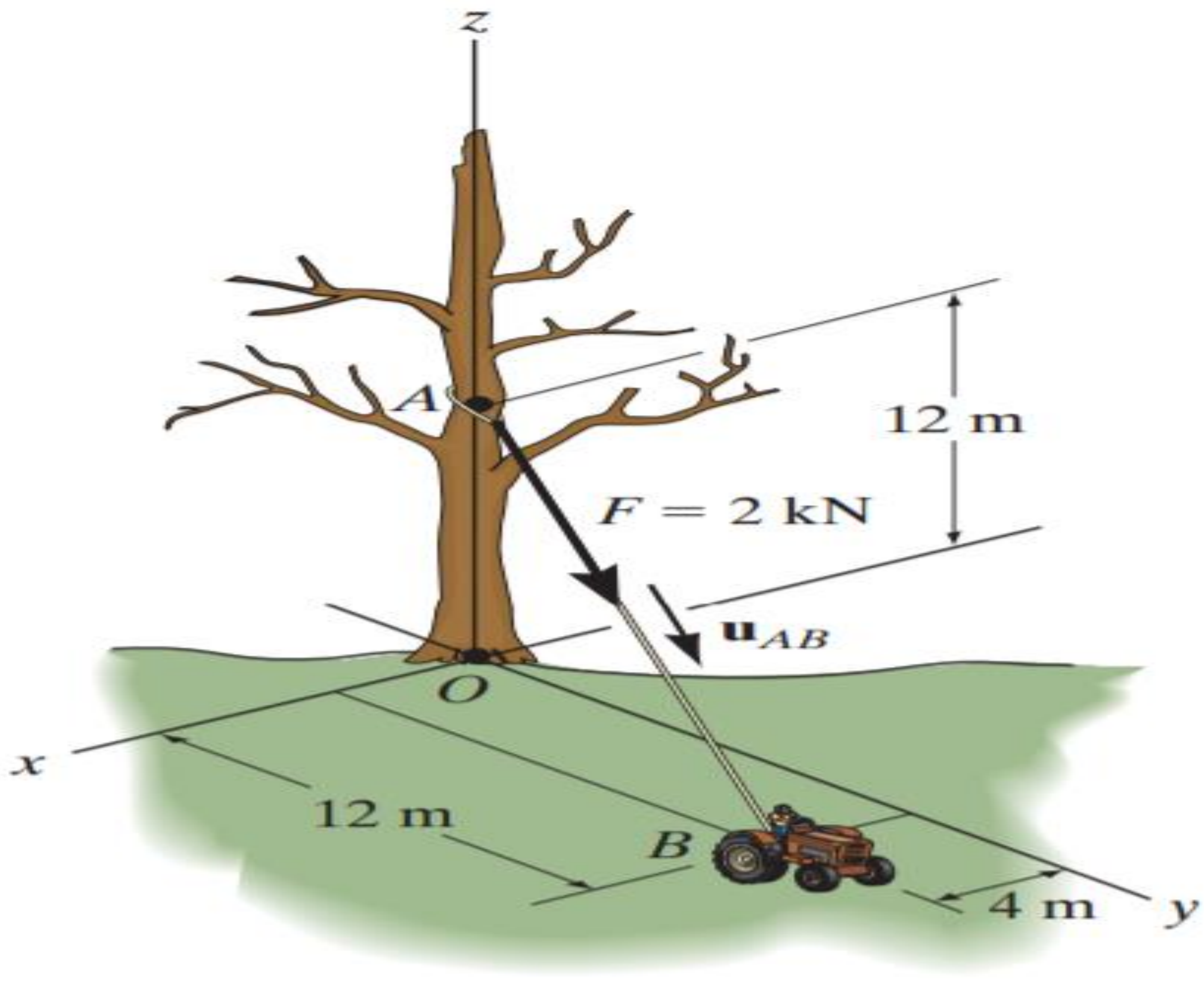
الناتج النهائي بعد إجراء عملية **الضرب الإتجاهي**

$$\mathbf{M}_O = (r_yF_z - r_zF_y)\mathbf{i} - (r_xF_z - r_zF_x)\mathbf{j} + (r_xF_y - r_yF_x)\mathbf{k}$$

في حال وجود أكثر من قوة

$$(\mathbf{M}_R)_O = \Sigma(\mathbf{r} \times \mathbf{F})$$

❑**Example.** Determine the moment produced by the force F about **point O**. Express the result as a **Cartesian vector** ?



<u>الخطوة الأولى :</u> نجد إحداثيات النقاط التي تمر بها القوة ومن ثم حساب متجه الموقع

A(0,0,12) B(4,12,0)

$$\mathbf{r}_A = \{12\mathbf{k}\}\text{ m and } \mathbf{r}_B = \{4\mathbf{i} + 12\mathbf{j}\}\text{ m}$$

<u>الخطوة الثانية :</u> حساب متجه الوحده وضربه بالقوة المعطاه لكي نحصل على القوة بالصيغة الكارتيزن

$$\mathbf{F} = F\mathbf{u}_{AB} = 2\text{ kN}\left[\frac{\{4\mathbf{i} + 12\mathbf{j} - 12\mathbf{k}\}\text{ m}}{\sqrt{(4\text{ m})^2 + (12\text{ m})^2 + (-12\text{ m})^2}}\right]$$

$$= \{0.4588\mathbf{i} + 1.376\mathbf{j} - 1.376\mathbf{k}\}\text{ kN}$$

الخطوة الثالثة : كل ما فعلناه قديم وقد تم أخذه , الأن سنبدأ بالشئ الجديد وهو أن نضرب متجه الموقع ب القوة وكلاهم أن يكون بالصيغة الكارتيزين .

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r}_A \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 12 \\ 0.4588 & 1.376 & -1.376 \end{vmatrix}$$

$$= [0(-1.376) - 12(1.376)]\mathbf{i} - [0(-1.376) - 12(0.4588)]\mathbf{j} + [0(1.376) - 0(0.4588)]\mathbf{k}$$

$$= \{-16.5\mathbf{i} + 5.51\mathbf{j}\}\ \mathrm{kN \cdot m}$$

r_A: متجه الموقع الذي حسبناه في البداية ونضع متجه الموقع من النقطة المطلوبة إلى أي نقططة على إمتداد خط عمل القوة .

F: إحداثي المحاور الثلاثة الخاص بالقوة الذي تم إيجادهم في الخطوة الثانية

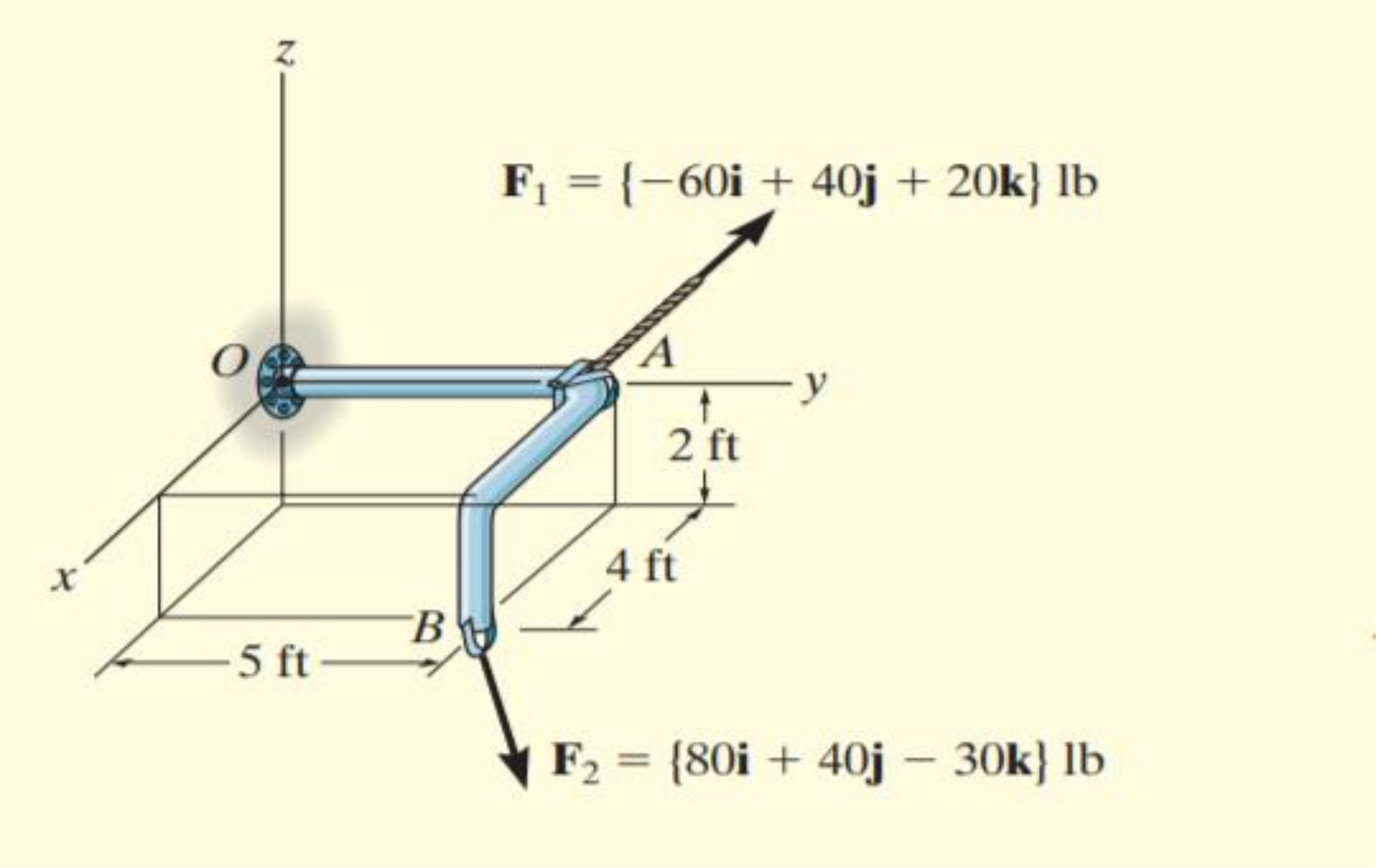
ملاحظة : من باب التأكيد أننا لو وضعنا بدل النقطة الأولى وضعنا النقطة الثانية لن يتغير شئ أبدا وسيكون نفس الجواب ولكن الفرق هو فقط **سهولة الحساب**

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r}_B \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4 & 12 & 0 \\ 0.4588 & 1.376 & -1.376 \end{vmatrix}$$

$$= [12(-1.376) - 0(1.376)]\mathbf{i} - [4(-1.376) - 0(0.4588)]\mathbf{j} + [4(1.376) - 12(0.4588)]\mathbf{k}$$

$$= \{-16.5\mathbf{i} + 5.51\mathbf{j}\} \text{ kN} \cdot \text{m}$$

❑**Example4.4** : Two forces act on the rod shown. Determine the **resultant moment** they create about the flange **at O**. Express the result as a **Cartesian vector ?**



الإختلاف واضح , في السؤال السابق كانت لدينا قوة واحدة والأن لدينا قوتين وهنا القوة معطاه بالصيغة الكارتيزن .

الخطوة الأولى : نجد إحداثيات النقاط التي تمر بها القوة ومن ثم حساب متجه الموقع

A(0,5,0) B(4,5,-2)

$$\mathbf{r}_A = \{5\mathbf{j}\}\ \text{ft}$$

$$\mathbf{r}_B = \{4\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 2\mathbf{k}\}\ \text{ft}$$

A: النقطة تقع على محور الصادي فقط للتوضيح

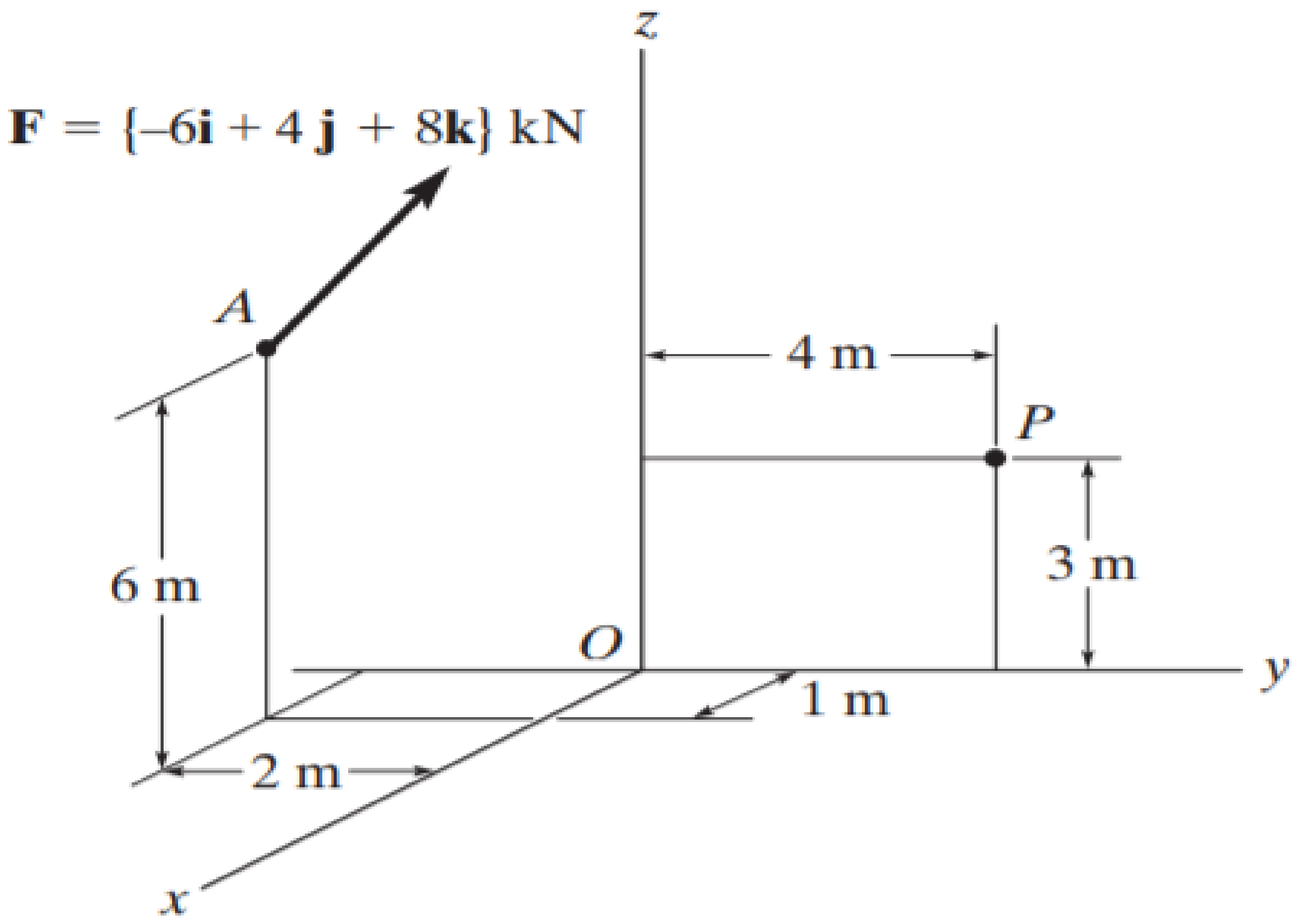
الخطوة الثانية : حساب متجه الوحده وضربه بالقوة المعطاه ولن نعملها لأن القوة معطاه بالصيغة الكارتيزين وخلاف ذلك نقوم بتلك الخطوة

<u>الخطوة الثالثة :</u> كل ما فعلناه قديم وقد تم أخذه , الأن سنبدأ بالشئ الجديد وهو أن نضرب متجه الموقع ب القوة وكلاهم أن يكون بالصيغة الكارتيزين لكن هنا <u>سنطبق القانون مرتين لوجود أكثر من قوة .</u>

$$
\begin{aligned}
(\mathbf{M}_R)_o &= \Sigma(\mathbf{r} \times \mathbf{F}) \\
&= \mathbf{r}_A \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_B \times \mathbf{F}_2 \\
&= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 5 & 0 \\ -60 & 40 & 20 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4 & 5 & -2 \\ 80 & 40 & -30 \end{vmatrix} \\
&= [5(20) - 0(40)]\mathbf{i} - [0]\mathbf{j} + [0(40) - (5)(-60)]\mathbf{k} \\
&\quad + [5(-30) - (-2)(40)]\mathbf{i} - [4(-30) - (-2)(80)]\mathbf{j} + [4(40) - 5(80)]\mathbf{k} \\
&= \{30\mathbf{i} - 40\mathbf{j} + 60\mathbf{k}\}\ \text{lb}\cdot\text{ft} \qquad \textit{Ans.}
\end{aligned}
$$

❑**Prop4-28** Determine the moment of the force F about **point P**.

Express the result as a Cartesian vector ?



الخطوة الأولى : نجد إحداثيات النقاط التي تمر بها القوة ومن ثم حساب متجه الموقع ولكن هنا يوجد **إختلاف بسيط** وهنا الفكرة في السؤالين السابقين كان مطلوب إيجاد العزم حول نقطة الأصل ولكن هنا مطلوب حول **نقطة محددة .**

$$A\,(1, -2, 6) \qquad\qquad P\,(0, 4, 3)$$

$$\mathbf{r}_{PA} = (1 - 0)\mathbf{i} + (-2 - 4)\mathbf{j} + (6 - 3)\mathbf{k}$$

$$= \{\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 3\mathbf{k}\}\ \mathrm{m}$$

الخطوة الثانية : حساب متجه الوحده وضربه بالقوة المعطاه **ولن نعملها** لأن القوة معطاه بالصيغة الكارتيزين وخلاف ذلك نقوم بتلك الخطوة

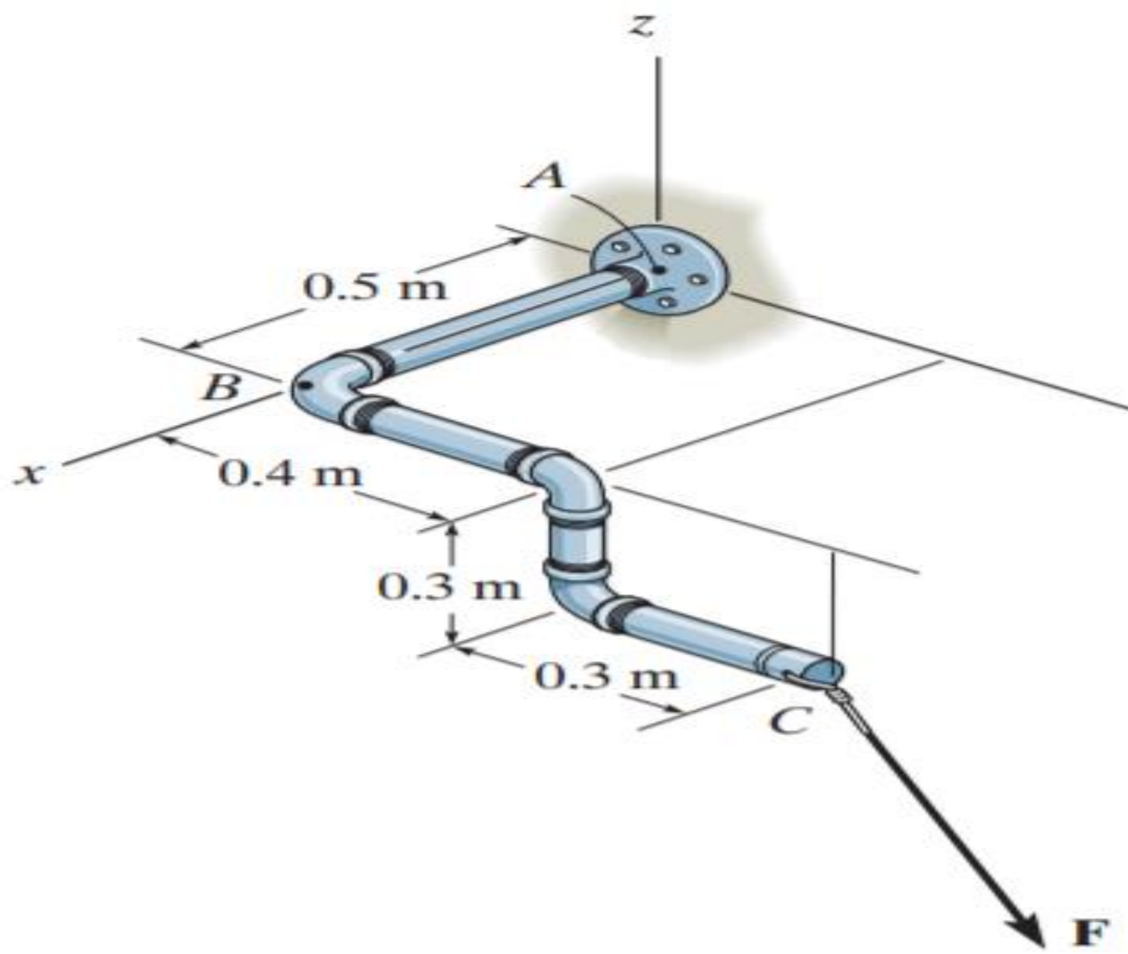
<u>الخطوة الثالثة :</u> **كل ما فعلناه قديم وقد تم أخذه , الأن سنبدأ بالشئ الجديد وهو أن نضرب متجه الموقع ب القوة وكلاهم أن يكون بالصيغة الكارتيزين .**

$$M_P = \mathbf{r}_{PA} \times \mathbf{F}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & -6 & 3 \\ -6 & 4 & 8 \end{vmatrix}$$

$$= \{-60\mathbf{i} - 26\mathbf{j} - 32\mathbf{k}\}\ \mathrm{kN \cdot m}$$

❑**Prop4-33.** The pipe assembly is subjected to the force of F = {600i + 800j - 500k} N. Determine the moment of this force about **point B** ?



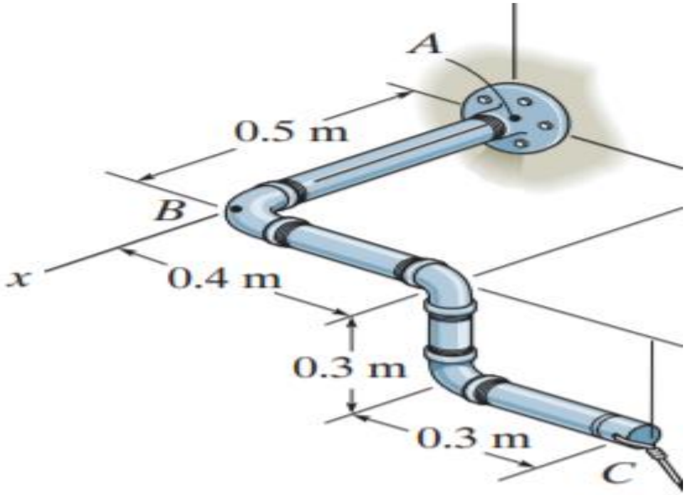
الخطوة الأولى : نجد إحداثيات النقاط التي تمر بها القوة ومن ثم حساب متجه الموقع ولكن هنا يوجد إختلاف بسيط وهنا الفكرة في السؤالين السابقين كان مطلوب إيجاد العزم حول نقطة الأصل ولكن هنا مطلوب حول نقطة محددة .

$B\,(0.5, 0, 0)$

$C\,(0.5, 0.7, -0.3)$

B:

منطبقة على المحور السيني



توضيح بكيفية الإحداثيات :

0.7=0.4+0.3

لا نكتفي بخط واحد بل نجمع القيم للوصول إلى **المحور المطلوب**

$$\mathbf{r}_{BC} = (0.5 - 0.5)\mathbf{i} + (0.7 - 0)\mathbf{j} + (-0.3 - 0)\mathbf{k}$$

$$= \{0.7\mathbf{j} - 0.3\mathbf{k}\}\ \text{m}$$

<u>الخطوة الثانية :</u> **حساب متجه الموقع وضربه بالقوة المعطاه <u>ولن نعملها</u> لأن القوة معطاه بالصيغة الكارتيزين وخلاف ذلك نقوم بتلك الخطوة**

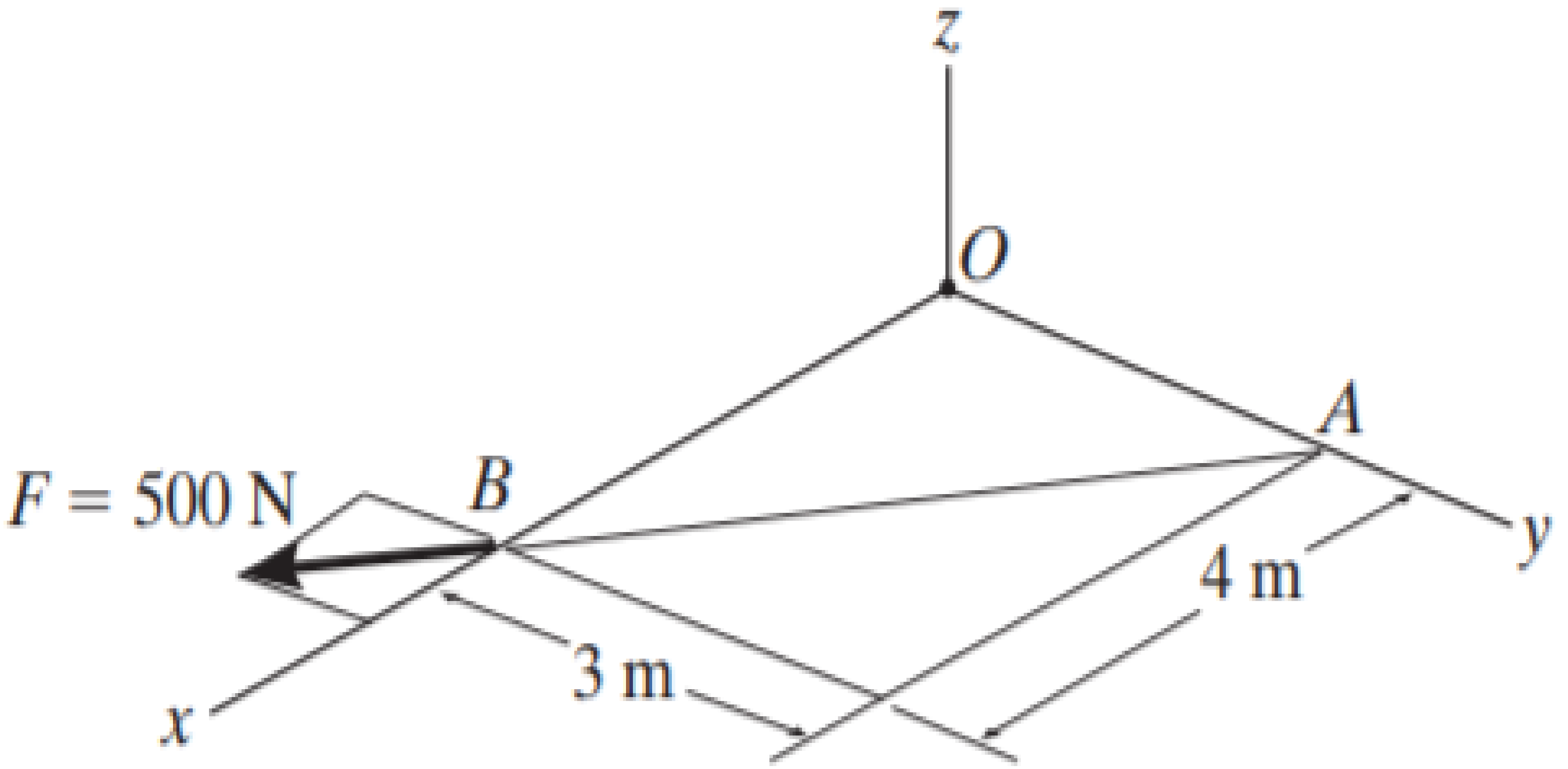
<u>الخطوة الثالثة :</u> **كل ما فعلناه قديم وقد تم أخذه , الأن سنبدأ بالشئ الجديد وهو أن نضرب متجه الموقع ب القوة وكلاهم أن يكون بالصيغة الكارتيزين .**

$$\mathbf{M}_B = \mathbf{r}_{BC} \times \mathbf{F}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0.7 & -0.3 \\ 600 & 800 & -500 \end{vmatrix}$$

$$= \{-110\mathbf{i} - 180\mathbf{j} - 420\mathbf{k}\} \text{ N} \cdot \text{m}$$

❑**F4-10** Determine the moment of force F about point O. Express the result as a Cartesian vector ?



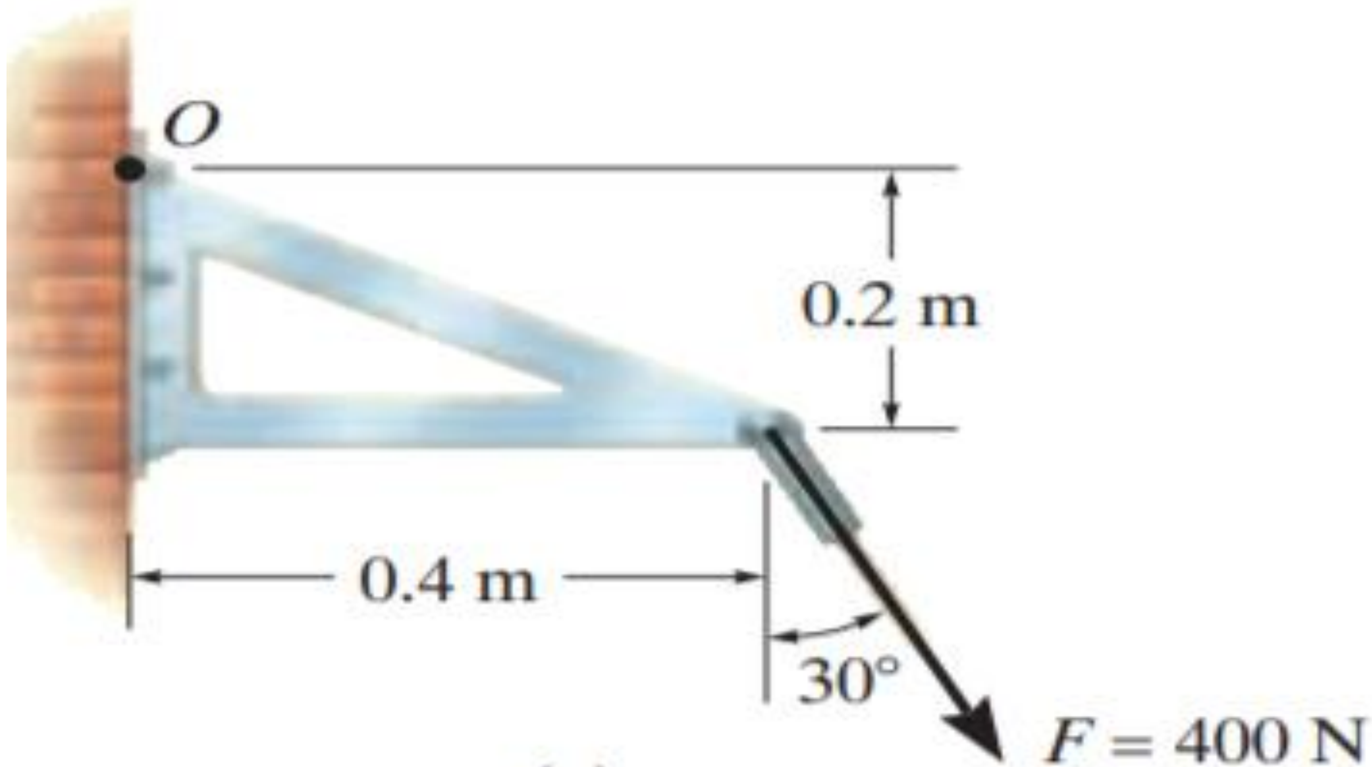
<u>الخطوة الأولى :</u> نجد إحداثيات النقاط التي تمر بها القوة ومن ثم حساب متجه الموقع ومن ثم متجه الوحده

<u>الخطوة الثانية :</u> حساب متجه الموقع وضربه بالقوة المعطاه

<u>الخطوة الثالثة :</u> أن نضرب متجه الموقع ب القوة وكلاهم أن يكون بالصيغة الكارتيزين .

$$F = Fu_{AB} = 500(\tfrac{4}{5}i - \tfrac{3}{5}j) = 400i - 300j$$
$$M_o = r_{OA} \text{ x } F = [3j]\text{x}[400i - 300j]$$
$$= [-1200k]N.m$$

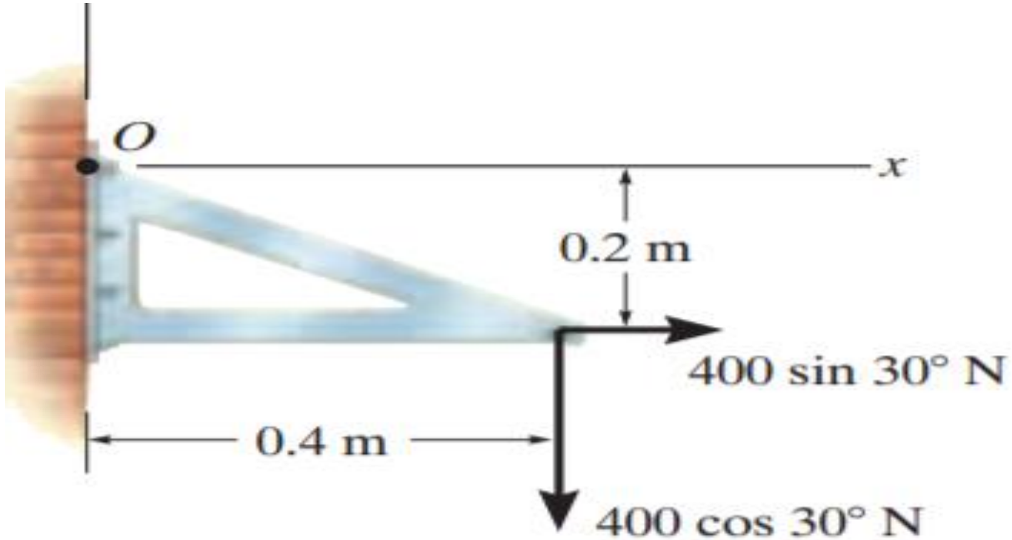
❑**Example.** Force F acts at the end of the angle bracket. Determine the moment of the force about point O ?



(a)

يوجد أكثر من طريقة للحل وعن نفسي أفضل الطريقة الأولى سهولتها وبساطتها وسرعتها وهذا ما تحتاجه في الإمتحان

الحل : نحلل القوة الى مركبتين ونضرب بكل مركبة المسافة العامودية ومن ثم الجمع الجبري .



لقد حللنا مثل هذا النوع في بداية الشابتر وفي حال رفضك لهذه الطريقة سأحل على **الطريقة الثانية**

الطريقة الأولى

$$\circlearrowleft + M_O = 400 \sin 30^\circ \text{ N}(0.2 \text{ m}) - 400 \cos 30^\circ \text{ N}(0.4 \text{ m})$$

$$= -98.6 \text{ N}\cdot\text{m} = 98.6 \text{ N}\cdot\text{m} \circlearrowright$$

تحديد **إشارة العزم** قمنا بشرحهم في بداية الشابتر .

$$\mathbf{M}_O = \{-98.6\mathbf{k}\} \text{ N}\cdot\text{m}$$

الخطوة الأولى : نجد إحداثيات النقاط التي تمر بها القوة ومن ثم حساب متجه الموقع وإيجاد القوة بصيغة الكارتيزن

$$\mathbf{r} = \{0.4\mathbf{i} - 0.2\mathbf{j}\}\ \text{m}$$

$$\mathbf{F} = \{400 \sin 30^\circ \mathbf{i} - 400 \cos 30^\circ \mathbf{j}\}\ \text{N}$$

$$= \{200.0\mathbf{i} - 346.4\mathbf{j}\}\ \text{N}$$

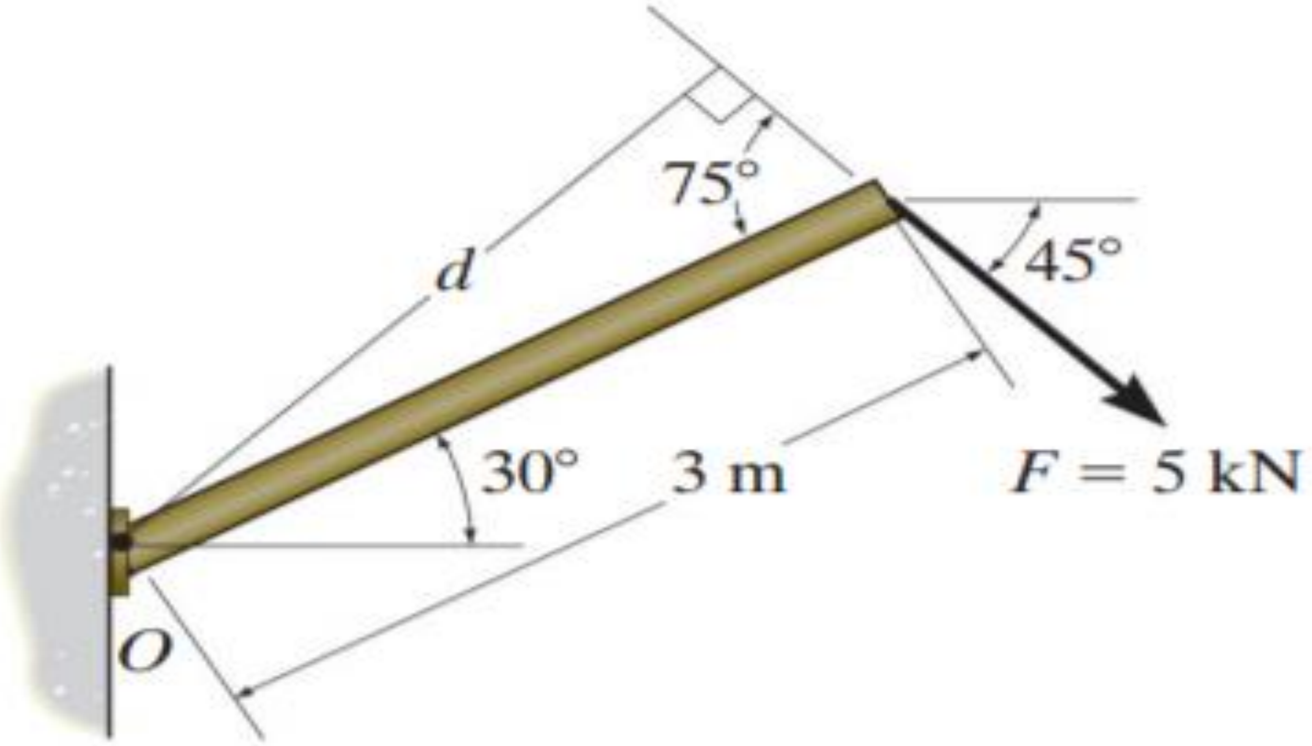
الطريقة الثانية

الخطوة الثانية : حساب متجه الوحده وضربه بالقوة المعطاه ولن نعملها لأن القوة معطاه بالصيغة الكارتيزين وخلاف ذلك نقوم بتلك الخطوة

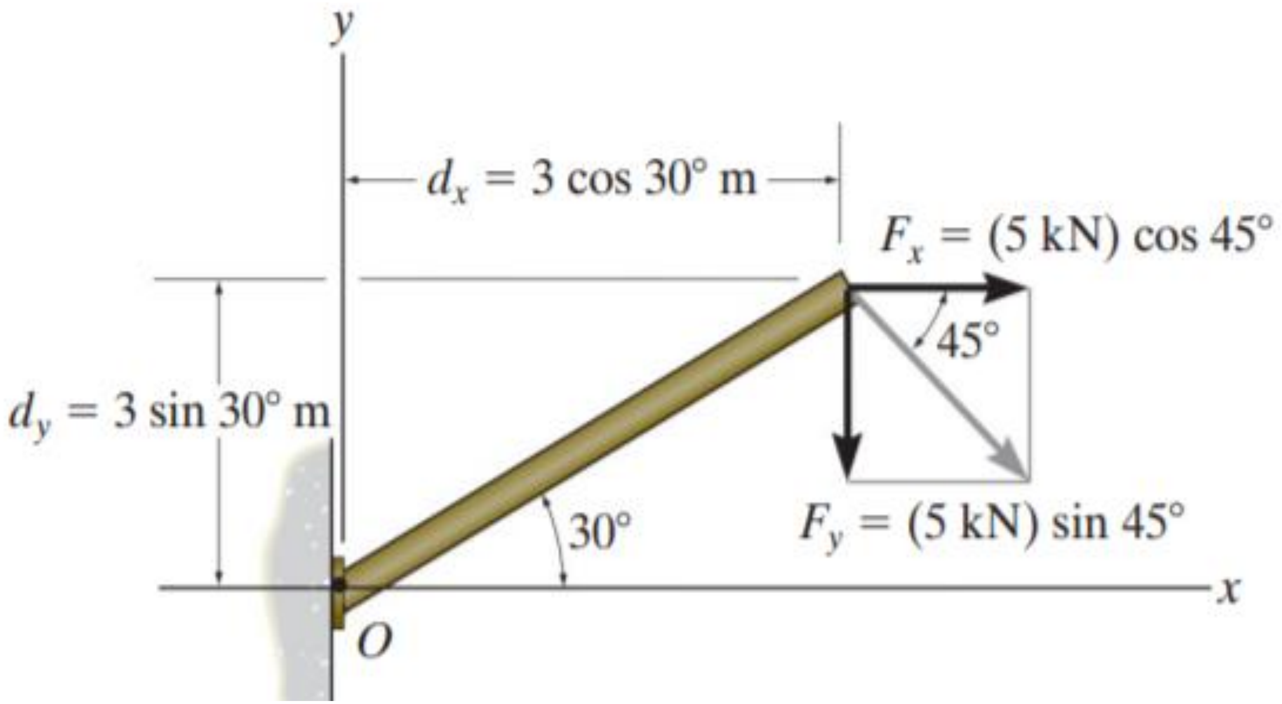
<u>الخطوة الثالثة :</u> **كل ما فعلناه قديم وقد تم أخذه , الأن سنبدأ بالشئ الجديد وهو أن نضرب متجه الموقع ب القوة وكلاهم أن يكون بالصيغة الكارتيزين .**

$$
\begin{aligned}
\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0.4 & -0.2 & 0 \\ 200.0 & -346.4 & 0 \end{vmatrix} \\
&= 0\mathbf{i} - 0\mathbf{j} + [0.4(-346.4) - (-0.2)(200.0)]\mathbf{k} \\
&= \{-98.6\mathbf{k}\}\ \mathrm{N \cdot m}
\end{aligned}
$$

❑**Example4.5** Determine the moment of the force in about point O ?



<u>نصيحتي لكم</u> إن خفتم إن تحسبوا المسافة بشكل خاطئ , فحللوا القوة إلى مركبتين فستكون إخراج المسافات بشكل أسهل



يوجد **<u>أكثر</u>** من طريقة للحل لكن **<u>سأكتفي</u>** بشرح هذه لكي لا يحدث لكم **<u>أي مشاكل</u>**

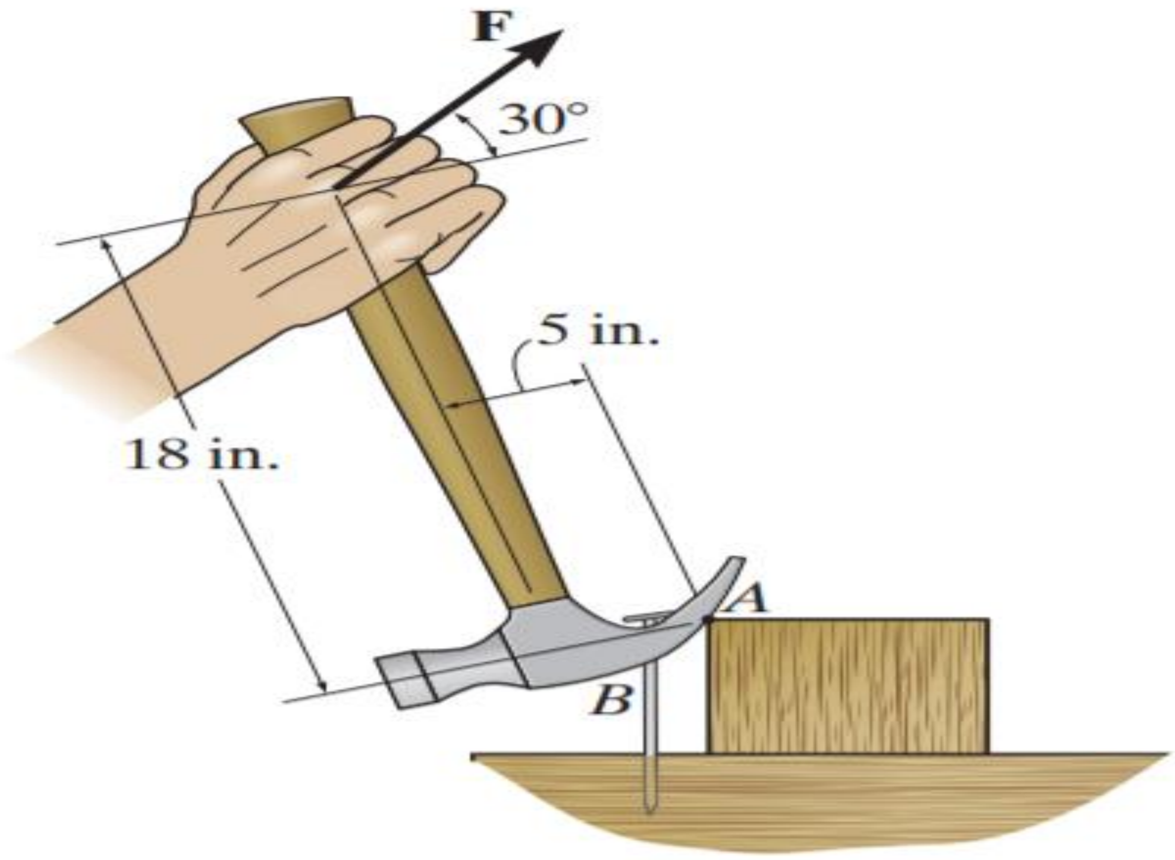
تحديد **<u>إشارة العزم</u>** قمنا بشرحهم في بداية الشابتر .

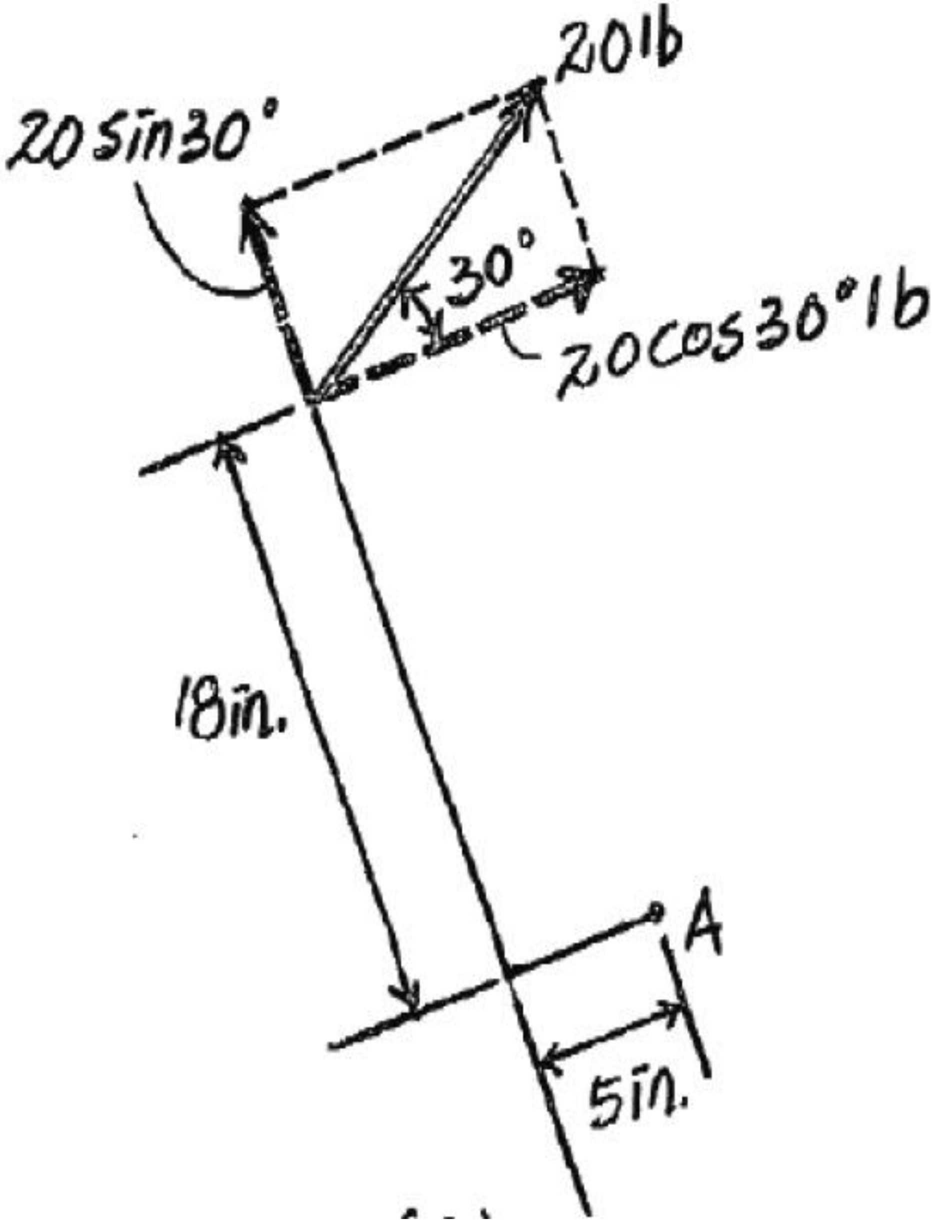
$$\circlearrowleft + M_O = -F_x d_y - F_y d_x$$

$$= -(5 \cos 45° \text{ kN})(3 \sin 30° \text{ m}) - (5 \sin 45° \text{ kN})(3 \cos 30° \text{ m})$$

$$= -14.5 \text{ kN} \cdot \text{m} = 14.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \circlearrowright \qquad \textit{Ans.}$$

❑**Prop 4–20.** The handle of the hammer is subjected to the force of F = 20 lb. Determine the moment of this force **<u>about the point A</u>** ?





$$\circlearrowleft + M_A = -20\cos 30°(18) - 20\sin 30°(5)$$

$$= -361.77\ \text{lb} \cdot \text{in} = 362\ \text{lb} \cdot \text{in}\ \ (\textit{Clockwise})$$

❖Sometimes, the moment produced by a force about **a specified axis must be determined**

$$M_a = \mathbf{u}_a \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{F}) = \begin{vmatrix} u_{a_x} & u_{a_y} & u_{a_z} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

الأمور سهلة , **الإختلاف هنا** أني لا أريد حساب العزم حول نقطة أريد حساب العزم **حول محور محدد فقط**

$u_{a_x}, u_{a_y}, u_{a_z}$ represent the x, y, z components of the unit vector defining the direction of the a axis

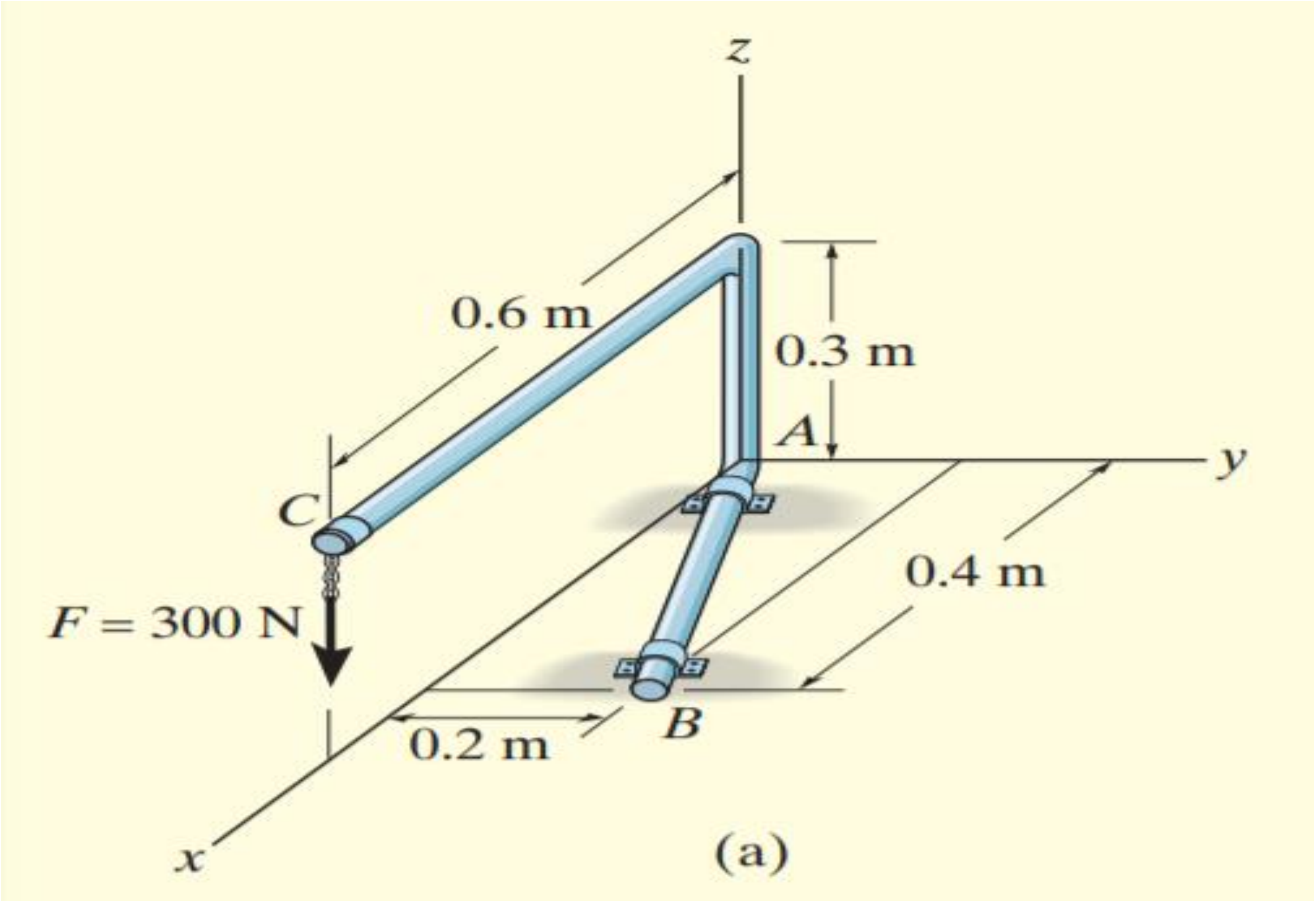
متجه الوحدة ل المحور المطلوب

r_x, r_y, r_z represent the x, y, z components of the position vector extended from *any point O* on the a axis to *any point A* on the line of action of the force

لا إختلاف هنا

F_x, F_y, F_z represent the x, y, z components of the force vector.

❑**Example4.8** Determine the moment M_{AB} produced by the force F in which tends to rotate the rod **about the AB axis** ?



الخطوة الأولى : جد إحداثيات النقاط التي يمر فيها المحور المطلوب ومن ثم إيجاد متجه الموقع ومن ثم إيجاد مقدار متجه الوحده

$$\mathbf{u}_B = \frac{\mathbf{r}_B}{r_B} = \frac{\{0.4\mathbf{i} + 0.2\mathbf{j}\}\ \text{m}}{\sqrt{(0.4\ \text{m})^2 + (0.2\ \text{m})^2}} = 0.8944\mathbf{i} + 0.4472\mathbf{j}$$

الخطوة الثانية : نحسب متجه الموقع من أي نقطة على المحور المطلوب إلى أي نقطة على إمتداد القوة وحاول إستخدام نقطة سهلة لكي تسهل الحساب عليك

$$\mathbf{r}_D = \{0.6\mathbf{i}\}\ \text{m}$$

يمكننا إستخدام غير هذا المتجه لكني قلت وأكرر من باب السهولة

المسافة بين النقطة الأصل التي تقع على المحور المطلوب والنقطة التي تقع على إمتداد القوة **:d**

الخطوة الثالثة : يجب أن تكون القوة بالصيغة الكارتيزن فتأكد منها .

$$\mathbf{F} = \{-300\mathbf{k}\}\ \text{N}$$

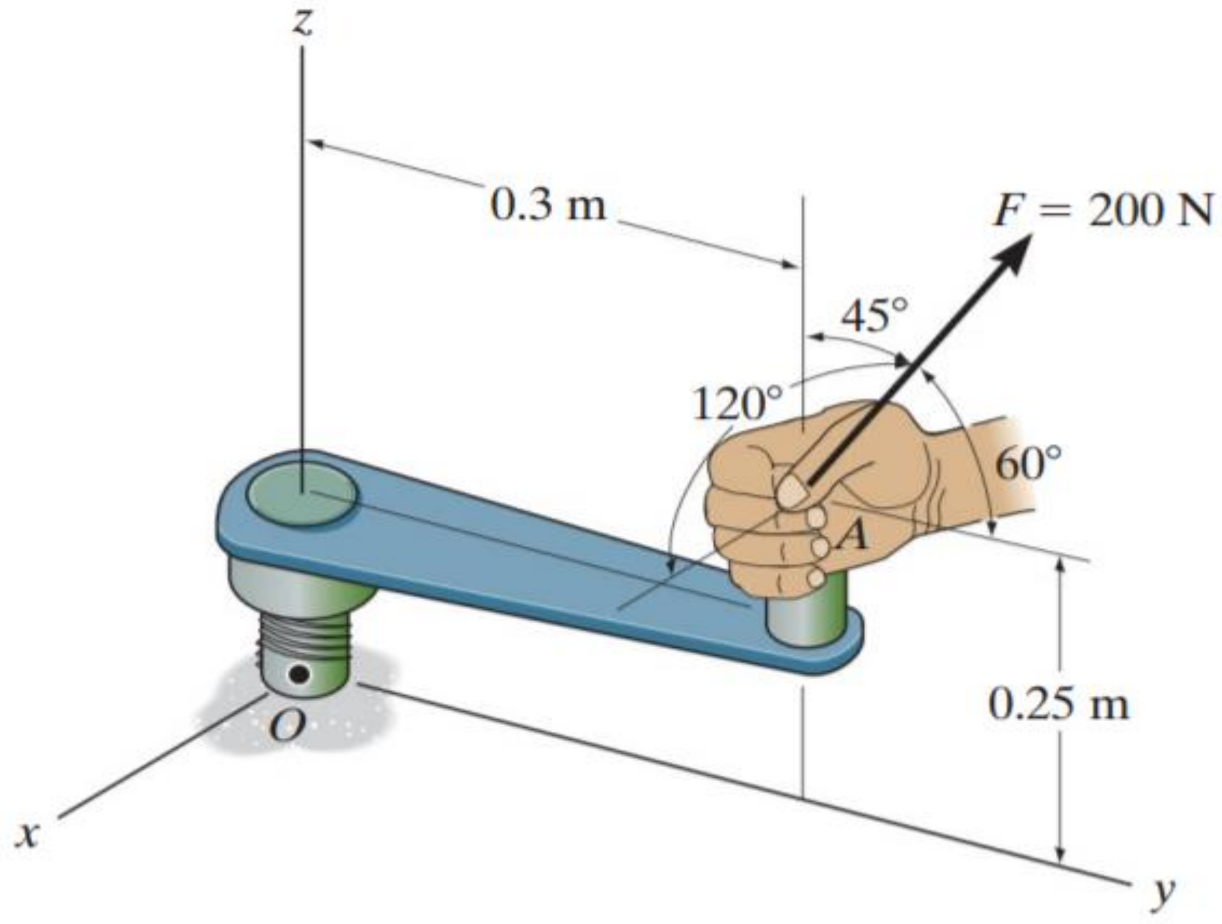
الخطوة الرابعه : طبق القانون الموجود في الأسفل .

$$M_{AB} = \mathbf{u}_B \cdot (\mathbf{r}_D \times \mathbf{F}) = \begin{vmatrix} 0.8944 & 0.4472 & 0 \\ 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -300 \end{vmatrix}$$

$$= 0.8944[0(-300) - 0(0)] - 0.4472[0.6(-300) - 0(0)] + 0[0.6(0) - 0(0)]$$

$$= 80.50\ \text{N} \cdot \text{m}$$

❑**F4-15 .** Determine the magnitude of the moment of the 200-N force about the x axis ?



<u>الخطوة الأولى :</u> نجد إحداثيات النقاط التي تمر بها القوة ومن ثم حساب متجه الموقع وإيجاد القوة بصيغة الكارتيزن

$$\vec{r} = 0.3\ \hat{j} + 0.25\ \hat{k}\ \ m$$

$$\vec{F} = F\ cos\ \alpha\ \hat{i} + F\ cos\ \beta\ \hat{j} + F\ cos\ \gamma\ \hat{k}$$

$$\alpha = 120°,\ \ \beta = 60°.\ \ \gamma = 45°$$

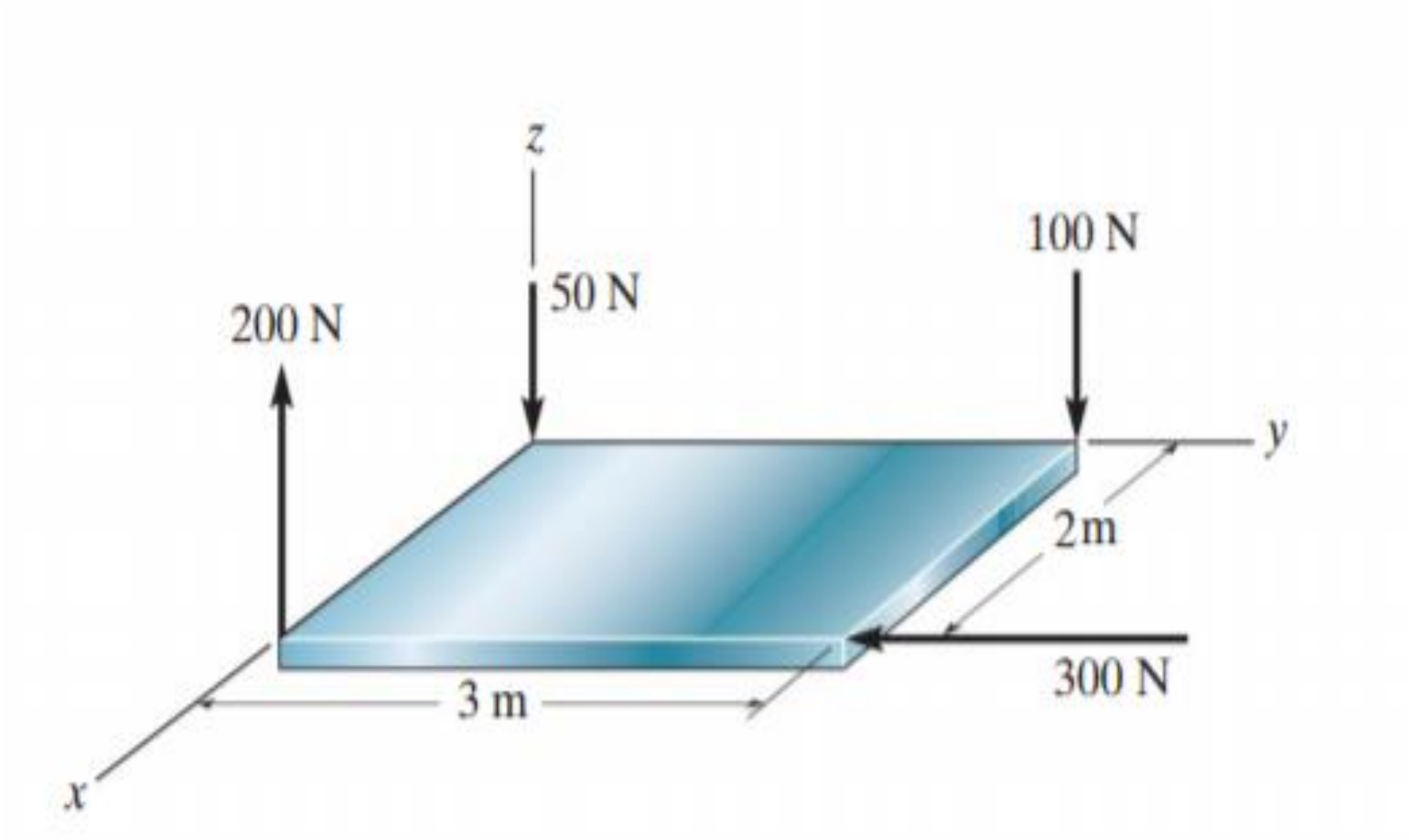
$$F = 200\ N$$

$$\vec{F} = -100\,\hat{i} + 100\,\hat{j} + 100\sqrt{2}\ \hat{k}\ \ N$$

$$M_x = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0.25 \\ -100 & 100 & 100\sqrt{2} \end{vmatrix}$$

$$M_x = \begin{vmatrix} 0.3 & 0.25 \\ 100 & 100\sqrt{2} \end{vmatrix} = 17.4\,Nm$$

❑**P4-3.** In each case, determine the resultant moment of the forces acting about the x, y, and z axes ?



يوجد طريقيتن لحل هذا السؤال **وعن نفسي** أفضل الطريقة التي قمنا بأخذها سابقا مع أن الطريقة الثانية أسرع **لكن إحتمالية الخطأ فيها كبيرة**

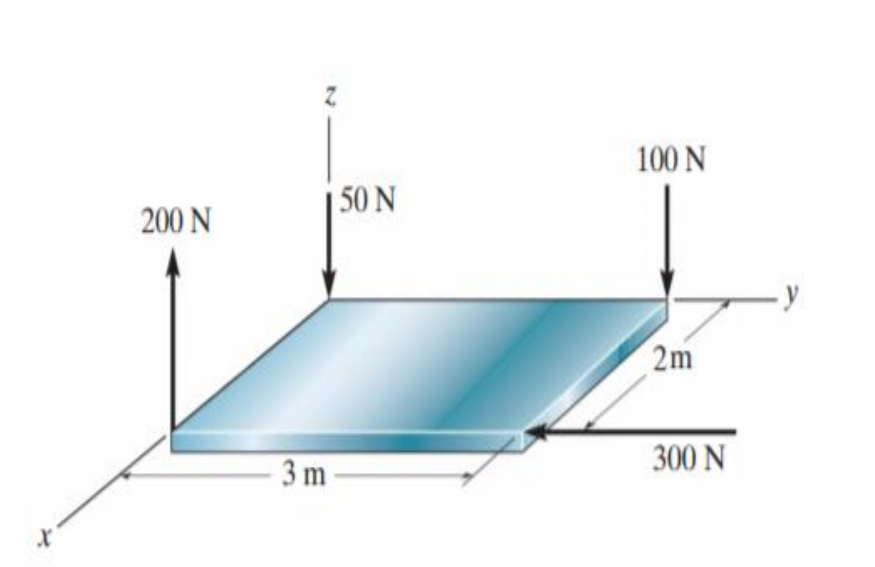
الخطوة الأولى : جدإحداثيات النقاط التي يمر فيها المحور المطلوب ومن ثم إيجاد متجه الموقع ومن ثم إيجاد مقدار متجه الوحده

$u_x : 1i + 0j + 0k$
$u_y : 0i + 1j + 0k$
$u_z : 0i + 0j + 1k$

حفظ , دائما يكونوا هكذا .

الخطوة الثانية : نحسب متجه الموقع من أي نقطة على المحور المطلوب إلى أي نقطة على إمتداد القوة وحاول إستخدام نقطة سهلة لكي تسهل الحساب عليك

<u>الخطوة الثالثة :</u> **يجب أن تكون القوة بالصيغة الكارتيزن وبما إننا نتعامل مع قوى موازية إذن فهي دائما بصيغة الكارتيزن**



<u>الخطوة الرابعه :</u> **طبق القانون الموجود في الأسفل .**

القوة **الموازية** للمحور أو خط عمل القوة **يقطع** المحور المطلوب **لا نحسبها**

القوة التي تعمل عزم فقط هي 100

$$M_x = u_x \cdot (r * F)$$

$M_x = -300$

<u>نتيجتهم صفر دون حل</u>

$$\begin{array}{c} u \\ r \\ F \end{array} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -100 \end{vmatrix}$$

نتيجتهم صفر دون حل

$$\begin{array}{c} u \\ r \\ F \end{array} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 200 \end{vmatrix}$$

$$M_y = u_y \,.\, (r * F)$$

$$\mathbf{M_y = -400}$$

القوة التي تعمل عزم فقط هي 200

نتيجتهم صفر دون حل

$$\begin{array}{c} u \\ r \\ F \end{array} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & -300 & 0 \end{vmatrix}$$

$$M_z = u_z \,.\, (r * F)$$

$$\mathbf{M_z = -600}$$

القوة التي تعمل عزم فقط هي 300

خلاصة الكلام

إذا أردنا العزم ل المحور السينى : وكانت القوة الموجود مركبة صادية مباشرة إضرب ب المسافة الموازية ل المحور الزيد وإذا كانت القوة موجودة في المركبة الزيد إضرب بالمسافة الموازية ل المحور الصادي

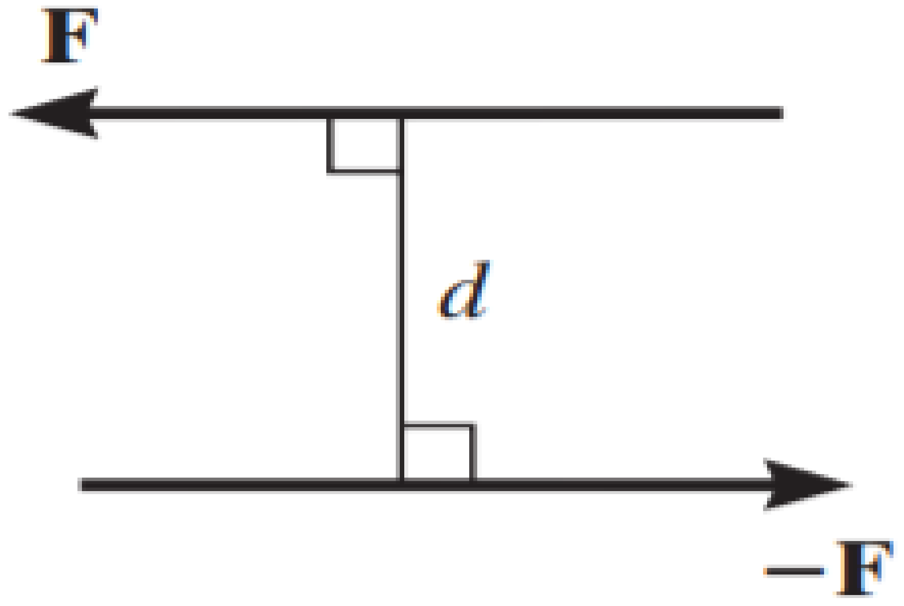
إذا أردنا العزم ل المحور الصادي : وكانت القوة الموجود مركبة سينية مباشرة إضرب ب المسافة الموازية ل المحور الزيد وإذا كانت القوة موجودة في المركبة الزيد إضرب بالمسافة الموازية ل المحور السيني

إذا أردنا العزم ل المحور الزيد : وكانت القوة الموجود مركبة صادية مباشرة إضرب ب المسافة الموازية ل المحور السيني وإذا كانت القوة موجودة في المركبة السينية إضرب بالمسافة الموازية ل المحور الصادي

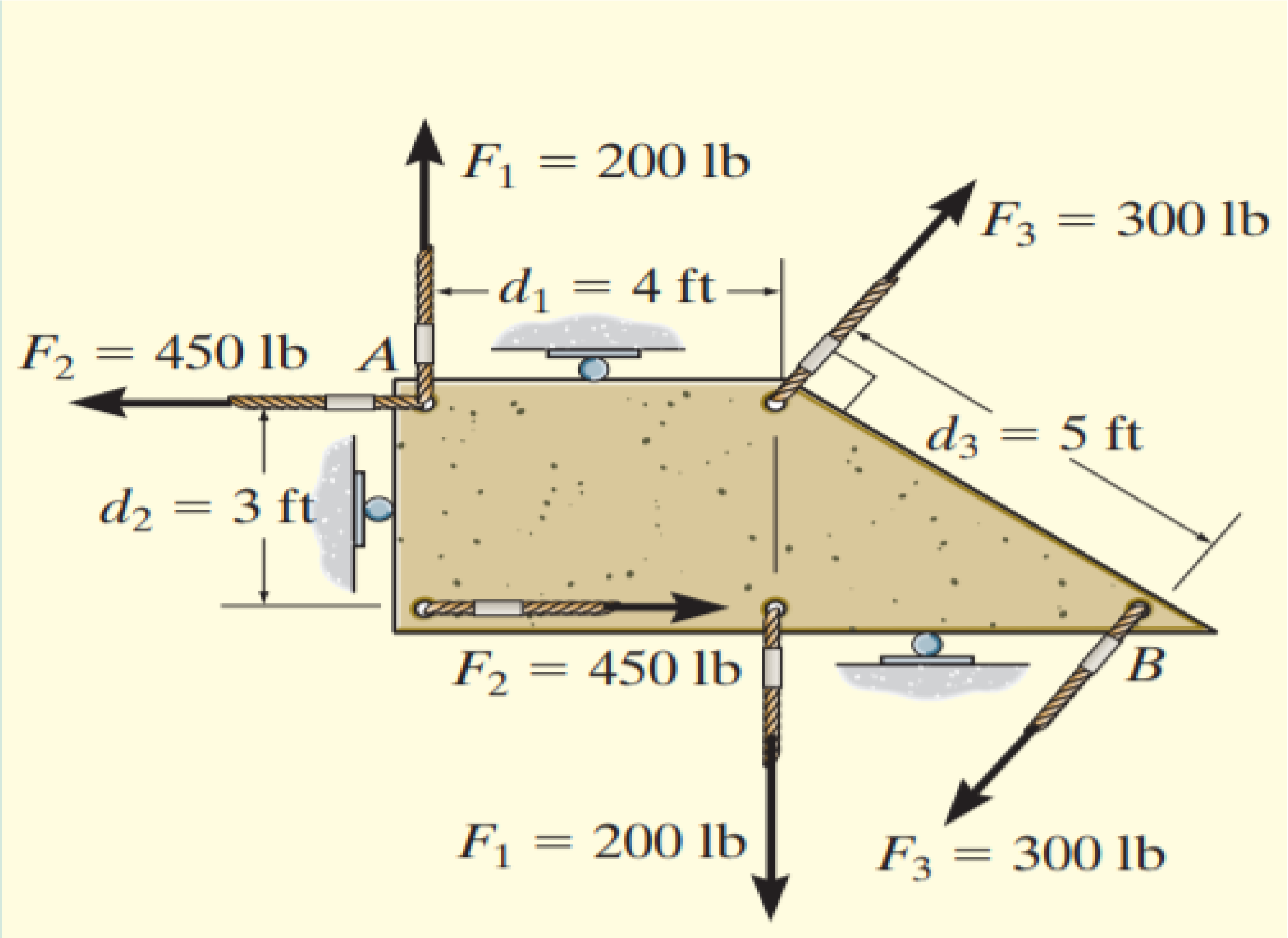
❖A **couple** is defined as **two parallel forces** that have the **same magnitude**, but **opposite directions**, and are separated by a perpendicular distance d .

الموضوع بإختصار و ببساطة : لدينا قوتين متساويتان متوازيتان متعاكسات وبينهم مسافة عامودية .

سنوضح كامل التفاصيل في الأمثلة .



❑**Example4.10** Determine the resultant couple moment of the three couples acting on the plate in ?



الحل : **لا شئ جديد هنا** سوى أننا نأخذ **إحدى القوة** ونضربها ب المسافة العامودية بينها وبين القوة المماثلة لها وفقط والباقي كما أخذنا سابقا

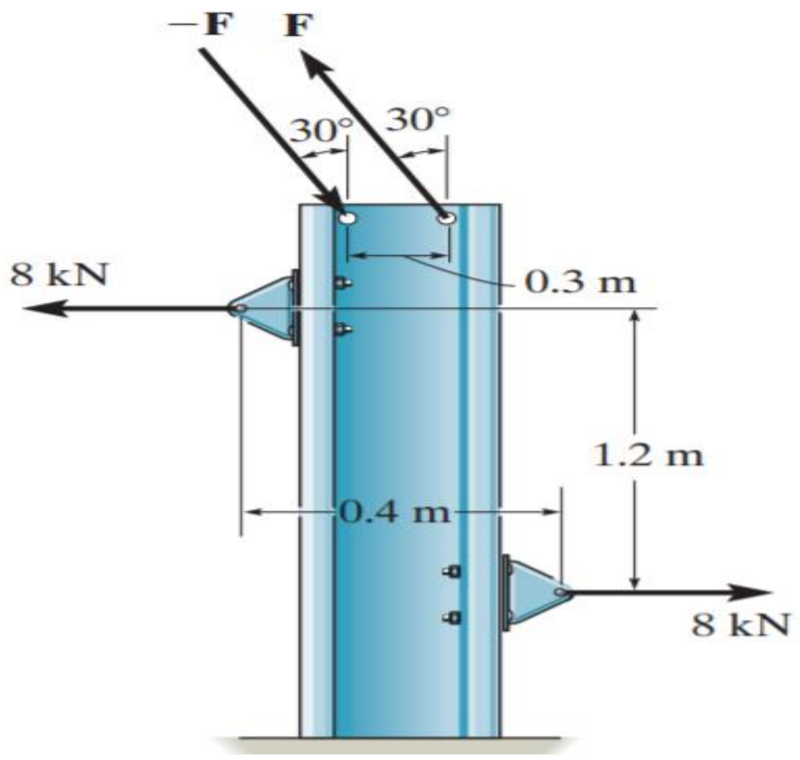
$$\circlearrowleft + M_R = \Sigma M;\ M_R = -F_1 d_1 + F_2 d_2 - F_3 d_3$$

$$= -(200\ \text{lb})(4\ \text{ft}) + (450\ \text{lb})(3\ \text{ft}) - (300\ \text{lb})(5\ \text{ft})$$

$$= -950\ \text{lb}\cdot\text{ft} = 950\ \text{lb}\cdot\text{ft}\ \circlearrowright \qquad \textit{Ans.}$$

❑**Prop4-76** Determine the magnitude of F so that the resultant couple moment is 12 kN # m, **counterclockwise**. Where on the beam does the resultant couple moment act?

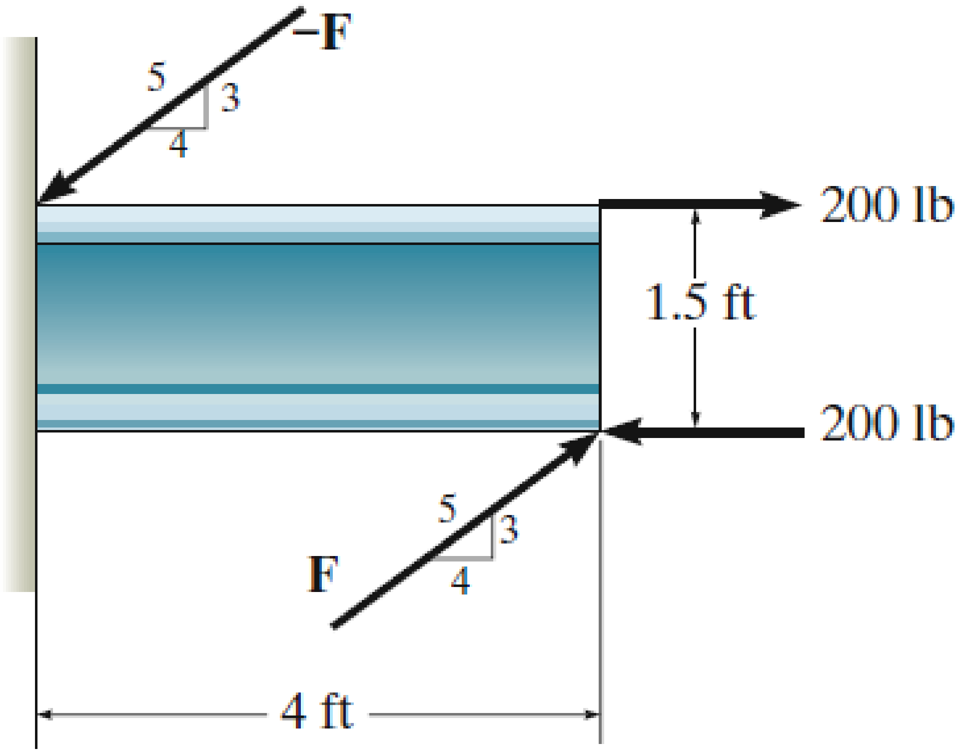
هنا **تغير بسيط جدا** , وفكرة واضحه , أعطاك
المومنت المزدوج وطلب منك حساب القوة



$$\circlearrowleft + M_R = \Sigma M_C; \qquad 12 = (F\cos 30°)(0.3) + 8(1.2)$$

$$F = 9.238\text{ kN} = 9.24\text{ kN}$$

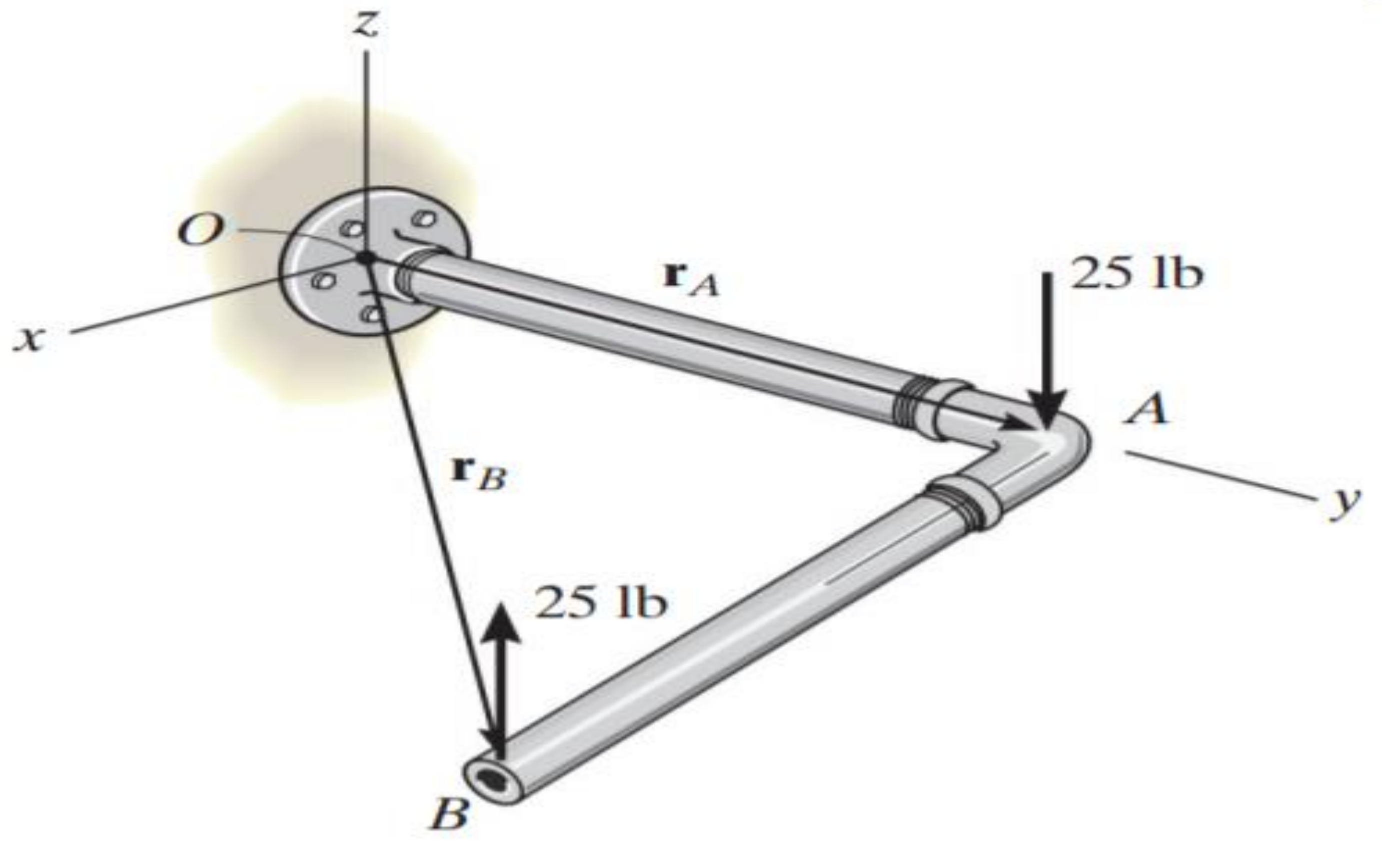
- **Prop4-78** Two couples act on the beam as shown. Determine the magnitude of **F** so that the **resultant couple moment** is 300 lb.ft **counterclockwise**. Where on the beam does the resultant couple act?



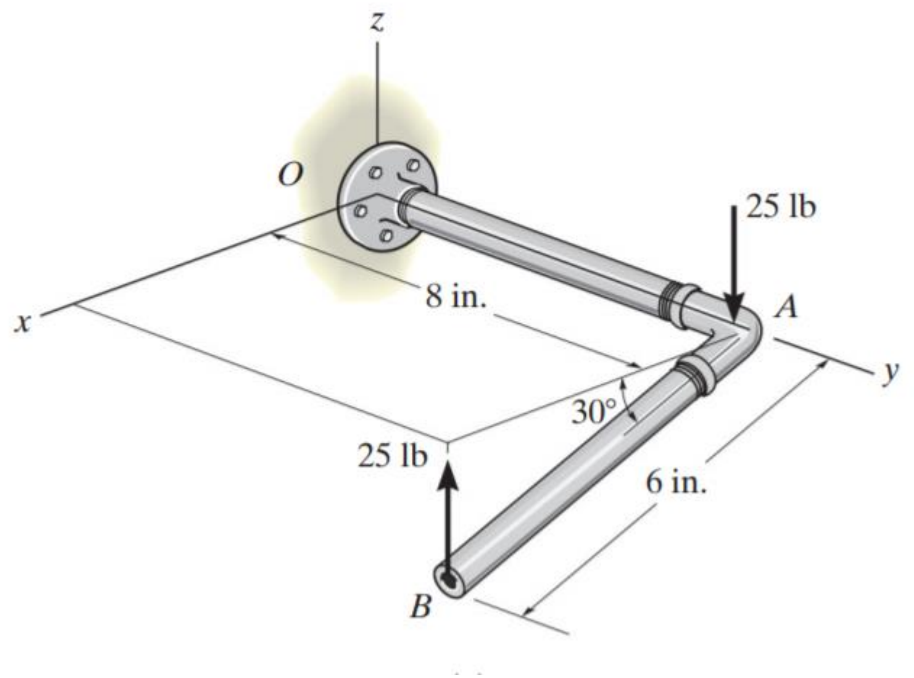
$$\circlearrowleft + (M_C)_R = \frac{3}{5}F(4) + \frac{4}{5}F(1.5) - 200(1.5) = 300$$

$$F = 167 \text{ lb}$$

❑**Example.** Determine the **couple moment** acting on the pipe. Segment AB is directed 30° below the x–y plane ?



هذا السؤال على **العزم المزدوج** , قوتان متساويتان متعاكستان في الإتجاه



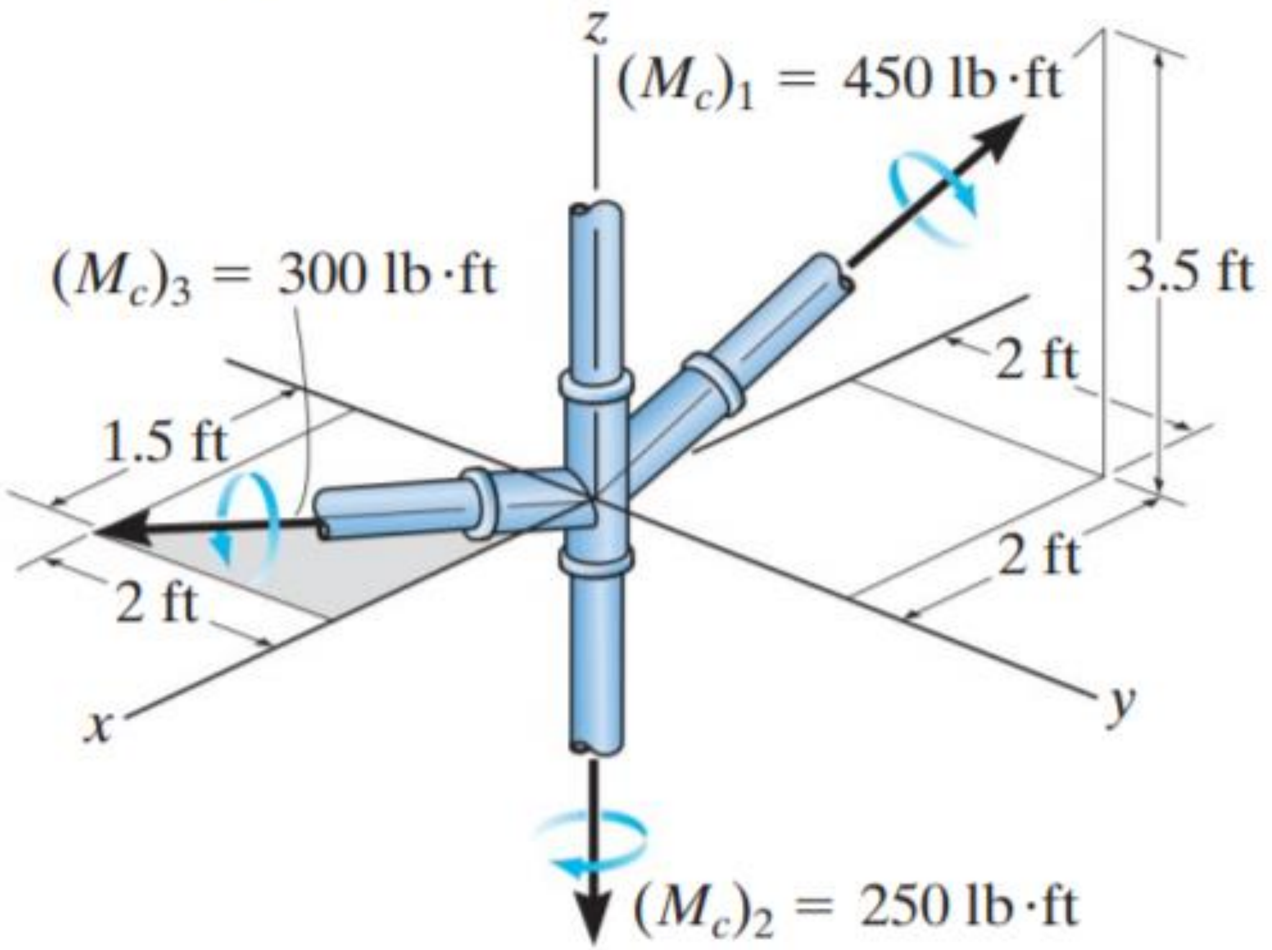
$$\mathbf{M} = \mathbf{r}_A \times (-25\mathbf{k}) + \mathbf{r}_B \times (25\mathbf{k})$$
$$= (8\mathbf{j}) \times (-25\mathbf{k}) + (6\cos 30°\mathbf{i} + 8\mathbf{j} - 6\sin 30°\mathbf{k}) \times (25\mathbf{k})$$
$$= -200\mathbf{i} - 129.9\mathbf{j} + 200\mathbf{i}$$
$$= \{-130\mathbf{j}\}\ \text{lb}\cdot\text{in.}$$

هنا أخذنا نقطة الأصل هى المرجع , الأسهل جعل
نقطة المرجع هي نقطة تمر بها إحدى القوى

$$\mathbf{M} = \mathbf{r}_{AB} \times (25\mathbf{k})$$
$$= (6\cos 30°\mathbf{i} - 6\sin 30°\mathbf{k}) \times (25\mathbf{k})$$
$$= \{-130\mathbf{j}\}\ \text{lb}\cdot\text{in.}$$

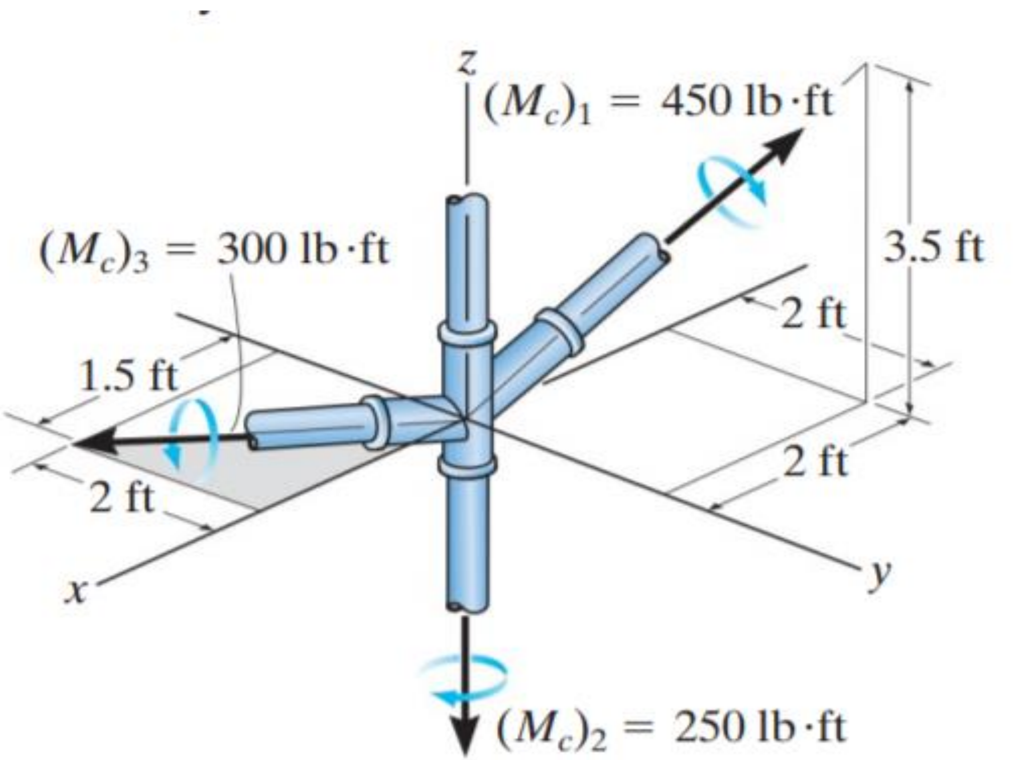
هنا المرجع هى نقطة تمر بها إحدى القوى
فاختصرنا الحل وكلاهما صحيح

❑**F4-13.** Determine the resultant couple moment acting on the pipe assembly ?



السؤال هنا , **معى المومنت ليس بالطريقة الكارتيزن** , لذلك نحول العزم وذلك بضربه بمتجه الوحده

خطوات الحل : نجد الإحداثيات ومن ثم متجه الموقع ومن ثم متجه الوحدة وضربه ب قيمة العزم وهكذا ل باقي العزوم ومن ثم جمعهم جمع جبري



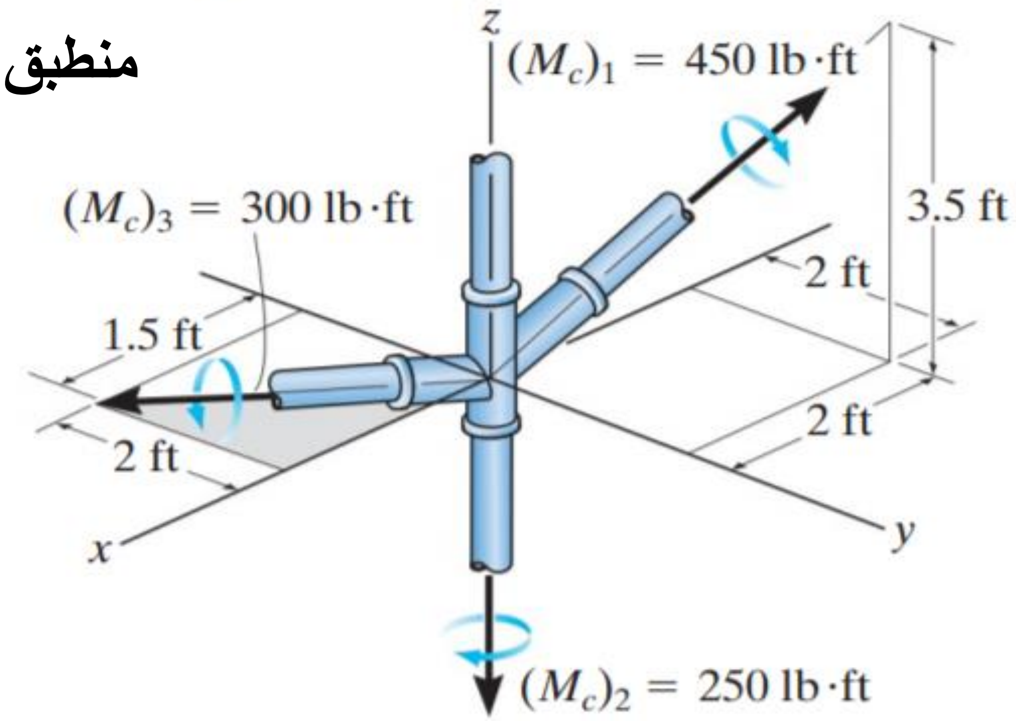
$$\mathbf{r}_1 = [-2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3.5\mathbf{k}]$$

$$|r|_1 = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2 + (3.5)^2} = 4.5$$

$$\mathbf{u}_{r_1} = [\frac{-2}{4.5}\mathbf{i} + \frac{2}{4.5}\mathbf{j} + \frac{3.5}{4.5}\mathbf{k}]$$
$$= [-0.44\mathbf{i} + 0.44\mathbf{j} + 0.78\mathbf{k}]$$

$$\mathbf{M}_{c1} = 450(-0.44\mathbf{i} + 0.44\mathbf{j} + 0.78\mathbf{k}) = [-198\mathbf{i} + 198\mathbf{j} + 351\mathbf{k}]$$

$\mathbf{u}_{r2} = [0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} - 1\mathbf{k}]$ منطبق على إمتداد المحور الزيد السالب



$$\mathbf{M}_{c2} = 250(0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 1\mathbf{k}) = [0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 250\mathbf{k}]$$

$$\mathbf{r}_3 = [1.5\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 0\mathbf{k}]$$

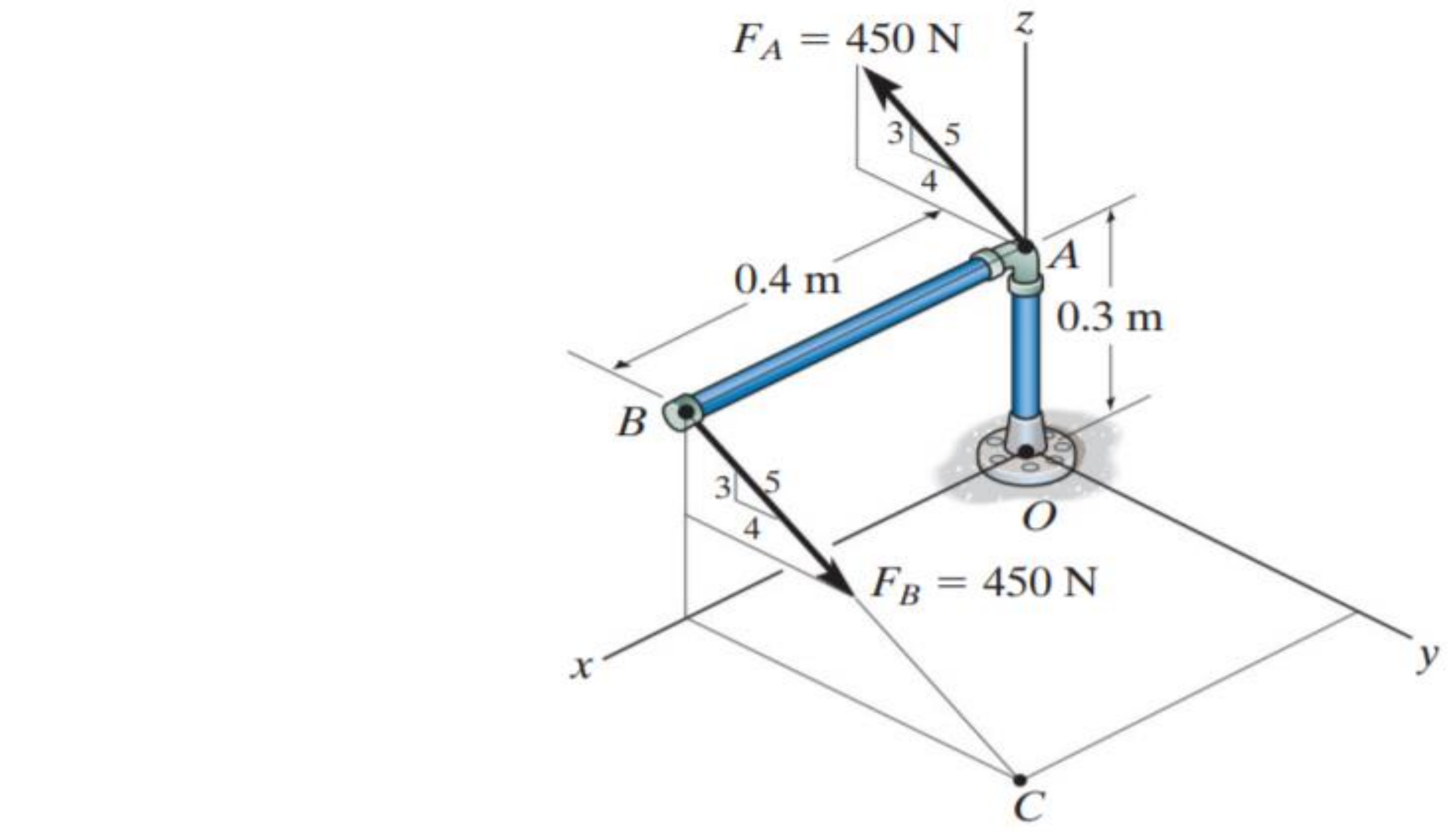
$$|r|_3 = \sqrt{(1.5)^2 + (-2)^2} = 2.5$$

$$\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_{c1} + \mathbf{M}_{c2} + \mathbf{M}_{c3}$$
$$= [-198\mathbf{i} + 198\mathbf{j} + 351\mathbf{k}] + [0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 250\mathbf{k}] + [180\mathbf{i} - 240\mathbf{j} + 0\mathbf{k}]$$
$$= [-20\mathbf{i} - 40\mathbf{j} + 100\mathbf{k}]$$

$$\mathbf{u}_{r3} = [\frac{1.5}{2.5}\mathbf{i} + \frac{-2}{2.5}\mathbf{j} + \frac{0}{2.5}\mathbf{k}]$$
$$= [0.6\mathbf{i} - 0.8\mathbf{j} + 0\mathbf{k}]$$

$$\mathbf{M}_{c3} = 300(0.6\mathbf{i} - 0.8\mathbf{j} + 0\mathbf{k}) = [180\mathbf{i} - 240\mathbf{j} + 0\mathbf{k}]$$

❑**F4-24.** Determine the couple moment acting on the pipe assembly and express the result as **a Cartesian vector** ?



هذا السؤال على **العزم المزدوج** , قوتان متساويتان متعاكستان في الإتجاه

$$\mathbf{r}_A = [0\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}]$$
$$\mathbf{r}_B = [0\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 3\mathbf{k}]$$

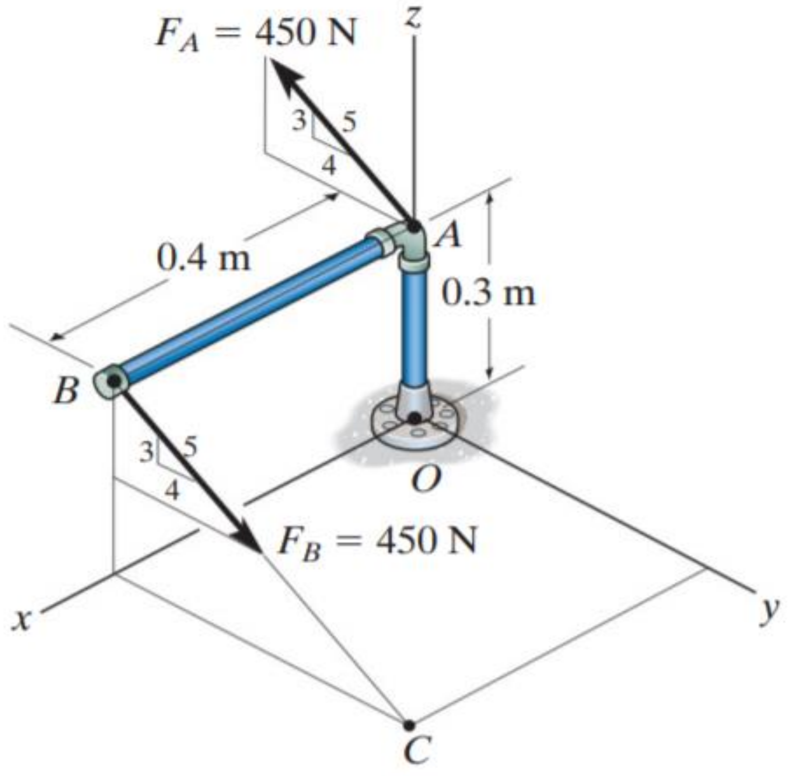
خطوات الحل : جعل القوة بالصيغة الكارتيزن عن طريق إيجاد متجه الموقع ومن ثم متجه الوحدة وضرب القوة به

$$|r| = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = 5$$

$$\mathbf{u}_A = 0\mathbf{i} - 0.8\mathbf{j} + 0.6\mathbf{k}$$

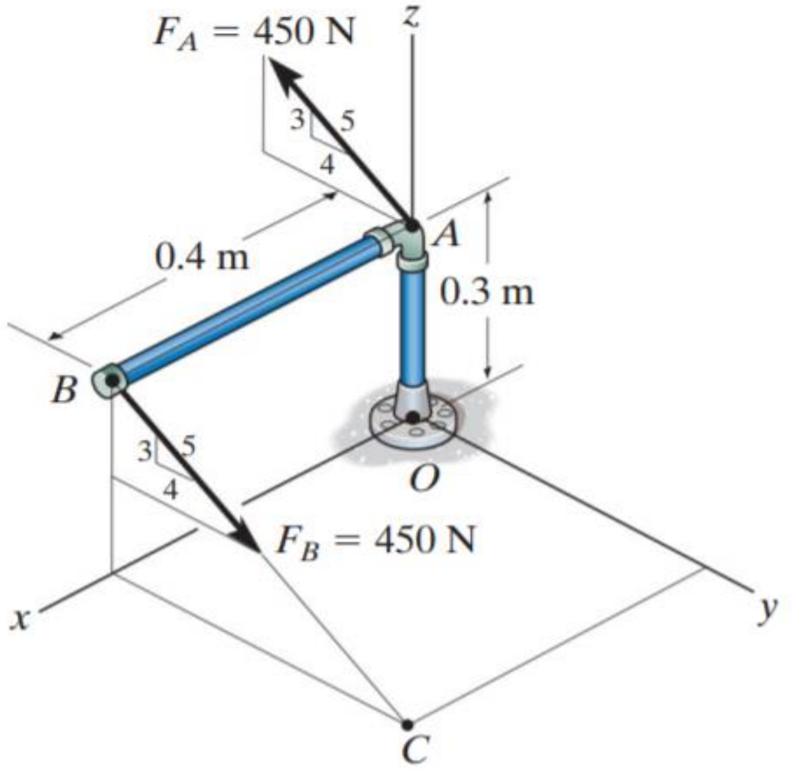
$$\mathbf{u}_B = 0\mathbf{i} + 0.8\mathbf{j} - 0.6\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_A = 450(0\mathbf{i} - 0.8\mathbf{j} + 0.6\mathbf{k}) = [0\mathbf{i} - 360\mathbf{j} + 270\mathbf{k}]$$
$$\mathbf{F}_B = 450(0\mathbf{i} + 0.8\mathbf{j} - 0.6\mathbf{k}) = [0\mathbf{i} + 360\mathbf{j} - 270\mathbf{k}]$$



كما فعلنا في السؤال الشبيه به , أخذنا **<u>نقطة المرجع</u>** نقطة تمر بها القوة لكي يسهل علينا الحساب

$$\mathbf{r}_{BA} = [4\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 0\mathbf{k}]$$



$$\mathbf{M}_A = \mathbf{r}_{BA} \times \mathbf{F}_B = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 360 & -270 \end{vmatrix}$$

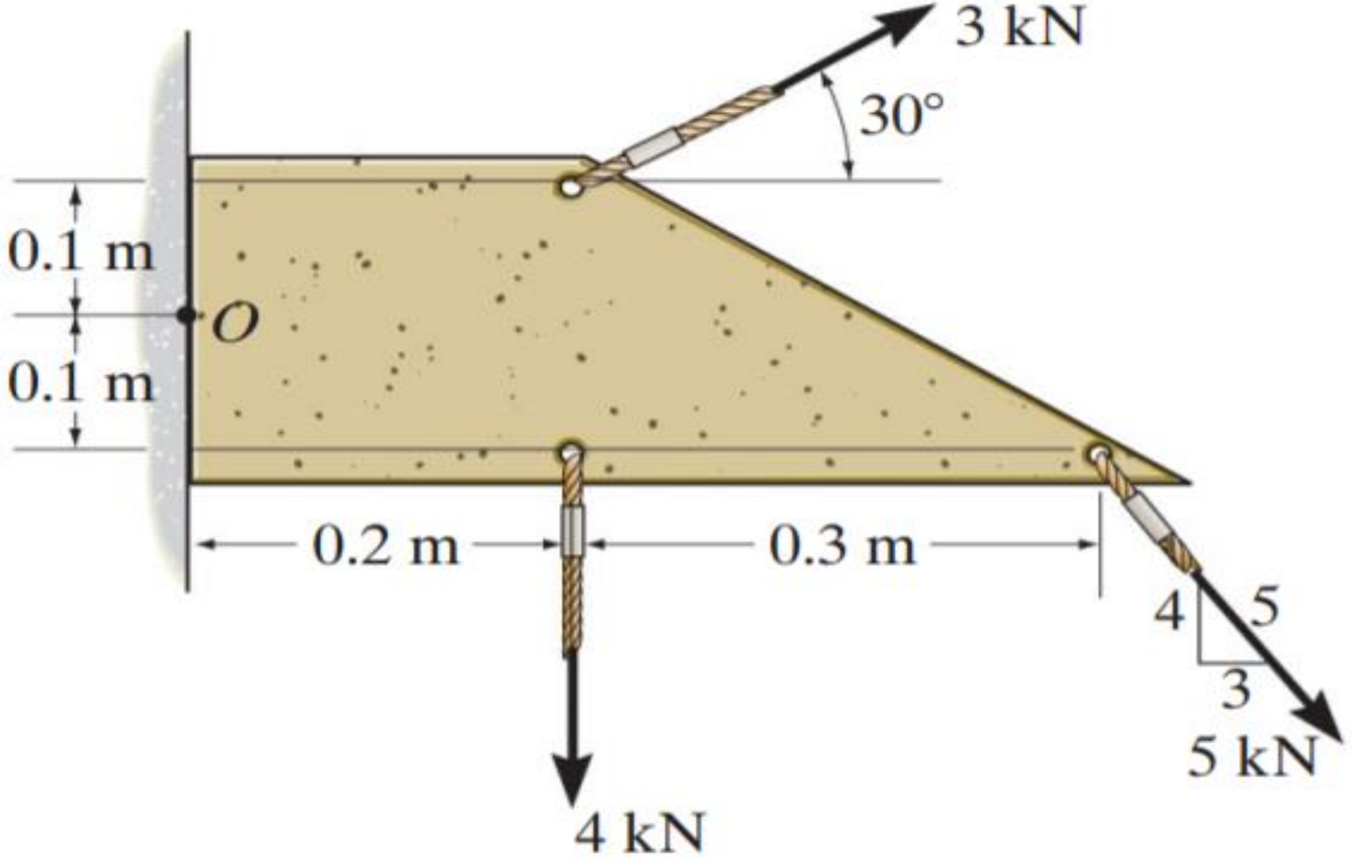
$$= [0\mathbf{i} + 108\mathbf{j} + 144\mathbf{k}] \text{ N} \cdot \text{m}$$

- Sometimes it is convenient to **reduce** a system of forces and couple moments acting on a body to a simpler form by **replacing it** with an equivalent system, consisting of a **single resultant force** acting at a specific point and a **resultant couple moment**.

الموضوع بإختصار : أن نقوم بتبسيط النظام الموجود أي يعني بدل من موجود 16 قوى و 9 عزوم وقد يحدث أي مشاكل أو خطأ لذلك نستبدل القوى ب **قوة واحدة فقط** و العزوم نستبدلها ب **عزم واحد فقط** وهذا هو الموضوع .

$$(F_R)_x = \Sigma F_x$$
$$(F_R)_y = \Sigma F_y$$
$$(M_R)_O = \Sigma M_O + \Sigma M$$

❑**Example4.11** Replace the force and couple system shown in by an equivalent resultant force and couple moment acting at point O ?



يجب أن لا تدرس هذا الموضوع وأن تكون **ضعيف** في موضوع تحليل القوى
لأني لن أقوم بشرح كيفية التحليل لأنه يتحتم عليك إيجادهم **لوحدك** .

الحل : عليك تحليل كل القوى , أي يعني مجموع القوى على المحور السيني يساوي صفر ومجموع القوى على المحور الصادي يساوي صفر ومن ثم إيجاد القوة المحصلة والزاوية الخاصة بها .

$$\overset{+}{\rightarrow} (F_R)_x = \Sigma F_x; \qquad (F_R)_x = (3\text{ kN})\cos 30^\circ + \left(\tfrac{3}{5}\right)(5\text{ kN}) = 5.598\text{ kN} \rightarrow$$

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \qquad (F_R)_y = (3\text{ kN})\sin 30^\circ - \left(\tfrac{4}{5}\right)(5\text{ kN}) - 4\text{ kN} = -6.50\text{ kN} = 6.50\text{ kN}\downarrow$$

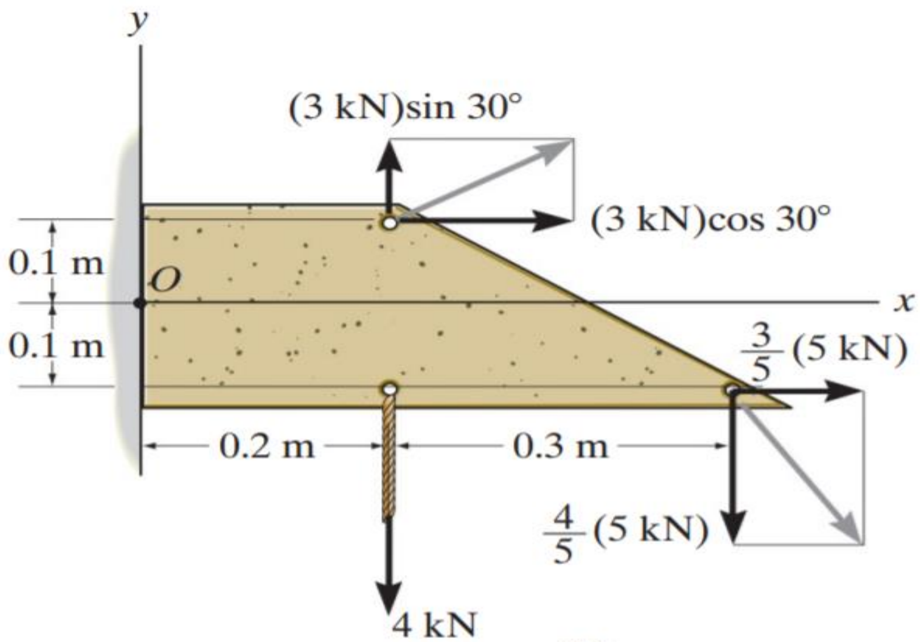
ربع رابع

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^{\,2} + (F_R)_y^{\,2}} = \sqrt{(5.598\ \text{kN})^2 + (6.50\ \text{kN})^2} = 8.58\ \text{kN}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{6.50\ \text{kN}}{5.598\ \text{kN}}\right) = 49.3^\circ$$

والأن يجب علينا إيجاد كامل العزوم مع الإنتباه ل الإشارة الخاصة بها ومن ثم جمعها جمع جبري

إذا كان **جواب العزم سالب** فما معناه ؟ الجواب هو أن فرضك في البداية كان خاطئ والصحيح هو عكس فرضك



(b)

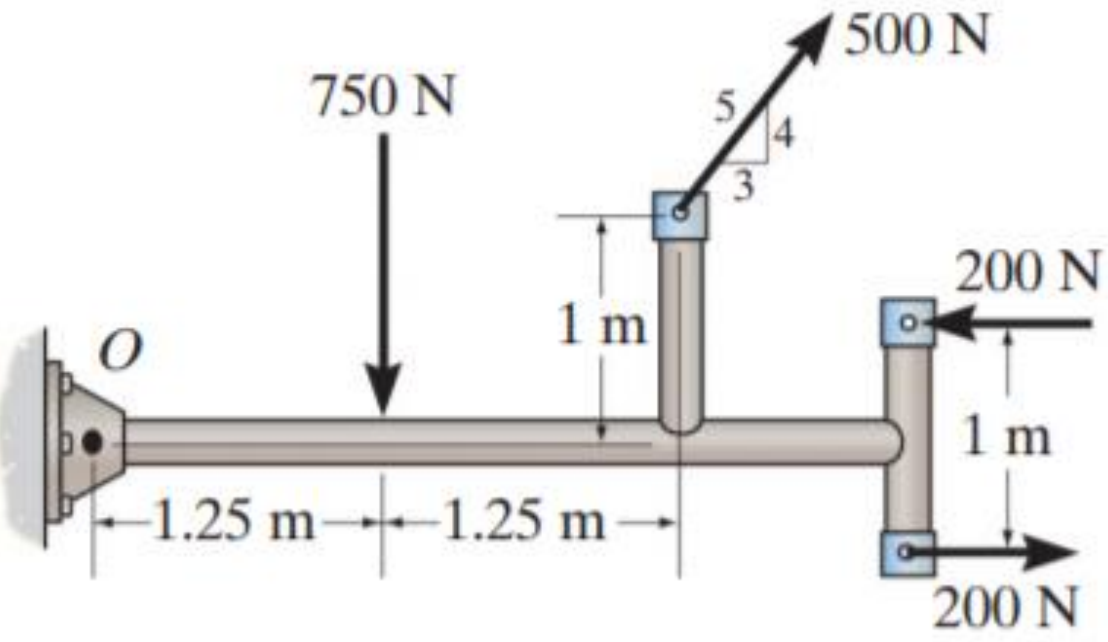
$$\circlearrowleft + (M_R)_O = \Sigma M_O;$$

$$(M_R)_O = (3\text{ kN})\sin 30^\circ(0.2\text{ m}) - (3\text{ kN})\cos 30^\circ(0.1\text{ m}) + \left(\tfrac{3}{5}\right)(5\text{ kN})(0.1\text{ m})$$

$$- \left(\tfrac{4}{5}\right)(5\text{ kN})(0.5\text{ m}) - (4\text{ kN})(0.2\text{ m})$$

$$= -2.46\text{ kN}\cdot\text{m} = 2.46\text{ kN}\cdot\text{m}\circlearrowright \qquad \textit{Ans.}$$

❑**Example.** Replace the force and couple system acting on the member in by an equivalent resultant force and couple moment acting **at point O** ?



السؤال واضح جدا لكني أريد التنبيه على موضوع العزم المزدوج فإننا لا نضعه في حساب القوى لأنهم متعاكسين في الإشارة لكننا نضعه في حساب العزم

$$\xrightarrow{+} (F_R)_x = \Sigma F_x;\ (F_R)_x = \left(\tfrac{3}{5}\right)(500\ \text{N}) = 300\ \text{N} \rightarrow$$

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y;\ (F_R)_y = (500\ \text{N})\left(\tfrac{4}{5}\right) - 750\ \text{N} = -350\ \text{N} = 350\ \text{N}\downarrow$$

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2}$$

$$= \sqrt{(300\ \text{N})^2 + (350\ \text{N})^2} = 461\ \text{N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{350\ \text{N}}{300\ \text{N}}\right) = 49.4^\circ$$

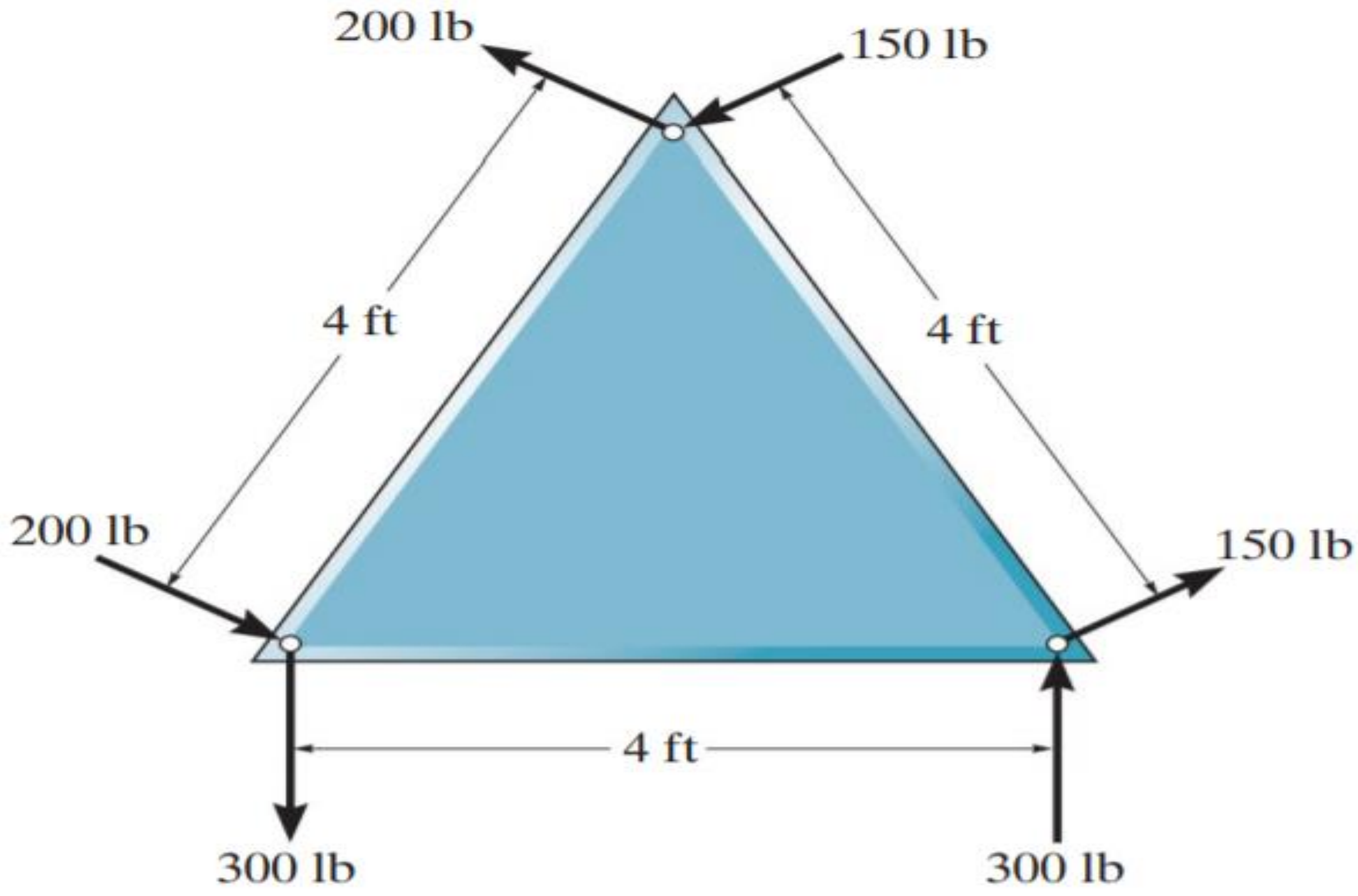
$$\circlearrowleft + (M_R)_O = \Sigma M_O + \Sigma M$$

$$(M_R)_O = (500\ \text{N})\left(\tfrac{4}{5}\right)(2.5\ \text{m}) - (500\ \text{N})\left(\tfrac{3}{5}\right)(1\ \text{m})$$

$$- (750\ \text{N})(1.25\ \text{m}) + 200\ \text{N}\cdot\text{m}$$

$$= -37.5\ \text{N}\cdot\text{m} = 37.5\ \text{N}\cdot\text{m} \circlearrowright$$

❑**F4-20.** Determine the resultant couple moment acting on the triangular plate ?

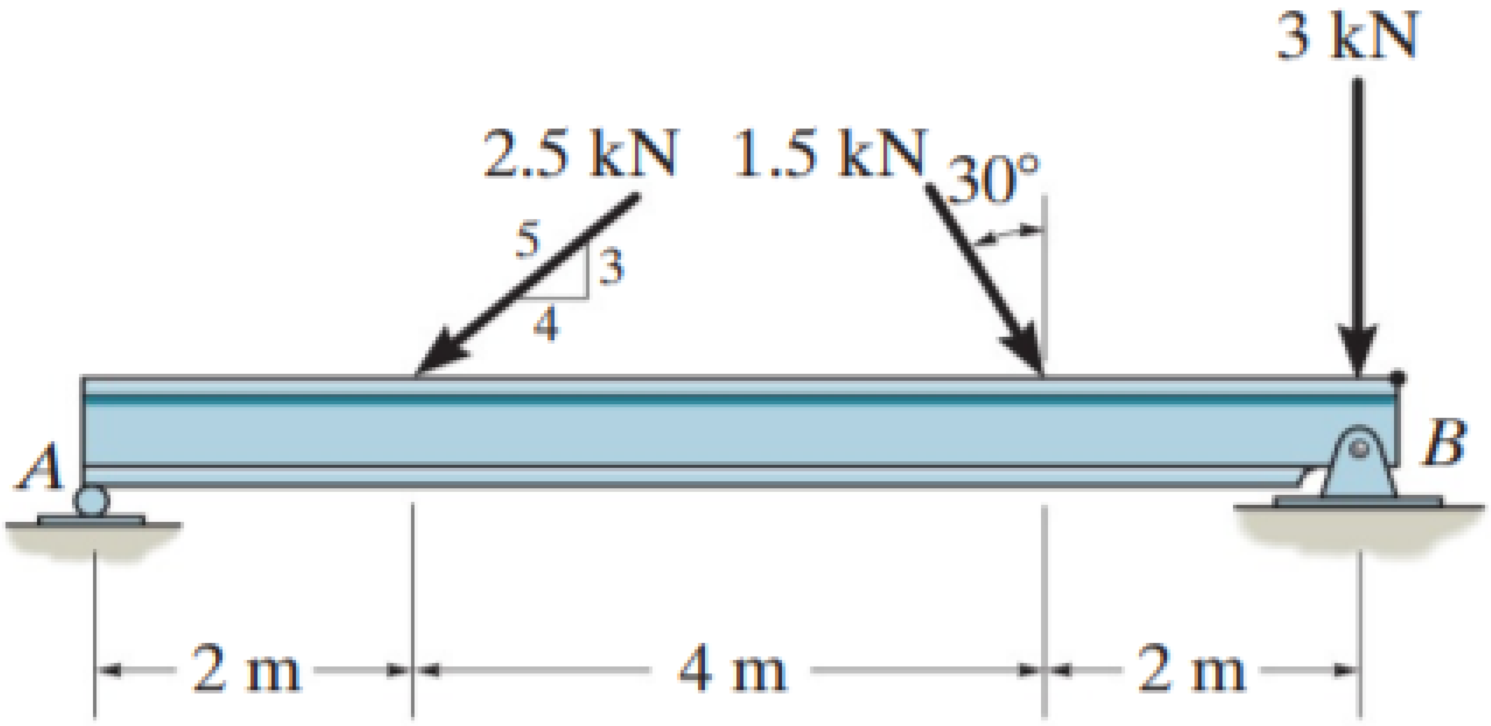


$$\downarrow + M_{C_R}$$

$$= 300(4) + 150(4) + 200(4)$$

$$= 2600 Ib.ft$$

❑**Prop4-100.** Replace the force system acting on the beam by an equivalent force and couple moment at **point B** ?

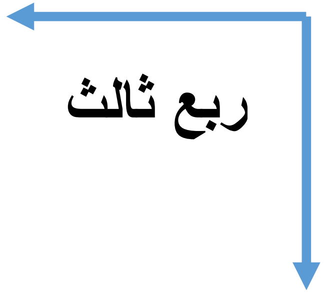


$$\xrightarrow{+} F_{R_x} = \Sigma F_x; \qquad F_{R_x} = 1.5 \sin 30^\circ - 2.5\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$= -1.25 \text{ kN} = 1.25 \text{ kN} \leftarrow$$

$$+\uparrow F_{R_y} = \Sigma F_y; \qquad F_{R_y} = -1.5 \cos 30^\circ - 2.5\left(\frac{3}{5}\right) - 3$$

$$= -5.799 \text{ kN} = 5.799 \text{ kN} \downarrow$$



$$F_R = \sqrt{F_{R_x}^2 + F_{R_y}^2} = \sqrt{1.25^2 + 5.799^2} = 5.93 \text{ kN}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{F_{R_y}}{F_{R_x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.799}{1.25}\right) = 77.8^\circ$$

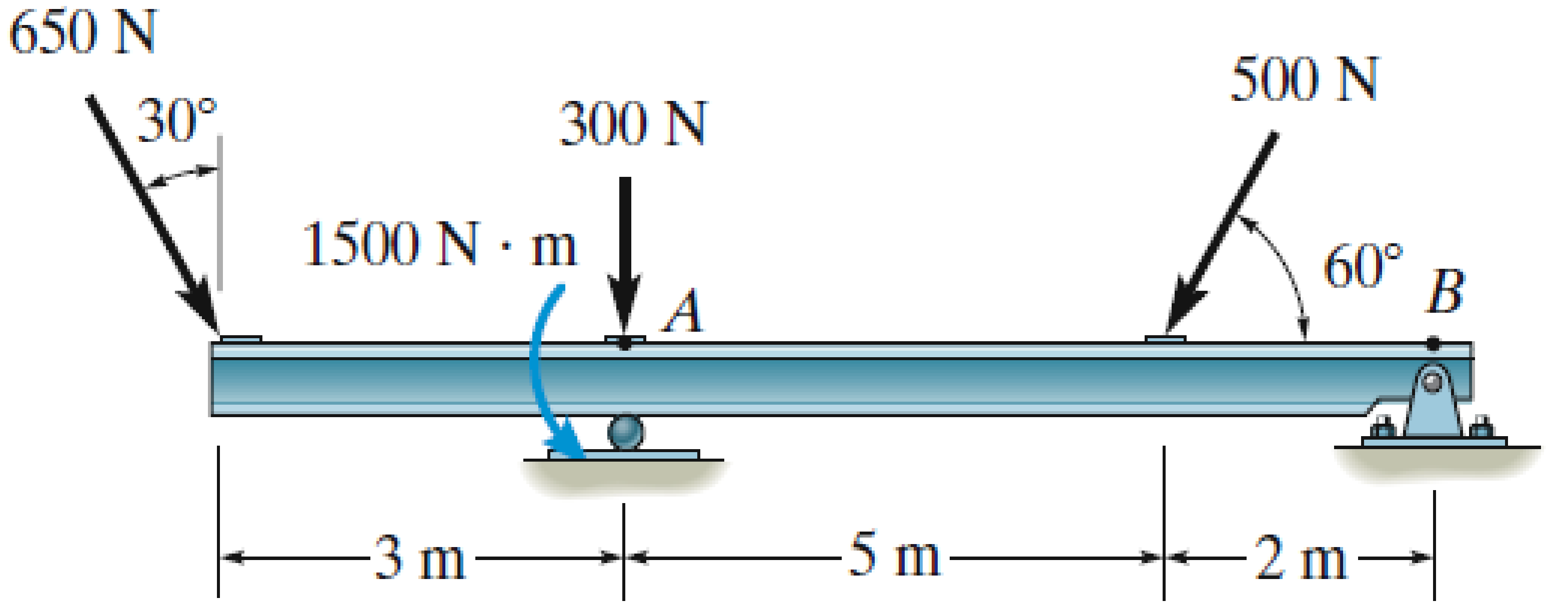
<u>توضيح بخصوص الزاوية :</u> إذا أردنا الزاوية مع الربع الخاص لا نضع إشارات , نضع القيم المطلقة وتكون مع الربع الواقعه فيه

$$\circlearrowleft + M_{R_B} = \Sigma M_{R_B}; \qquad M_B = 1.5\cos 30°(2) + 2.5\left(\frac{3}{5}\right)(6)$$

$$= 11.6 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\textit{Counterclockwise})$$

القوة 3 نيوتن لا تعمل عزم لأنها **تمر بالنقطة المطلوبة** ومركبة السينية ل 2.5 كذلك لأنها تنطبق ف في حساب العزم وايضا المركبة السينية ل 1.5 أيضا ف **عليك الإنتباه أكثر**

❑**Prop4-103.** Replace the loading system acting on the post by an equivalent resultant force and couple moment at point A ?

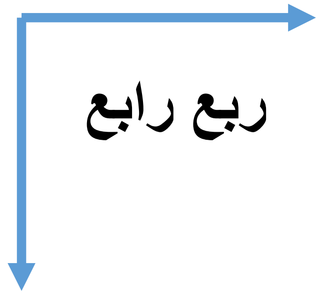


إنتبه ل **العزم الخارجي**
وإنتبه ل إشارته أيضا
وهذه هي **الفكرة فقط**

$$\overset{+}{\rightarrow}\ (F_R)_x = \Sigma F_x; \quad (F_R)_x = 650 \sin 30^\circ - 500 \cos 60^\circ = 75 \text{ N} \rightarrow$$

$$+\uparrow\ (F_R)_y = \Sigma F_y; \quad (F_R)_y = -650 \cos 30^\circ - 300 - 500 \sin 60^\circ$$

$$= -1295.93 \text{ N} = 1295.93 \text{ N}\downarrow$$



$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2} = \sqrt{75^2 + 1295.93^2} = 1298.10 \text{ N} = 1.30 \text{ kN}$$

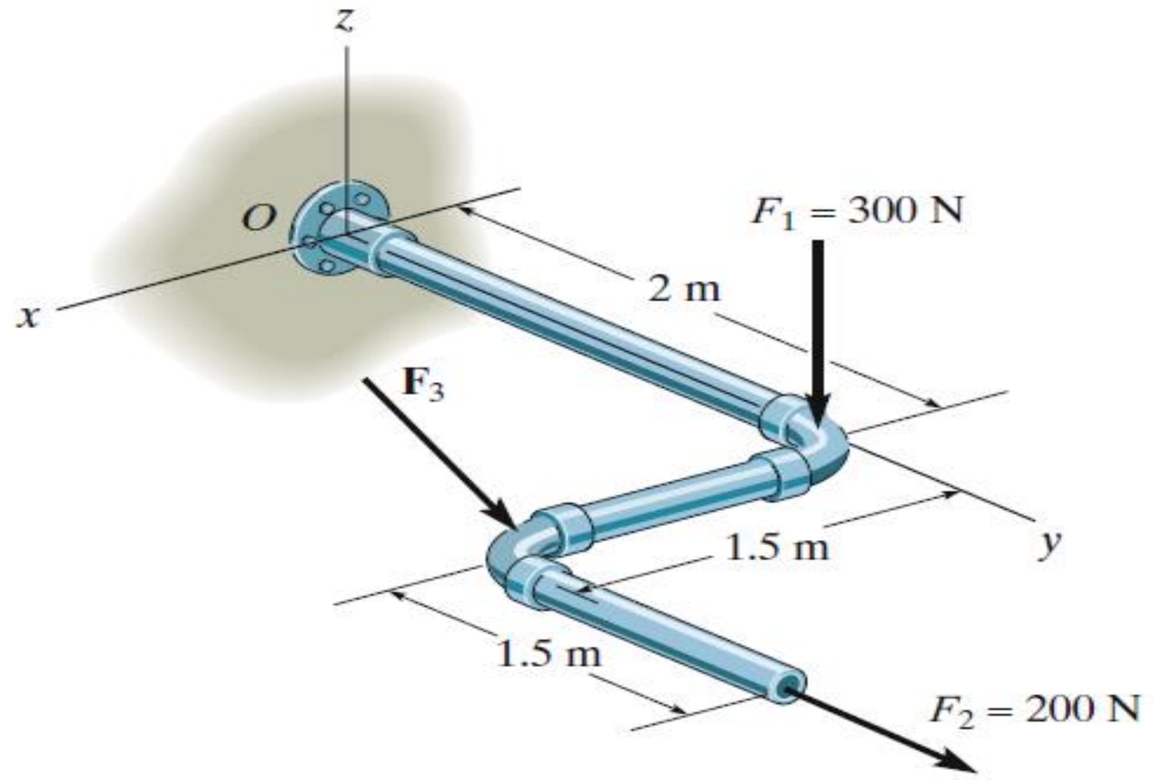
$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{(F_R)_y}{(F_R)_x}\right] = \tan^{-1}\left(\frac{1295.93}{75}\right) = 86.69^\circ = 86.7^\circ \measuredangle$$

$$\circlearrowleft + (M_R)_A = \Sigma M_A; \quad (M_R)_A = 650 \cos 30^\circ\,(3) + 1500 - 500 \sin 60^\circ\,(5)$$

$$= 1023.69 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$= 1.02 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (\textbf{counter clockwise})} \qquad \textbf{Ans.}$$

❑**Prop4-108** Replace the force system by an equivalent resultant force and couple moment at point *O*. Take **F3** = {-200**i** + 500**j** - 300**k**} N ?



الخطوة الأولى : يجب أن تكون كل القوى بالصيغة الكارتيزن ويجب إيجاد متجه الموقع من النقطة المطلوبة ل القوة لكي نجد العزم لاحقا

$\mathbf{r}_1 = \{2\mathbf{j}\}$ m $\qquad \mathbf{r}_2 = \{1.5\mathbf{i} + 3.5\mathbf{j}\} \qquad \mathbf{r}_3 = \{1.5\mathbf{i} + 2\mathbf{j}\}$ m

$\mathbf{F}_1 = \{-300\mathbf{k}\}$ N $\quad \mathbf{F}_2 = \{200\mathbf{j}\}$ N $\qquad \mathbf{F}_3 = \{-200\mathbf{i} + 500\mathbf{j} - 300\mathbf{k}\}$ N

الخطوة الثانية : إيجاد مجموع القوى السينية والصادية والتي على محور الزيد وأن يكون الجمع متجانس أي يعني من نفس النوع

$$\mathbf{F}_R = \Sigma F; \qquad F_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3$$

$$= (-300\mathbf{k}) + 200\mathbf{j} + (-200\mathbf{i} + 500\mathbf{j} - 300\mathbf{k})$$

$$= \{-200\mathbf{i} + 700\mathbf{j} - 600\mathbf{k}\} \text{ N}$$

<u>الخطوة الثالثة :</u> إيجاد مجموع العزوم عن طريق تطبيق القانون

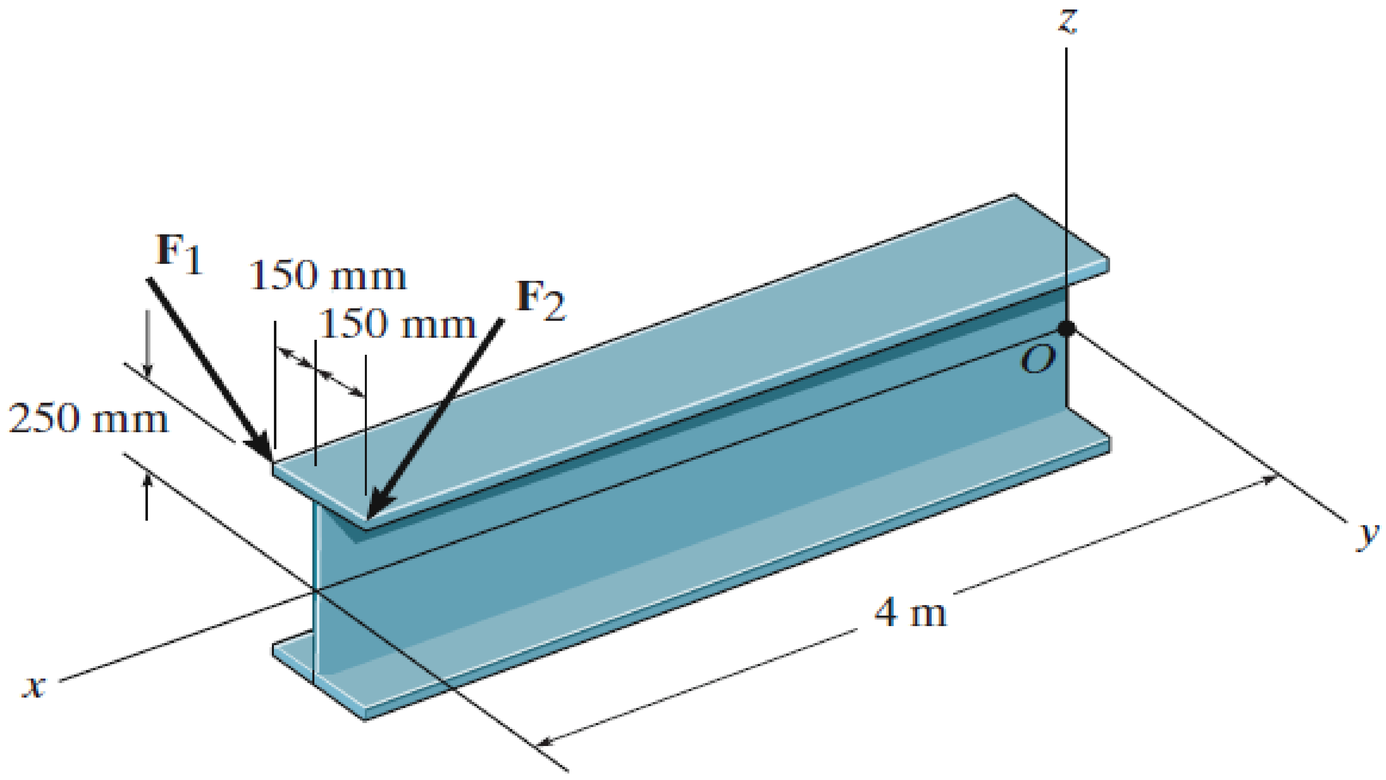
$$(\mathbf{M}_R)_O = \Sigma\mathbf{M}_O; \quad (\mathbf{M}_R)_O = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{F}_3$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -300 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1.5 & 3.5 & 0 \\ 0 & 200 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1.5 & 2 & 0 \\ -200 & 500 & -300 \end{vmatrix}$$

$$= (-600\mathbf{i}) + (300\mathbf{k}) + (-600\mathbf{i} + 450\mathbf{j} + 1150\mathbf{k})$$

$$= \{-1200\mathbf{i} + 450\mathbf{j} + 1450\mathbf{k}\}\ \mathrm{N \cdot m} \qquad \textbf{Ans.}$$

❑**Prop4-106 .** The forces **F1** = {-4**i** + 2**j** - 3**k**} kN and **F2** = {3**i** - 4**j** -2**k**} kN act on the end of the beam. Replace these forces by an equivalent force and couple moment acting at point *O* ?



Ans.

فكرة السؤال هنا متجه الموقع أما كفرة رئيسية تم تغطيتها .

الخطوة الأولى : يجب أن تكون كل القوى بالصيغة الكارتيزن ويجب إيجاد متجه الموقع من النقطة المطلوبة ل القوة لكي نجد العزم لاحقا

r_1=(4i - 0.15j + 0.25 k) r_2=(4i + 0.15 j +0.25 k)

الخطوة الثانية : إيجاد مجموع القوى السينية والصادية والتي على محور الزيد وأن يكون الجمع متجانس أي يعني من نفس النوع

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \{-1\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 5\mathbf{k}\}\ \text{kN}$$

الخطوة الثالثة : إيجاد مجموع العزوم عن طريق تطبيق القانون

$$\mathbf{M}_{RO} = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2$$

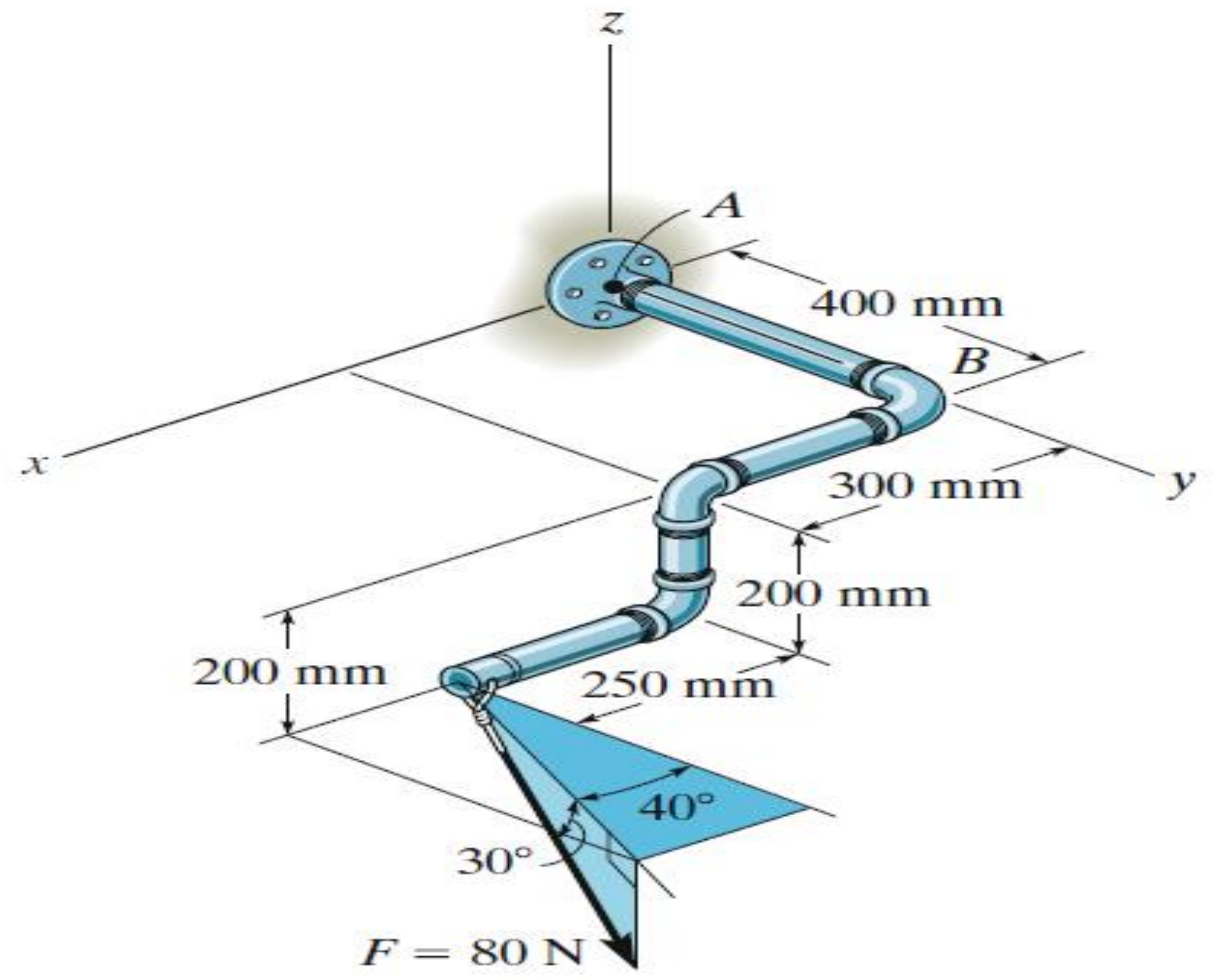
$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4 & -0.15 & 0.25 \\ -4 & 2 & -3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4 & 0.15 & 0.25 \\ 3 & -4 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (-0.05\mathbf{i} + 11\mathbf{j} + 7.4\mathbf{k}) + (0.7\mathbf{i} + 8.75\mathbf{j} - 16.45\mathbf{k})$$

$$= (0.65\mathbf{i} + 19.75\mathbf{j} - 9.05\mathbf{k})$$

$$\mathbf{M}_{RO} = \{0.650\mathbf{i} + 19.75\mathbf{j} - 9.05\mathbf{k}\}\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

❑**Prop4-110** Replace the force of F = 80 N acting on the pipe assembly by an equivalent resultant force and couple moment at point A.



للامانة هذا السؤال مربك لكن إذا كنت متمكن من المادة فلن تواجه أي مشكلة .

الخطوة الأولى : نحلل القوى إلى مركباتها الثلاثة وهذه فكرة على شابتر الثاني راجع هذه الفكرة

$$\mathbf{F}_R = 80 \cos 30° \sin 40° \mathbf{i} + 80 \cos 30° \cos 40° \mathbf{j} - 80 \sin 30° \mathbf{k}$$

الخطوة الثانية : إيجاد مجموع القوى السينية والصادية والتي على محور الزيد وأن يكون الجمع متجانس أي يعني من نفس النوع ونحن هنا لدينا فقط قوة واحدة

$$\mathbf{F}_R = \Sigma \mathbf{F};$$

$$\mathbf{F}_R = 80 \cos 30° \sin 40° \mathbf{i} + 80 \cos 30° \cos 40° \mathbf{j} - 80 \sin 30° \mathbf{k}$$

$$= 44.53 \mathbf{i} + 53.07 \mathbf{j} - 40 \mathbf{k}$$

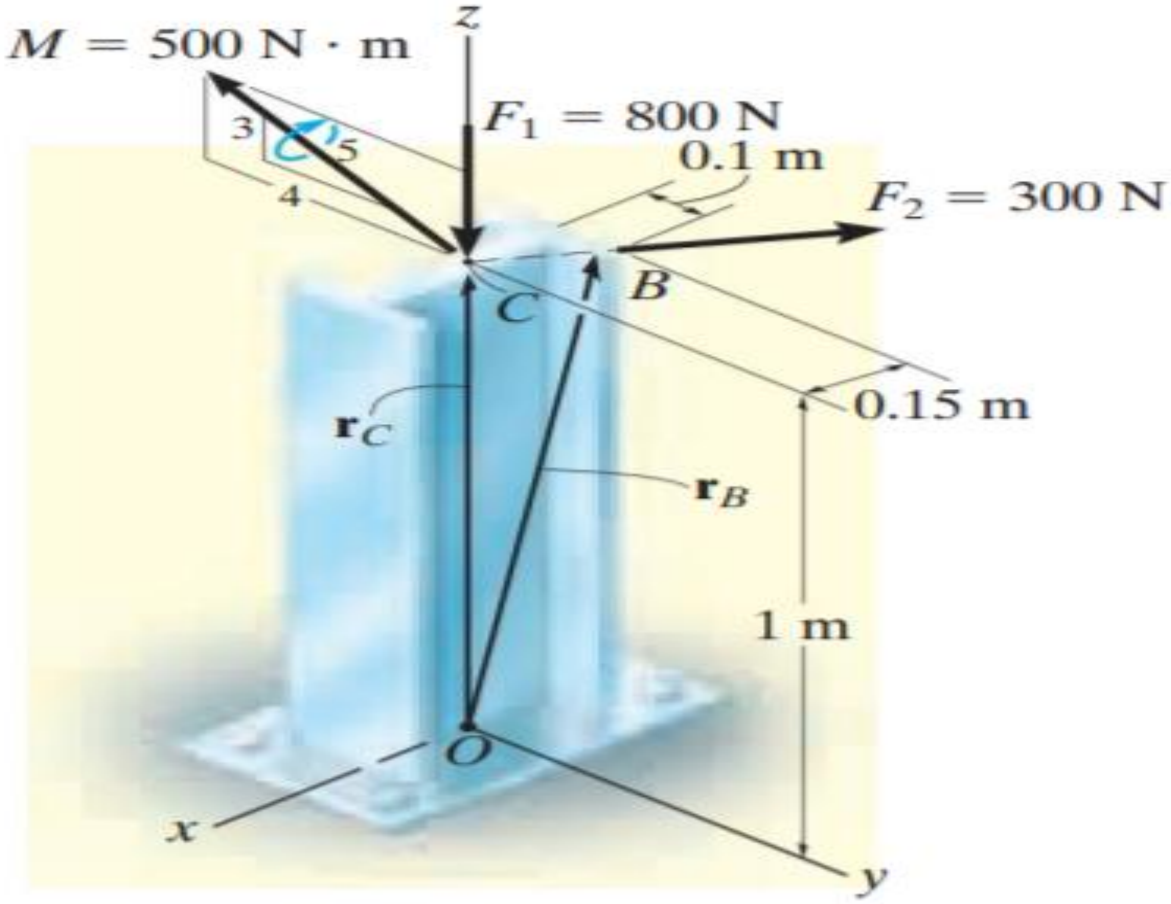
$$= \{44.5 \mathbf{i} + 53.1 \mathbf{j} - 40 \mathbf{k}\} \text{ N}$$

الخطوة الثالثة : إيجاد مجموع العزوم عن طريق تطبيق القانون

$$\mathbf{M}_{RA} = \Sigma \mathbf{M}_A ; \quad \mathbf{M}_{RA} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0.55 & 0.4 & -0.2 \\ 44.53 & 53.07 & -40 \end{vmatrix}$$

$$= \{-5.39\,\mathbf{i} + 13.1\,\mathbf{j} + 11.4\,\mathbf{k}\}\ \mathrm{N \cdot m}$$

❑**Example** The structural member is subjected to a couple moment M and forces F1 and F2. Replace this system by an equivalent resultant force and couple moment acting at its base, point O ?



الخطوة الأولى : يجب أن تكون كل القوى بالصيغة الكارتيزن ويجب إيجاد متجه الموقع من النقطة المطلوبة ل القوة لكي نجد العزم لاحقا

$\mathbf{F}_1 = \{-800\mathbf{k}\}$ N

منطبقه على محور الزيد وهي باتجاه محور السالب

$\mathbf{F}_2 = (300 \text{ N})\mathbf{u}_{CB}$

متجه الوحده يكون بين نقطتين على خط إمتداد القوة

$$= (300 \text{ N})\left(\frac{\mathbf{r}_{CB}}{r_{CB}}\right)$$

$$= 300 \text{ N}\left[\frac{\{-0.15\mathbf{i} + 0.1\mathbf{j}\} \text{ m}}{\sqrt{(-0.15 \text{ m})^2 + (0.1 \text{ m})^2}}\right] = \{-249.6\mathbf{i} + 166.4\mathbf{j}\} \text{ N}$$

الخطوة الثانية : إيجاد مجموع القوى السينية والصادية والتي على محور الزيد وأن يكون الجمع متجانس أي يعني من نفس النوع

$$\mathbf{F}_R = \Sigma\mathbf{F}; \qquad \mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = -800\mathbf{k} - 249.6\mathbf{i} + 166.4\mathbf{j}$$

$$= \{-250\mathbf{i} + 166\mathbf{j} - 800\mathbf{k}\}\ \text{N}$$

الخطوة الثالثة : إيجاد مجموع العزوم عن طريق تطبيق القانون وللعلم العزم يعامل مثل القوة أي أنه يحلل مثل القوة إلى مركبات

$$\mathbf{M} = -500\left(\tfrac{4}{5}\right)\mathbf{j} + 500\left(\tfrac{3}{5}\right)\mathbf{k} = \{-400\mathbf{j} + 300\mathbf{k}\}\ \text{N}\cdot\text{m}$$

متجه الموقع من النقطة المطلوبة إلى أي نقطة على محور عمل القوة

$$(\mathbf{M}_R)_o = \Sigma\mathbf{M} + \Sigma\mathbf{M}_O$$

$$(\mathbf{M}_R)_o = \mathbf{M} + \mathbf{r}_C \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_B \times \mathbf{F}_2$$

$$(\mathbf{M}_R)_o = (-400\mathbf{j} + 300\mathbf{k}) + (1\mathbf{k}) \times (-800\mathbf{k}) + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -0.15 & 0.1 & 1 \\ -249.6 & 166.4 & 0 \end{vmatrix}$$

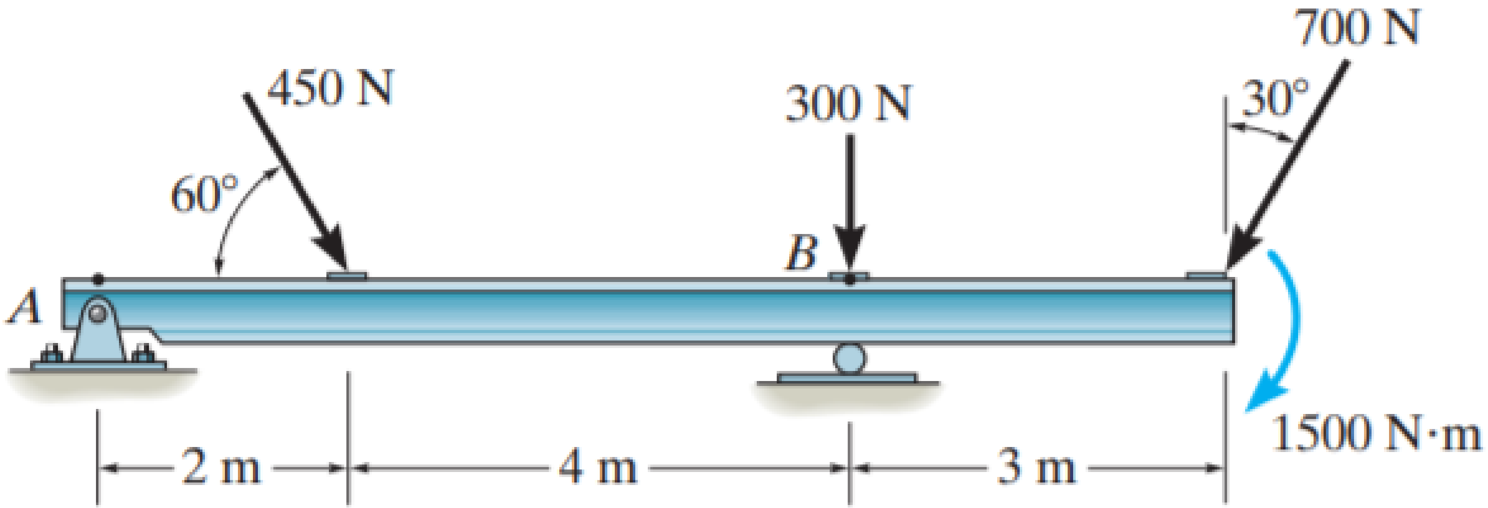
$$= (-400\mathbf{j} + 300\mathbf{k}) + (0) + (-166.4\mathbf{i} - 249.6\mathbf{j})$$

$$= \{-166\mathbf{i} - 650\mathbf{j} + 300\mathbf{k}\}\ \mathrm{N \cdot m}$$

Ans.

الموضوع جدا جدا بسيط وهي إضافة فقط , أي أننا سنطبق كل ما درسناه سابقا والإختلاف فقط في الخطوة الأخيرة وهي أنا **أريد معرفة مكان تأثير القوة المحصلة أي يكون** .

❑**Prop4-118** Replace the loading acting on the beam by a single resultant force. Specify where the force acts, **measured from B ?**



لا تنسى العزم الخارجي

إنتبه أيضا ل النقطة المطلوبة

<u>الخطوة الأولى :</u> حلل القوى إلى المركبات السينية والصادية

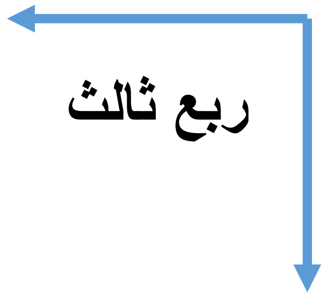
$$\overset{+}{\rightarrow} F_{Rx} = \Sigma F_x ; \qquad F_{Rx} = 450 \cos 60^\circ - 700 \sin 30^\circ = -125 \text{ N} = 125 \text{ N} \leftarrow$$

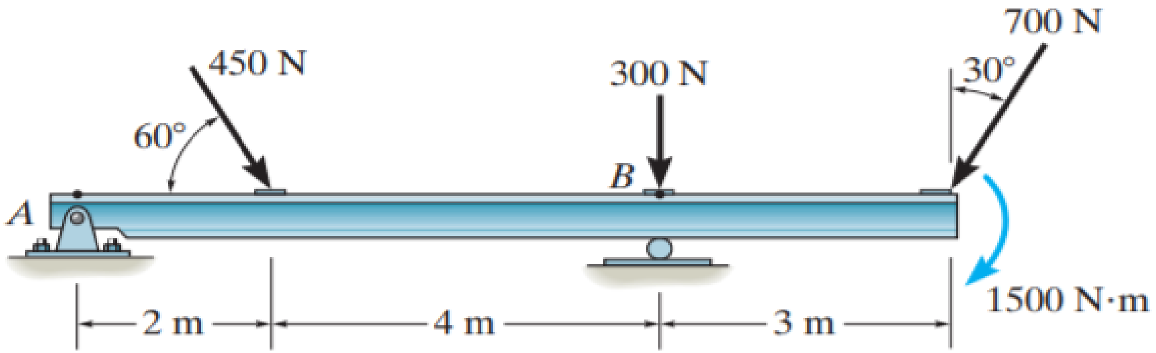
$$+\uparrow F_{Ry} = \Sigma F_y ; \qquad F_{Ry} = -450 \sin 60^\circ - 700 \cos 30^\circ - 300 = -1296 \text{ N} = 1296 \text{ N} \downarrow$$

<u>الخطوة الثانية :</u> إيجاد القوة المحصلة والزاوية الخاصة بها

$$F = \sqrt{(-125)^2 + (-1296)^2} = 1302 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1296}{125}\right) = 84.5^\circ$$





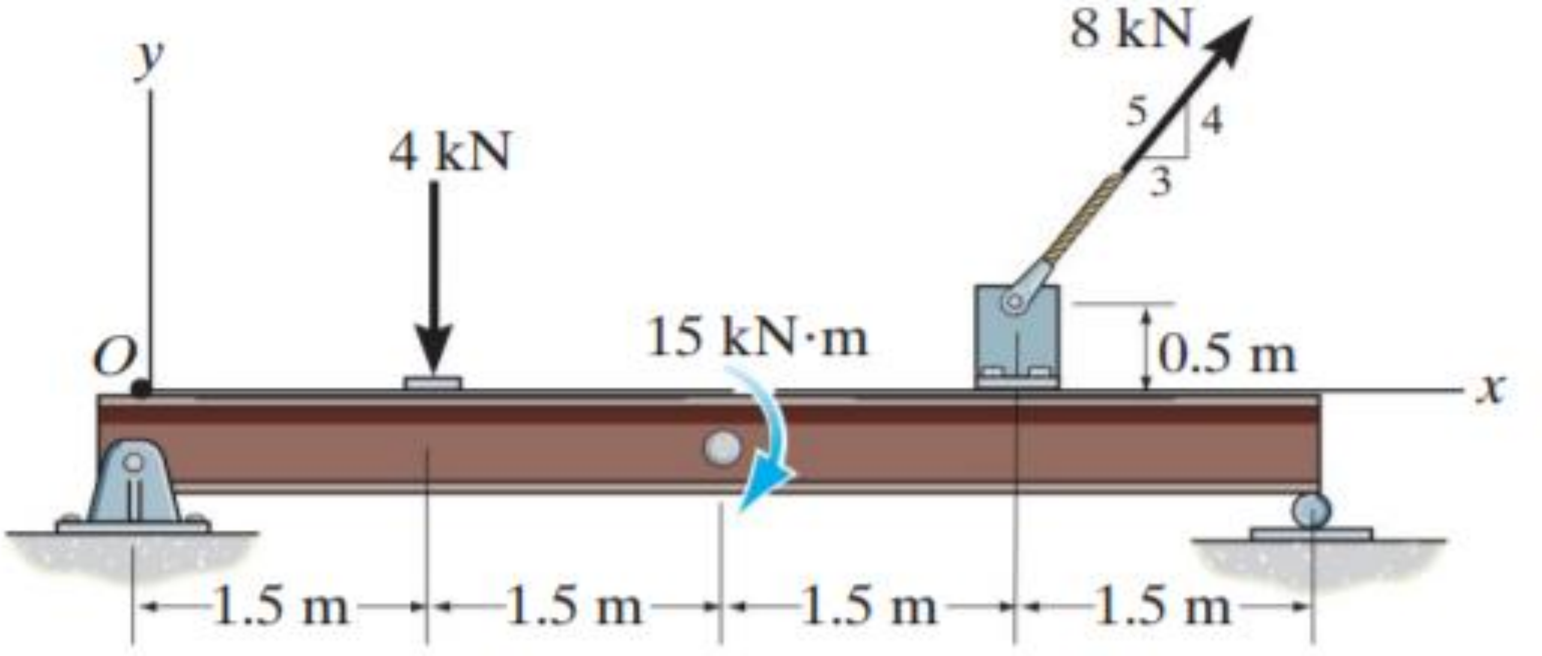
أخذنا المركبة الصادية وضربناها ب المسافة المجهولة **ولم نأخذ المركبة السينية** لأن المركبة السينية تكون **تمر ب النقطة** لذلك ليس لها عزم

هنا **فرضنا** العزم الذي مع عقارب الساعه أنه **موجب** ويجوز أن تعمل العكس ولكن المتعارف عليه هو أن نجعل عكس عقارب الساعه هو الموجب

$$\circlearrowright + M_{RB} = \Sigma M_B; \qquad 1296(x) = -450 \sin 60^\circ(4) + 700 \cos 30^\circ(3) + 1500$$

$$x = 1.36$$

❑**Example.** Replace the force and couple moment system acting on the beam by an equivalent resultant force, and find where its line of action intersects the beam, measured from point O ?



<u>الخطوة الأولى :</u> حلل القوى إلى المركبات السينية والصادية

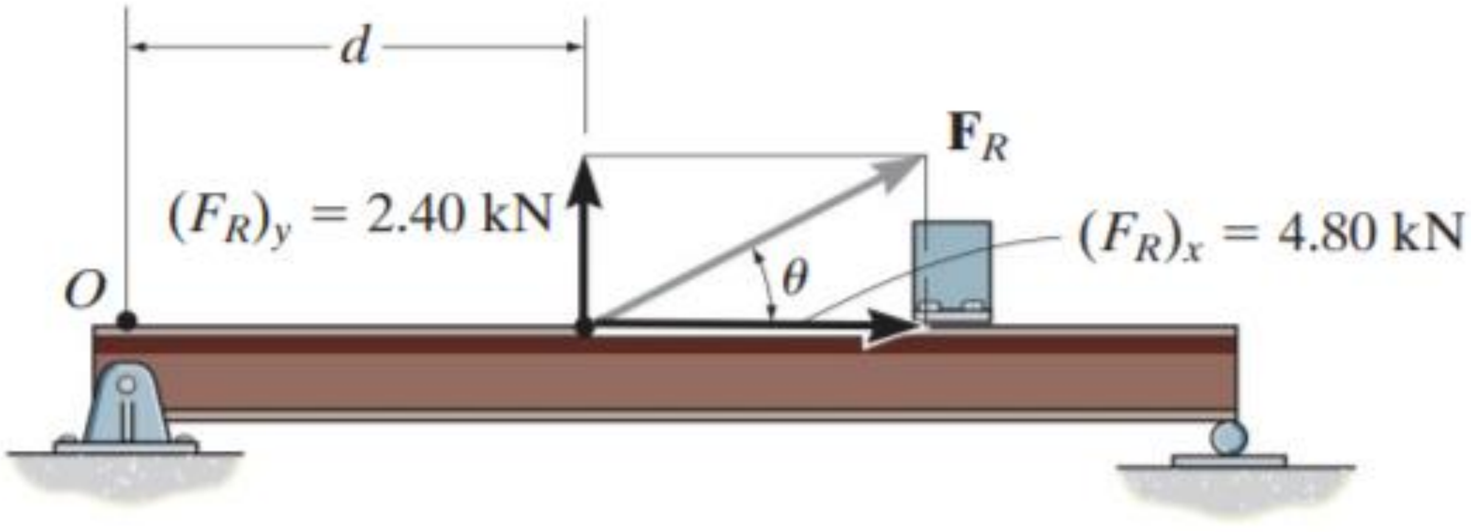
$$\overset{+}{\rightarrow} (F_R)_x = \Sigma F_x; \qquad (F_R)_x = 8\text{ kN}\left(\tfrac{3}{5}\right) = 4.80\text{ kN} \rightarrow$$

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \qquad (F_R)_y = -4\text{ kN} + 8\text{ kN}\left(\tfrac{4}{5}\right) = 2.40\text{ kN}\uparrow$$

<u>الخطوة الثانية :</u> إيجاد القوة المحصلة والزاوية الخاصة بها

$$F_R = \sqrt{(4.80\text{ kN})^2 + (2.40\text{ kN})^2} = 5.37\text{ kN}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2.40\text{ kN}}{4.80\text{ kN}}\right) = 26.6^\circ$$



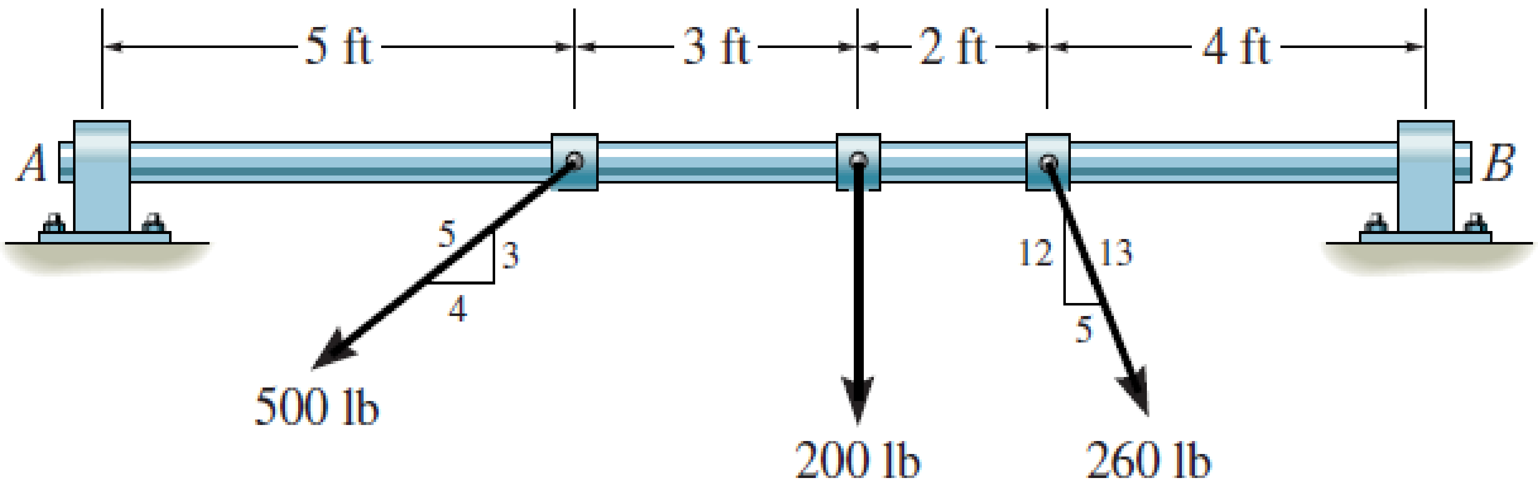
المركبة السينية تمر ب النقطة لذلك **ليس لها عزم**

$$\curvearrowleft + (M_R)_O = \Sigma M_O; \qquad 2.40\text{ kN}(d) = -(4\text{ kN})(1.5\text{ m}) - 15\text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$-\left[8\text{ kN}\left(\tfrac{3}{5}\right)\right](0.5\text{ m}) + \left[8\text{ kN}\left(\tfrac{4}{5}\right)\right](4.5\text{ m})$$

$$d = 2.25\text{ m} \qquad \textit{Ans.}$$

❑**Prop4-116** Replace the three forces acting on the shaft by a single resultant force. Specify where the force acts, measured from end *B* ?



<u>الخطوة الأولى :</u> حلل القوى إلى المركبات السينية والصادية

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_{R_x} = \Sigma F_x; \qquad F_{R_x} = -500\left(\frac{4}{5}\right) + 260\left(\frac{5}{13}\right) = -300 \text{ lb} = 300 \text{ lb} \leftarrow$$

$$+\uparrow F_{R_y} = \Sigma F_y; \qquad F_{R_y} = -500\left(\frac{3}{5}\right) - 200 - 260\left(\frac{12}{13}\right) = -740 \text{ lb} = 740 \text{ lb} \downarrow$$

<u>الخطوة الثانية :</u> إيجاد القوة المحصلة والزاوية الخاصة بها

$$F = \sqrt{(-300)^2 + (-740)^2} = 798 \text{ lb}$$

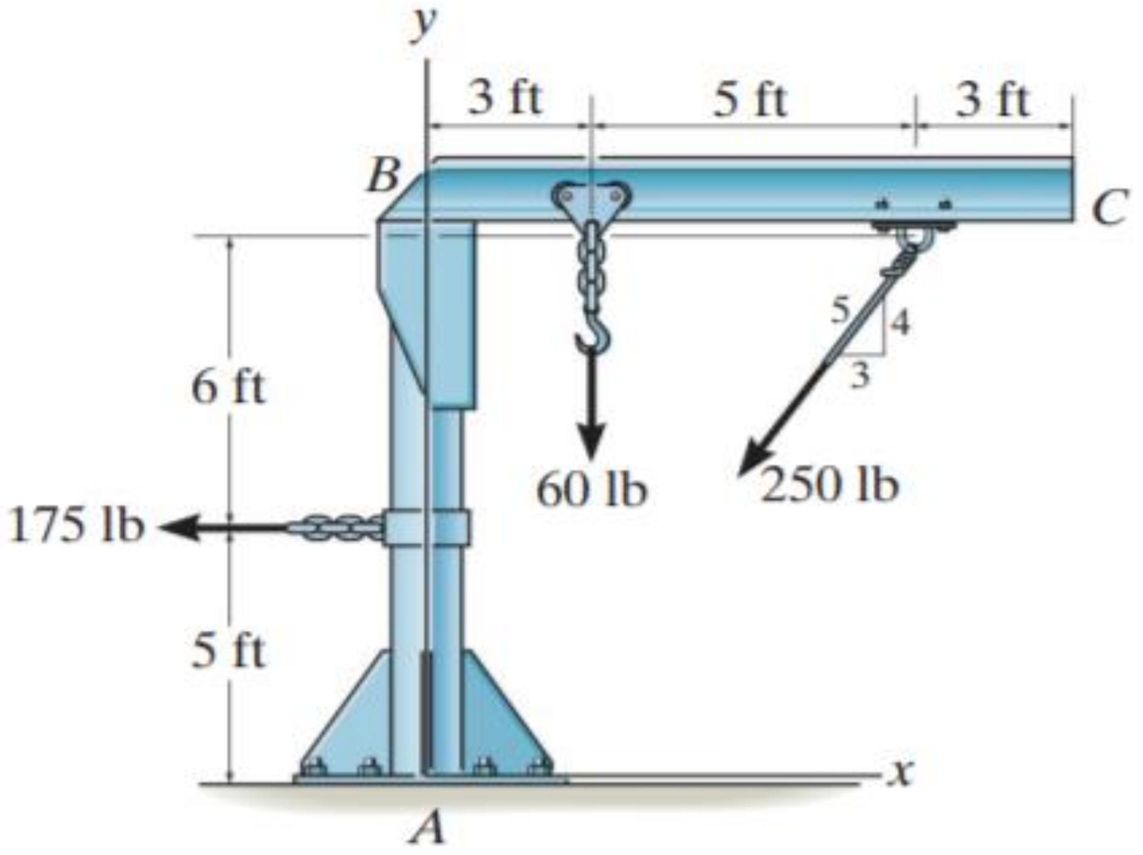
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{740}{300}\right) = 67.9^\circ \; \swarrow$$

$$\circlearrowleft + M_{RB} = \Sigma M_B; \qquad 740(x) = 500\left(\frac{3}{5}\right)(9) + 200(6) + 260\left(\frac{12}{13}\right)(4)$$

$$x = 6.57 \text{ ft}$$

أخذنا المركبة الصادية وضربناها ب المسافة المجهولة **ولم نأخذ المركبة السينية** لأن المركبة السينية تكون **تمر ب النقطة** لذلك ليس لها عزم

❑**Example.** The jib crane is subjected to three coplanar forces. Replace this loading by an equivalent resultant force and specify where the resultant's line of action intersects the column AB and boom BC ?



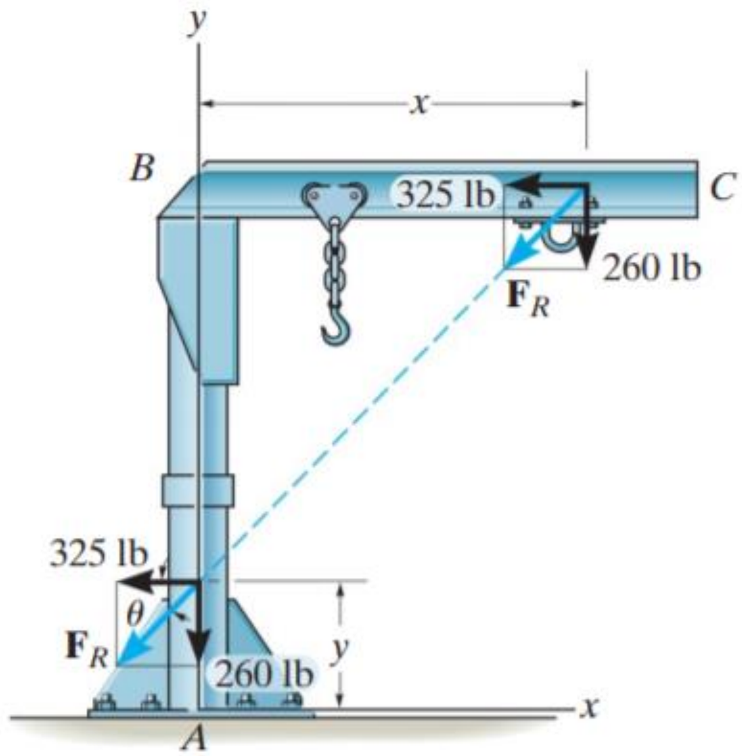
نفس الفكرة تماما لكن يوجد إختلاف بسيط أننا سنجد **مسافتين** , مسافة ل المركبة السينية والمركبة الصادية فقط , أما ك **حل فلن يختلف شئ أبدا** .

$$\xrightarrow{+} (F_R)_x = \Sigma F_x; \quad (F_R)_x = -250\text{ lb}\left(\tfrac{3}{5}\right) - 175\text{ lb} = -325\text{ lb} = 325\text{ lb} \leftarrow$$

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \quad (F_R)_y = -250\text{ lb}\left(\tfrac{4}{5}\right) - 60\text{ lb} = -260\text{ lb} = 260\text{ lb}\downarrow$$

$$F_R = \sqrt{(325\text{ lb})^2 + (260\text{ lb})^2} = 416\text{ lb}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{260\text{ lb}}{325\text{ lb}}\right) = 38.7^\circ \measuredangle$$



طلب منا المسافة عند مكانين , نحن نعلم إتجاه المركبة السينية والصادية ونعلم إتجاه القوة المحصلة والقوة يمكننا أن نمدها ويكون نفس الموضوع كما ناقشنا سابقا "إمتداد خط عمل القوة "

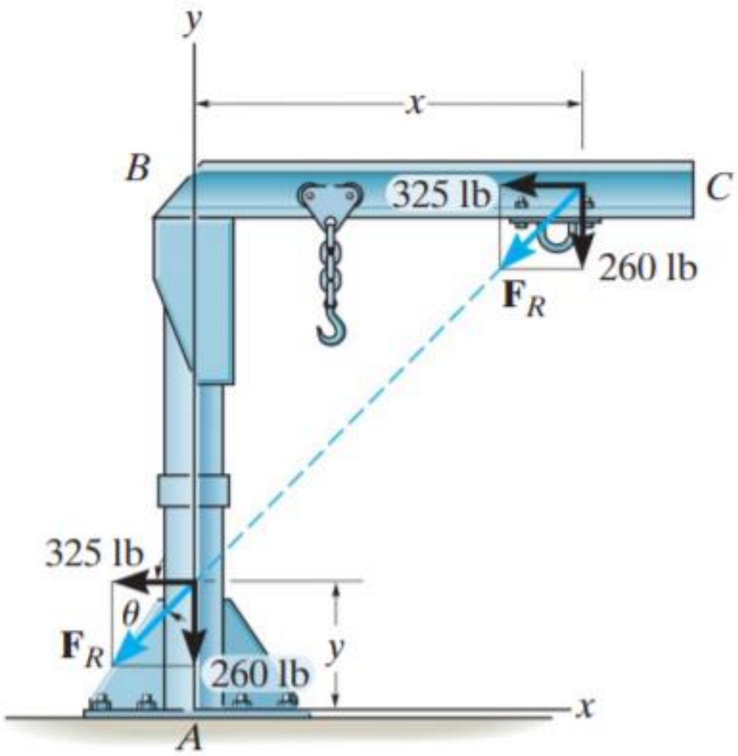
هو **مرجع** حسابنا ل العزم وهو **إختياري** أي نستطيع إختيار **نقطة غيرها .** : A

$$\circlearrowleft + (M_R)_A = \Sigma M_A; \qquad 325\text{ lb}\,(11\text{ ft}) - 260\text{ lb}\,(x)$$

$$= 175\text{ lb}\,(5\text{ ft}) - 60\text{ lb}\,(3\text{ ft}) + 250\text{ lb}\left(\tfrac{3}{5}\right)(11\text{ ft}) - 250\text{ lb}\left(\tfrac{4}{5}\right)(8\text{ ft})$$

$$x = 10.9\text{ ft}$$

BC



قمنا بسحبهم ل القطعة المطلوبة وحساب العزم عند
نفس النقطة التي قلنا عنها سابقا وهي ليست شرط
علينا أي نستطيع إختيار نقطة أخرى غيرها

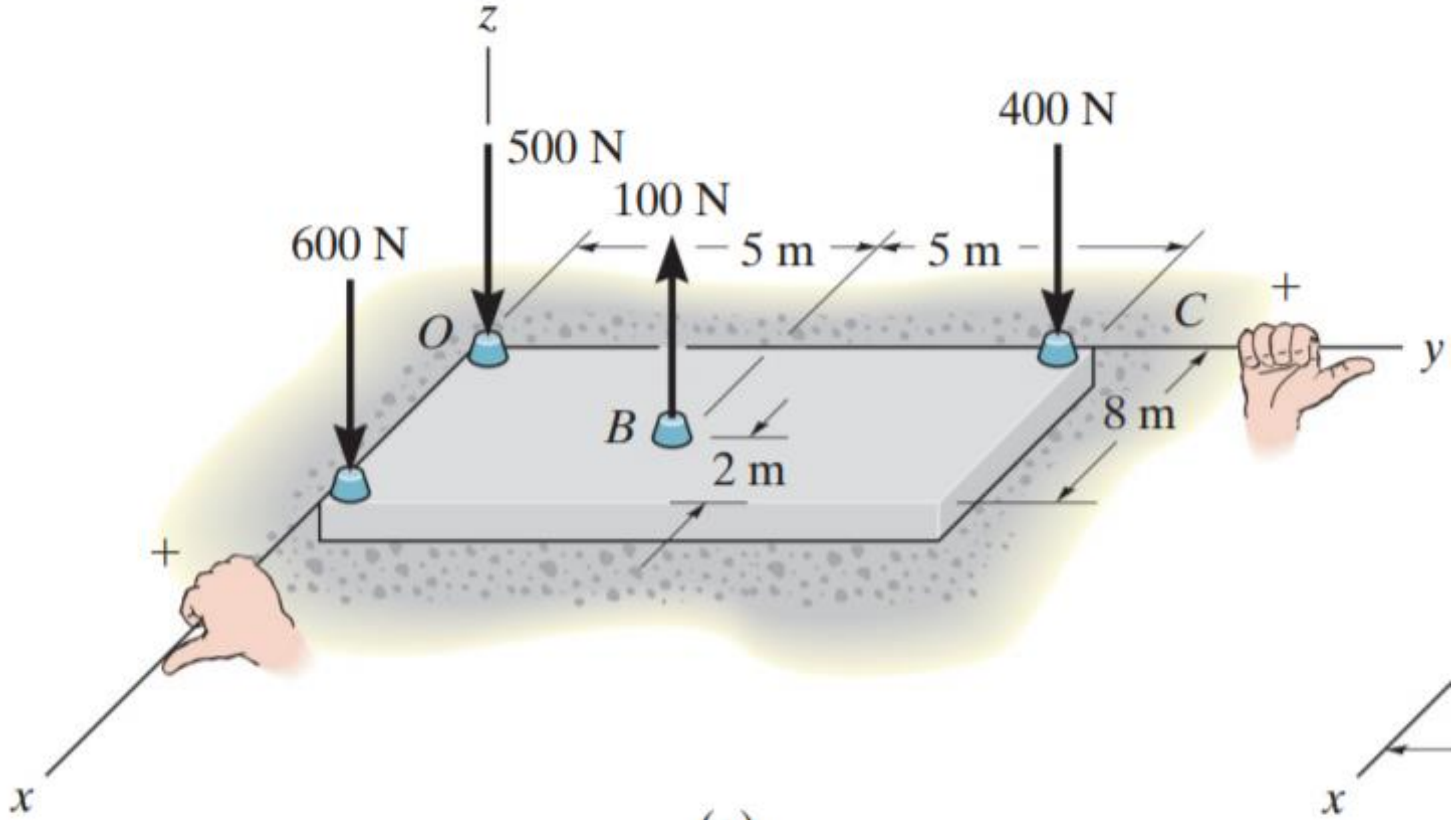
$$\circlearrowleft + (M_R)_A = \Sigma M_A; \qquad 325 \text{ lb } (y) + 260 \text{ lb } (0)$$

$$= 175 \text{ lb } (5 \text{ ft}) - 60 \text{ lb } (3 \text{ ft}) + 250 \text{ lb}\left(\tfrac{3}{5}\right)(11 \text{ ft}) - 250 \text{ lb}\left(\tfrac{4}{5}\right)(8 \text{ ft})$$

<u>AB</u>

$$y = 2.29 \text{ ft}$$

❑**Example**. The slab in is subjected to four parallel forces. Determine the **magnitude** and **direction** of a **resultant force** equivalent to the given force system, and **locate** its point of application on the slab ?



(a)

بما ان القوة جميعها **موازية ل المحاور** إذن هي بصيغة الكارتيزن , نجد القوة المحصلة مع الإنتباه ل الإشارات

$$+\uparrow F_R = \Sigma F; \qquad F_R = -600\text{ N} + 100\text{ N} - 400\text{ N} - 500\text{ N}$$
$$= -1400\text{ N} = 1400\text{ N}\downarrow$$

إذا أردنا العزم ل المحور السيني : وكانت القوة الموجود مركبة صادية مباشرة إضرب ب المسافة الموازية ل المحور الزيد وإذا كانت القوة موجودة في المركبة الزيد إضرب بالمسافة الموازية ل المحور الصادي

ولا تنسى أن أي قوة موازية ل المحور لا نحسبها أو أي قوة إمتداد خط عمل القوة يقطع المحور المطلوب كذلك لا نحسبها

إذا أردنا العزم ل المحور الصادي : وكانت القوة الموجود مركبة سينية مباشرة إضرب ب المسافة الموازية ل المحور الزيد وإذا كانت القوة موجودة في المركبة الزيد إضرب بالمسافة الموازية ل المحور السيني

$$(M_R)_x = \Sigma M_x;$$

$$-(1400\text{ N})y = 600\text{ N}(0) + 100\text{ N}(5\text{ m}) - 400\text{ N}(10\text{ m}) + 500\text{ N}(0)$$

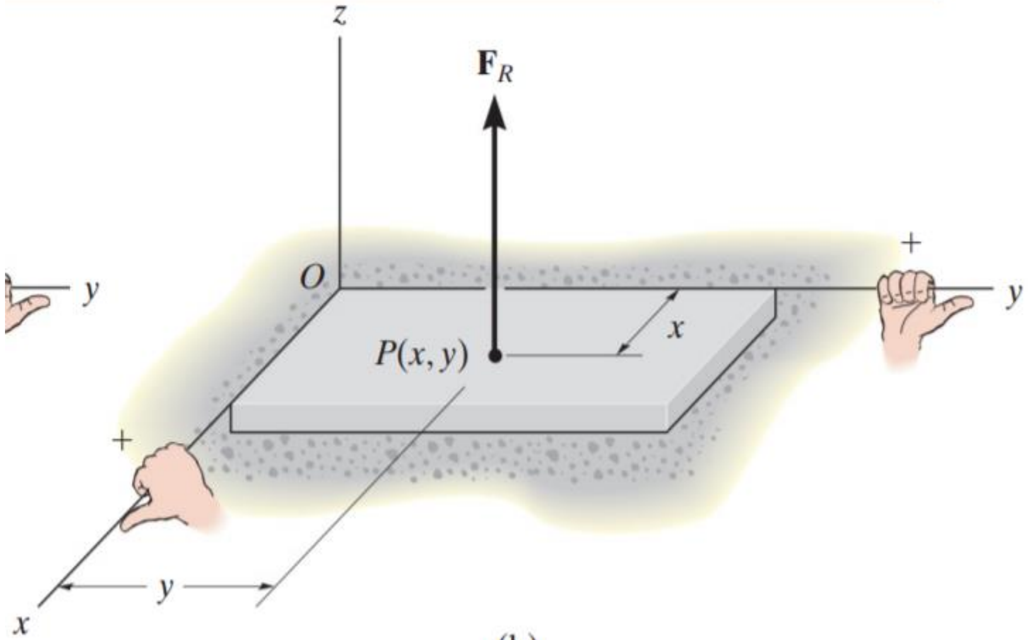
$$-1400y = -3500 \qquad y = 2.50\text{ m}$$

$$(M_R)_y = \Sigma M_y;$$

$$(1400\text{ N})x = 600\text{ N}(8\text{ m}) - 100\text{ N}(6\text{ m}) + 400\text{ N}(0) + 500\text{ N}(0)$$

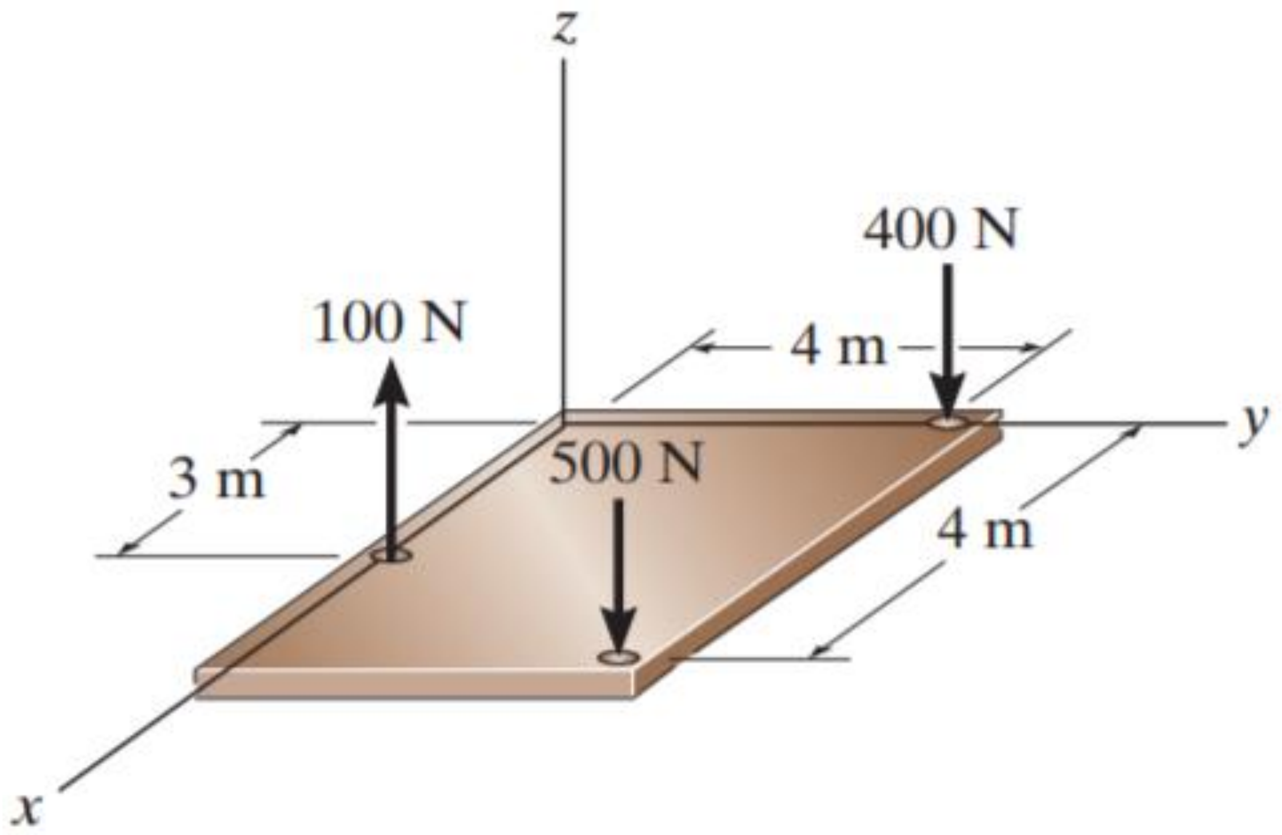
$$1400x = 4200$$

$$x = 3\text{ m}$$



(b)

❑**F4-35. Replace** the loading shown by an **equivalent** single resultant force and **specify** the x and y coordinates of its line of action ?



نجد القوة المحصلة وكل القوى بصيغة الكارتيزن لأنها موازية ل محور الزيد

$$+\downarrow F_R = \Sigma F_z; \quad F_R = 400 + 500 - 100$$
$$= 800\ \text{N}$$

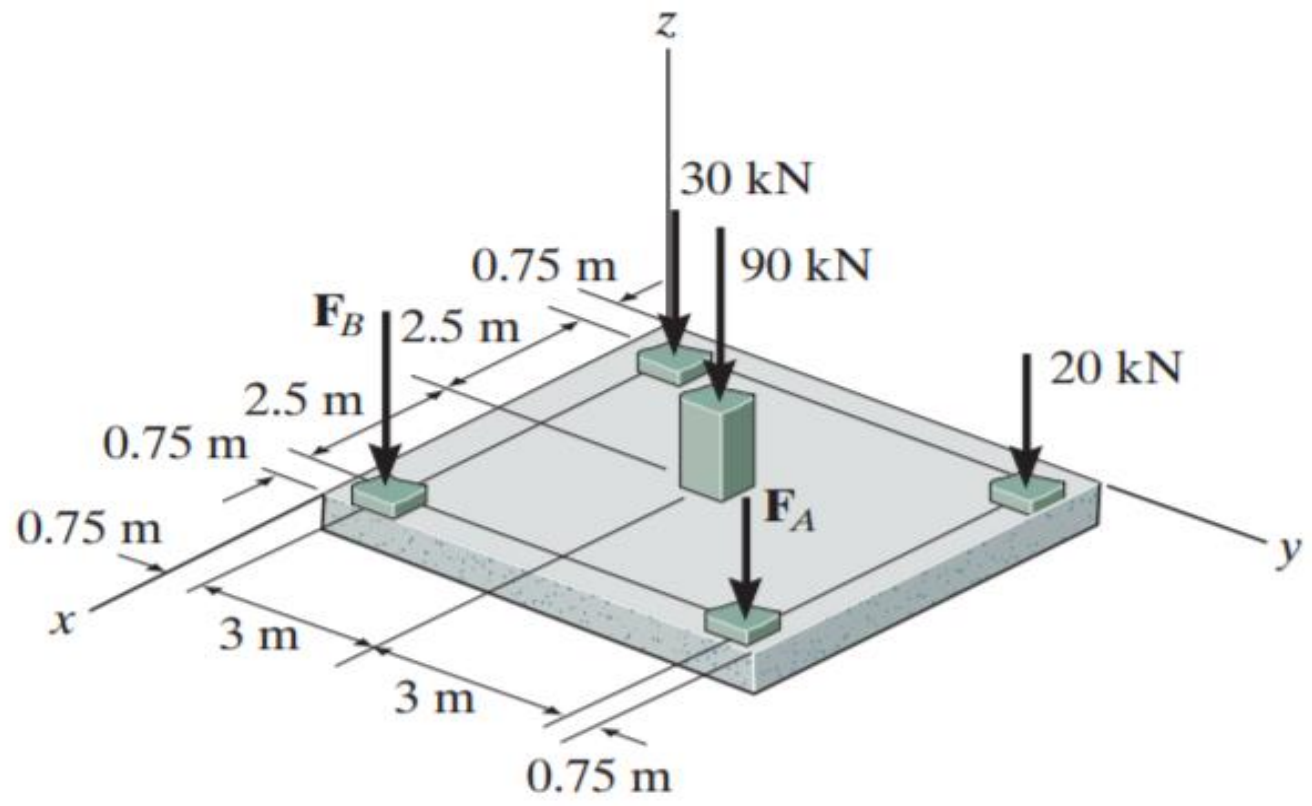
<u>**إذا أردنا العزم ل المحور السينى :**</u> وكانت القوة الموجود مركبة صادية مباشرة إضرب ب المسافة الموازية ل المحور الزيد وإذا كانت القوة موجودة في المركبة الزيد إضرب بالمسافة الموازية ل المحور الصادي

<u>**إذا أردنا العزم ل المحور الصادي :**</u> وكانت القوة الموجود مركبة سينية مباشرة إضرب ب المسافة الموازية ل المحور الزيد وإذا كانت القوة موجودة في المركبة الزيد إضرب بالمسافة الموازية ل المحور السيني

<u>**ولا تنسى**</u> أن أي قوة موازية ل المحور لا نحسبها أو أي قوة إمتداد خط عمل القوة يقطع المحور المطلوب كذلك لا نحسبها

$$M_{Rx} = \Sigma M_x; -800y = -400(4) - 500(4)$$
$$y = 4.50\ \text{m}$$
$$M_{Ry} = \Sigma M_y; \quad 800x = 500(4) - 100(3)$$
$$x = 2.125\ \text{m}$$

❑**Prop4-132.** If $F_A = 40$ kN and $F_B = 35$ kN, determine the **magnitude** of the resultant force and **specify** the location of its point of application (x, y) on the slab ?



نجد القوة المحصلة وكل القوى بصيغة الكارتيزن لأنها موازية ل محور الزيد

$$+\uparrow F_R = \Sigma F_z; \qquad -F_R = -30 - 20 - 90 - 35 - 40$$

$$F_R = 215 \text{ kN}$$

<u>إذا أردنا العزم ل المحور السينى :</u> وكانت القوة الموجود مركبة صادية مباشرة إضرب ب المسافة الموازية ل المحور الزيد وإذا كانت القوة موجودة في المركبة الزيد إضرب بالمسافة الموازية ل المحور الصادي

<u>إذا أردنا العزم ل المحور الصادي :</u> وكانت القوة الموجود مركبة سينية مباشرة إضرب ب المسافة الموازية ل المحور الزيد وإذا كانت القوة موجودة في المركبة الزيد إضرب بالمسافة الموازية ل المحور السيني

ولا تنسى أن أي قوة موازية ل المحور لا نحسبها أو أي قوة إمتداد خط عمل القوة يقطع المحور المطلوب كذلك لا نحسبها

$$(M_R)_x = \Sigma M_x; \qquad -215(y) = -35(0.75) - 30(0.75) - 90(3.75) - 20(6.75) - 40(6.75)$$

$$y = 3.68 \text{ m} \qquad \textbf{Ans.}$$

$$(M_R)_y = \Sigma M_y; \qquad 215(x) = 30(0.75) + 20(0.75) + 90(3.25) + 35(5.75) + 40(5.75)$$

$$x = 3.54 \text{ m} \qquad \textbf{Ans.}$$

- Sometimes, a body may be subjected to a loading that is **distributed** over its surface.

بعض الأحيان , يتعرض الجسم إلى حمل موزع عبر السطح .

- The pressure exerted at each point on the surface indicates the **intensity of the loading.**

الضغط الذي يكون على كل نقطة يمثل شدة الحمل .

- It is measured using $(\frac{N}{m^2})$ in SI units .

تقاس تلك الشدة بوحدة نيوتن لكل متر مربع

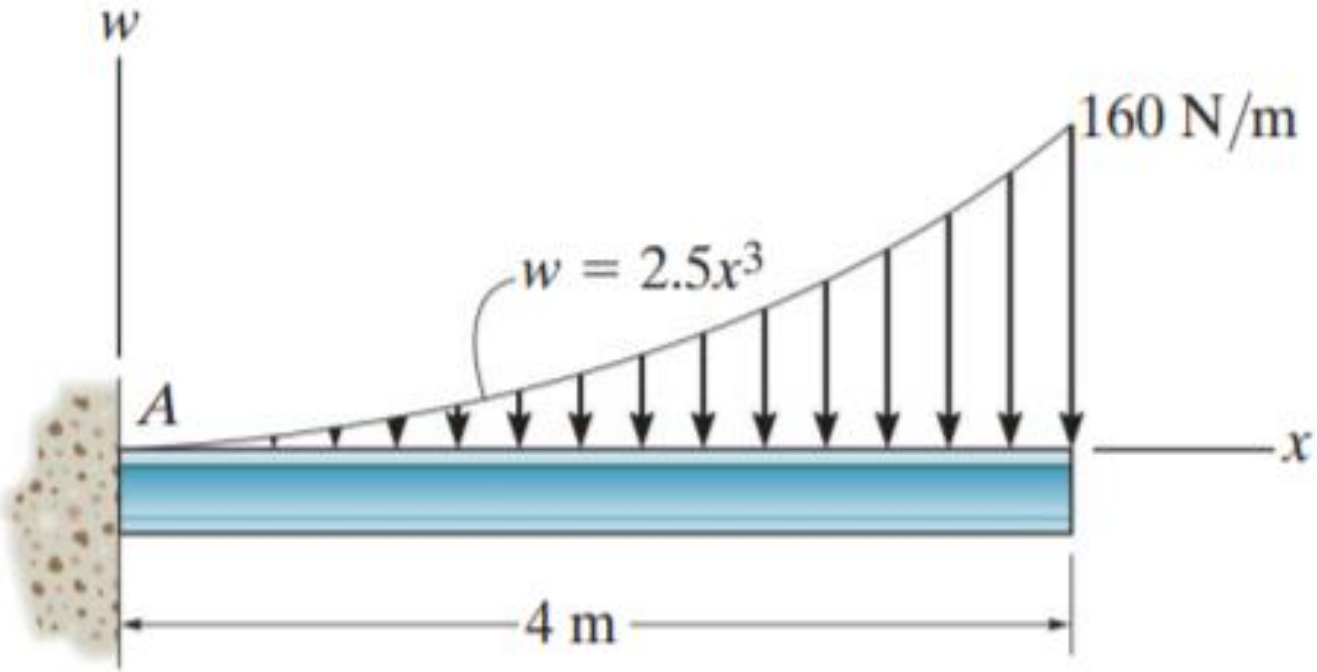
<u>Magnitude</u> of Resultant Force.

$$F_R = \int_L w(x)\,dx = \int_A dA = A$$

<u>Location</u> of Resultant Force.

$$\bar{x} = \frac{\displaystyle\int_L x w(x)\,dx}{\displaystyle\int_L w(x)\,dx} = \frac{\displaystyle\int_A x\,dA}{\displaystyle\int_A dA}$$

❑**F4-42.** Determine the resultant force and specify where it acts on the beam measured from A ?



بداية البيم

نهاية البيم

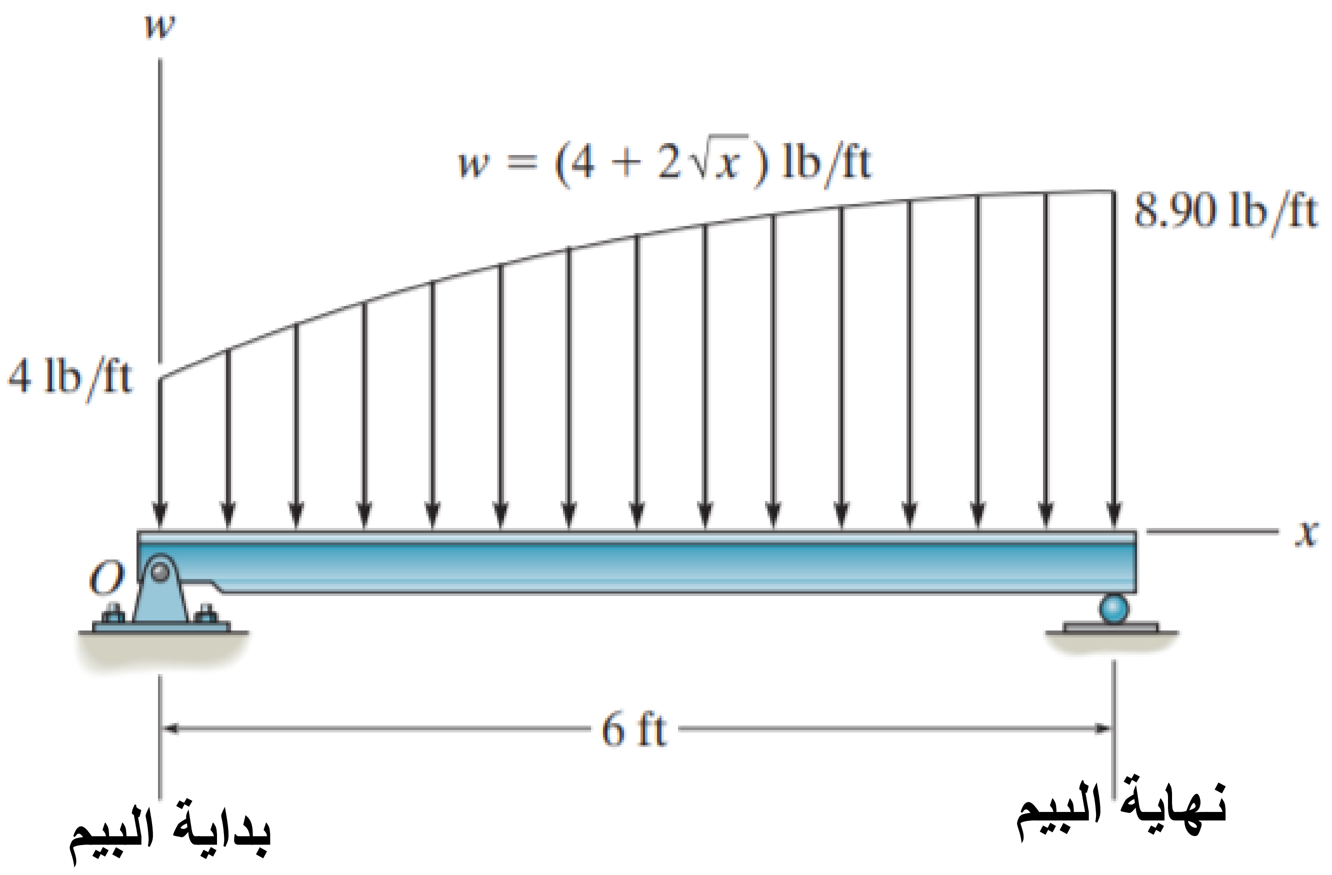
الخطوة الأولى : نشوف الإقتران وعلينا أن نكامله لكي نجد القوة المحصلة **وحدود التكامل** تكون من بداية البيم إلى نهاية البيم

$$F_R = \int_A dA = \int_0^4 2.5x^3 dx = 2.5\frac{x^4}{4}\Big|_0^4 = 160N$$

الخطوة الثانية : علينا معرفة أين مكان تأثير القوة وذلك عن طريق تطبيق القانون ولا يوجد حاجة للقلق فكل التكاملات تكون على الألة الحاسبة .

$$\overline{x} = \frac{\int_A x dA}{\int_A dA} = \frac{\int_0^4 x \cdot 2.5x^3 dx}{\int_0^4 2.5x^3 dx} = \frac{2.5\frac{x^5}{5}\Big|_0^4}{2.5\frac{x^4}{4}\Big|_0^4} = \frac{512}{160} = 3.2 \text{ m}$$

❑**Prop4-158 .** Determine the magnitude of the equivalent resultant force and its location, measured from point O ?



<u>الخطوة الأولى :</u> نشوف الإقتران وعلينا أن نكامله لكي نجد القوة المحصلة **وحدود التكامل** تكون من بداية البيم إلى نهاية البيم

$$F_R = \int dA = \int_0^6 (4 + 2\sqrt{x})\, dx$$

$$= \left[4x + \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_0^6$$

$$F_R = 43.6 \text{ lb}$$

<u>الخطوة الثانية :</u> علينا معرفة أين **مكان تأثير القوة** وذلك عن طريق تطبيق القانون ولا يوجد حاجة للقلق فكل التكاملات تكون على الألة الحاسبة .

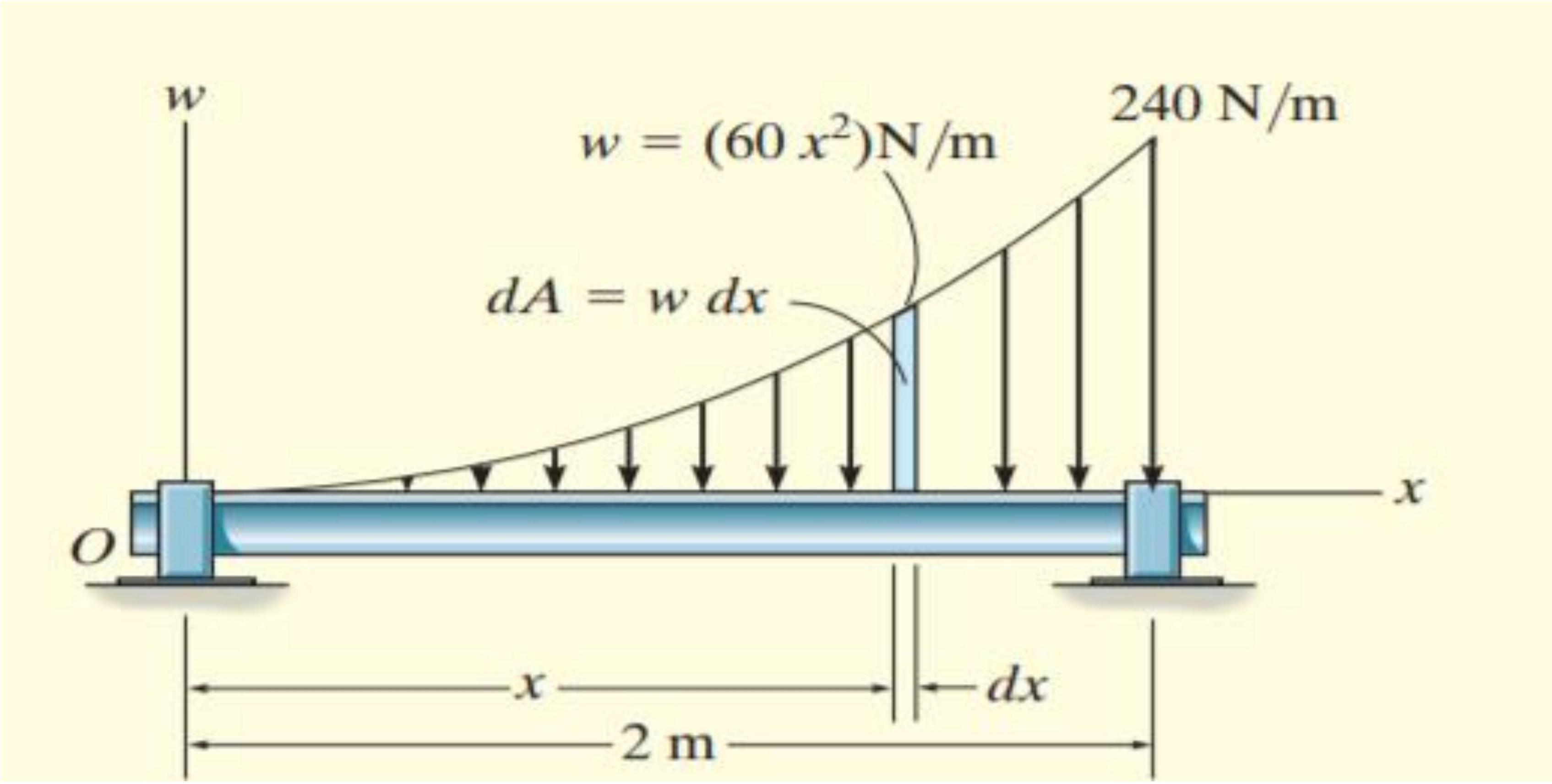
$$\int \bar{x}\, dF = \int_0^6 (4x + 2x^{\frac{3}{2}})\, dx$$

$$= \left[2x^2 + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}}\right]_0^6$$

$$= 142.5 \text{ lb} \cdot \text{ft}$$

$$\bar{x} = \frac{142.5}{43.6} = 3.27 \text{ ft}$$

❑**Example4-21 .** Determine the magnitude and location of the equivalent resultant force acting on the shaft ?



<u>الخطوة الأولى :</u> نشوف الإقتران وعلينا أن نكامله لكي نجد القوة المحصلة **وحدود التكامل** تكون من بداية البيم إلى نهاية البيم

$$+\downarrow F_R = \Sigma F;$$

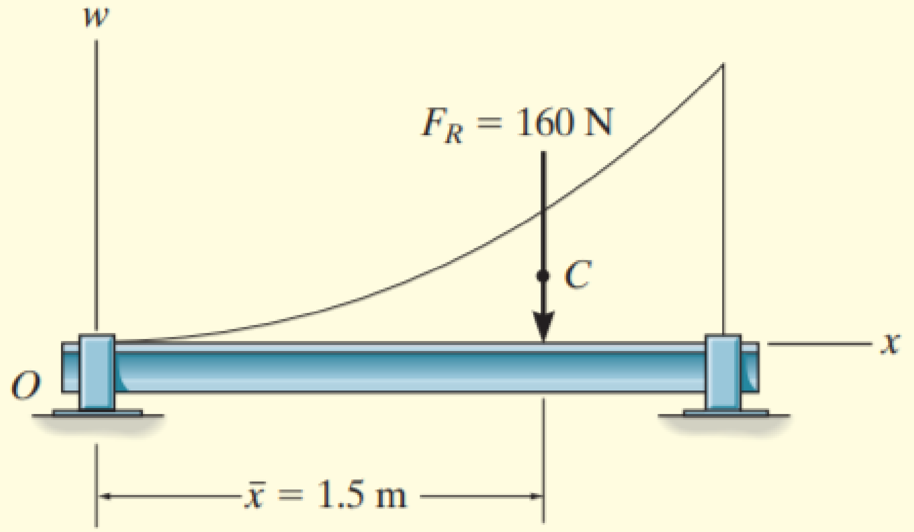
$$F_R = \int_A dA = \int_0^{2\text{ m}} 60x^2\,dx = 60\left(\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^{2\text{ m}} = 60\left(\frac{2^3}{3} - \frac{0^3}{3}\right)$$

$$= 160\text{ N}$$

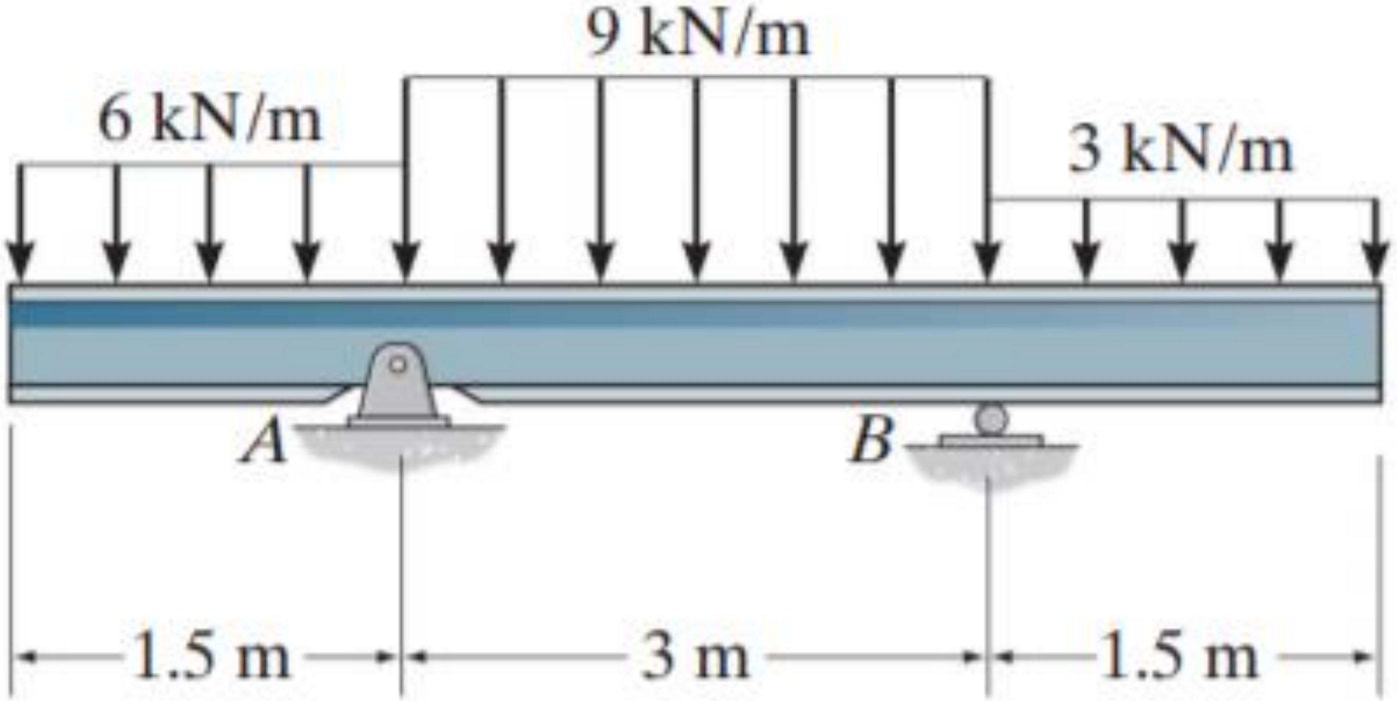
<u>الخطوة الثانية :</u> علينا معرفة أين **مكان تأثير القوة** وذلك عن طريق تطبيق القانون ولا يوجد حاجة للقلق فكل التكاملات تكون على الألة الحاسبة .

$$\bar{x} = \frac{\int_A x\,dA}{\int_A dA} = \frac{\int_0^{2\text{ m}} x(60x^2)\,dx}{160\text{ N}} = \frac{60\left(\frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^{2\text{ m}}}{160\text{ N}} = \frac{60\left(\frac{2^4}{4} - \frac{0^4}{4}\right)}{160\text{ N}}$$

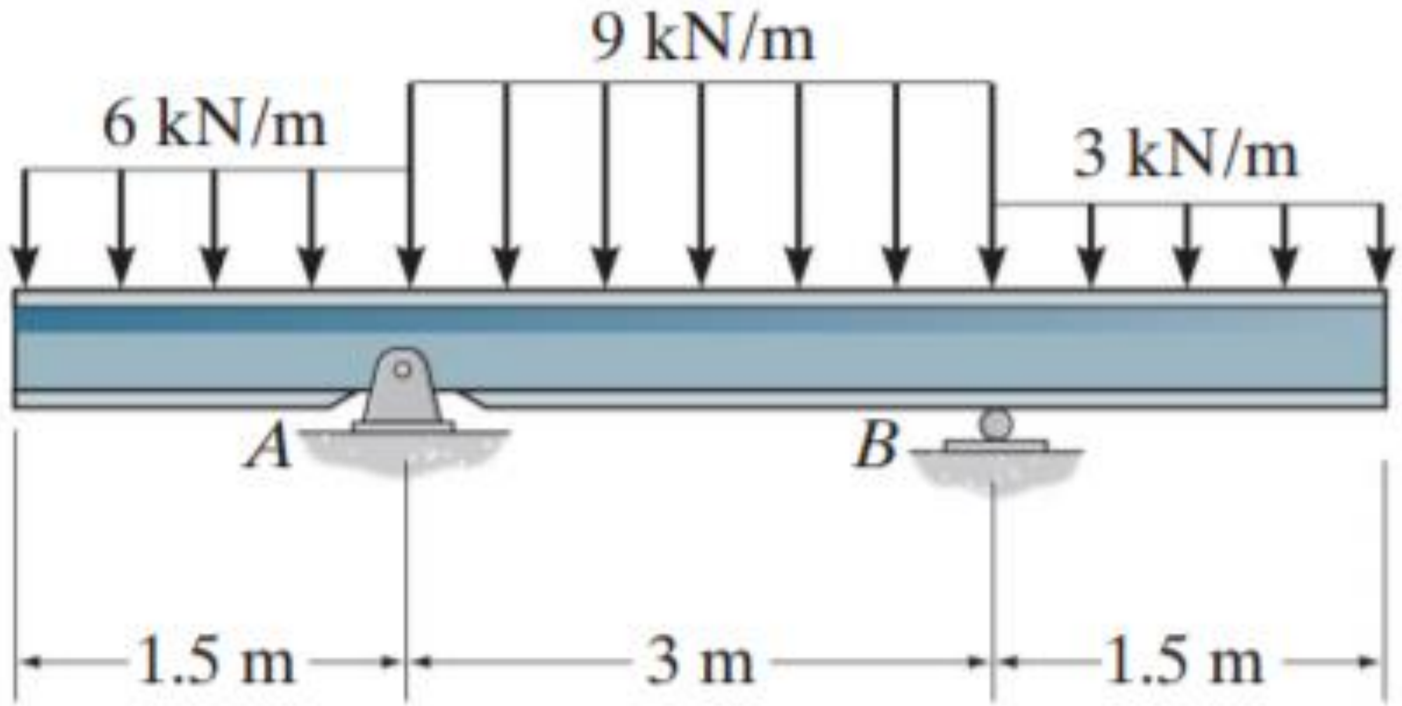
$$= 1.5\text{ m}$$

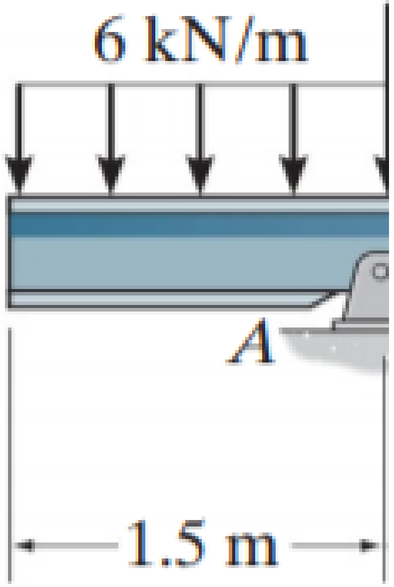


❑**F4-37.** Determine the resultant force and **specify** where it acts on the beam **measured from A ?**



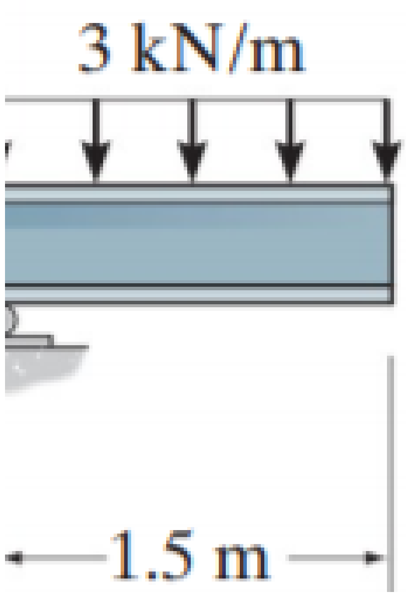
في **الأشكال المنتظمة ليس داعي للتكامل** , علينا أن تقوم **بعمليات حسابية بسيطة** وسأقوم بتوضيحها لاحقا





الطول * العرض لأنه مستطيل **F_1= 6*1.5= 9**

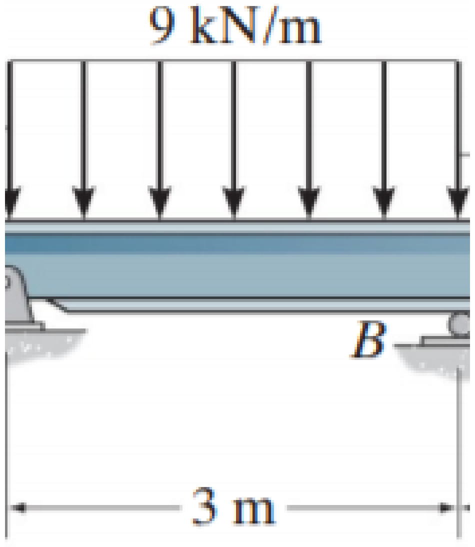
x_1 from A=$\frac{1.5}{2}$=0.75



الطول * العرض لأنه مستطيل

F_3= 3*1.5= 4.5

x_1 from A=$\frac{1.5}{2}$ +3 =3.75



الطول * العرض لأنه مستطيل

F_2= 9*3= 27

x_1 from A= $\frac{3}{2}$ = 1.5

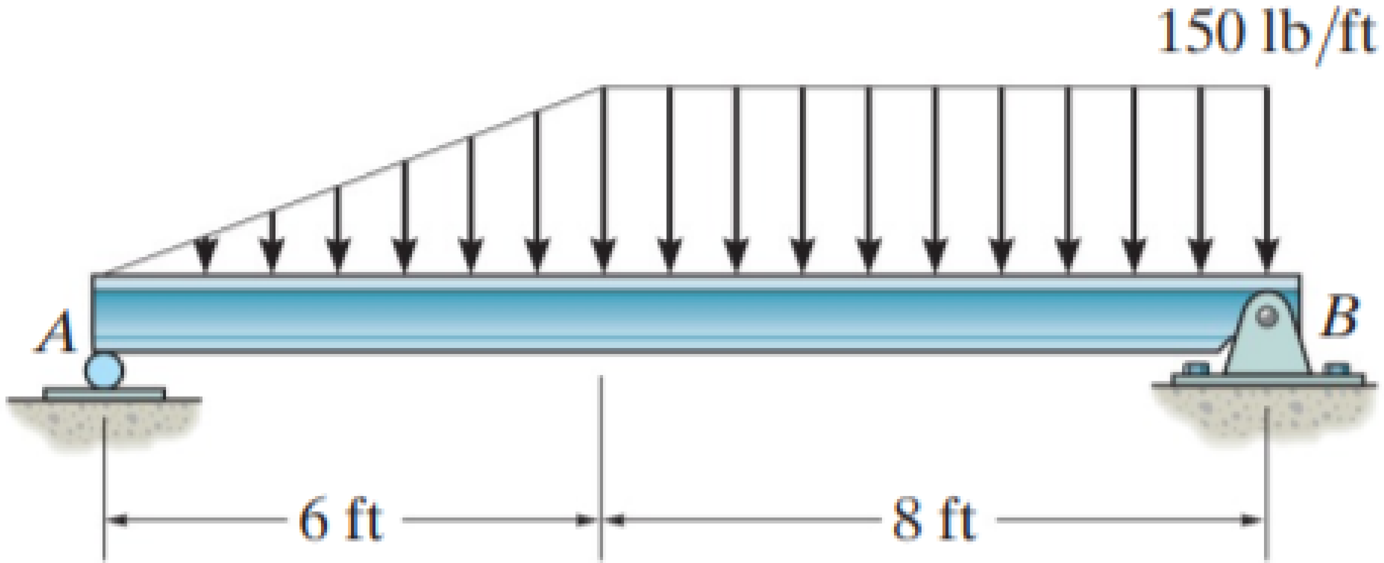
F_R=F_1+F_2+F_3 = 9+27+4.5=40.5

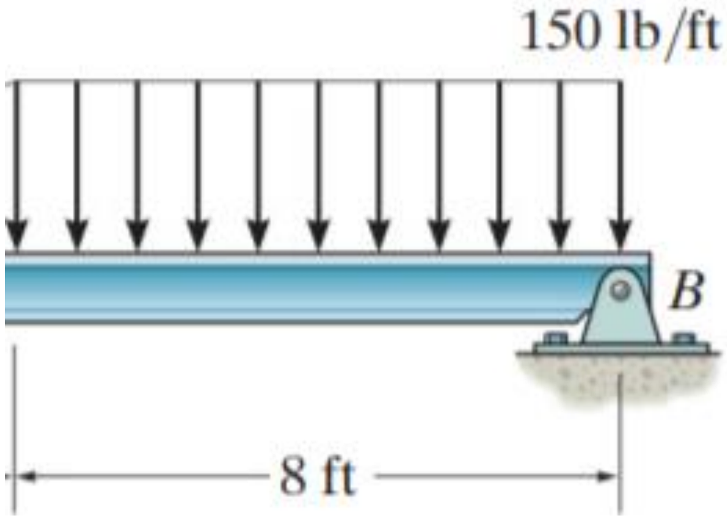
Next, find the moment about point A and equate that to the resultant force multiplied by a distance d.

-40.5d = 9*0.75-27*1.5-4.5(3+0.75)

d=1.25m

- **F4-38.** Determine the resultant force and specify where it acts on the beam measured **from A** ?





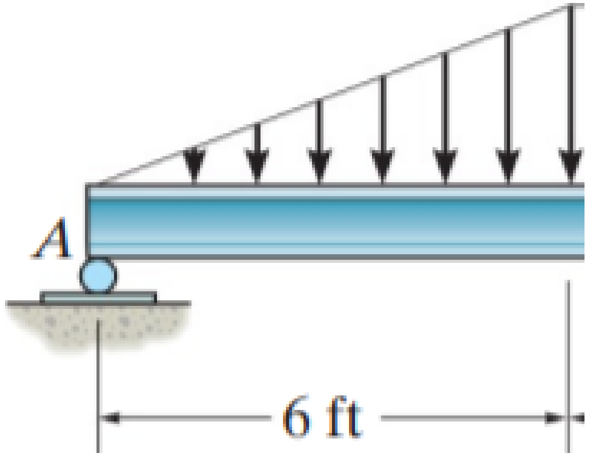
القوة = مساحة الشكل = الطول* العرض

$$F_2 = 8(150)$$

$$F_2 = 1200 \text{ lb}$$

الموقع : منتصف الشكل إضافة إلى المسافة الكاملة وصولا ل النقطة المطلوبة

$$\bar{x}_2 = 6 + 4 = 10 \text{ ft}$$



القوة = مساحة الشكل = طول القاعده * الإرتفاع * نص

$$F_1 = \frac{1}{2}(6)(150)$$

$$F_1 = 450 \text{ lb}$$

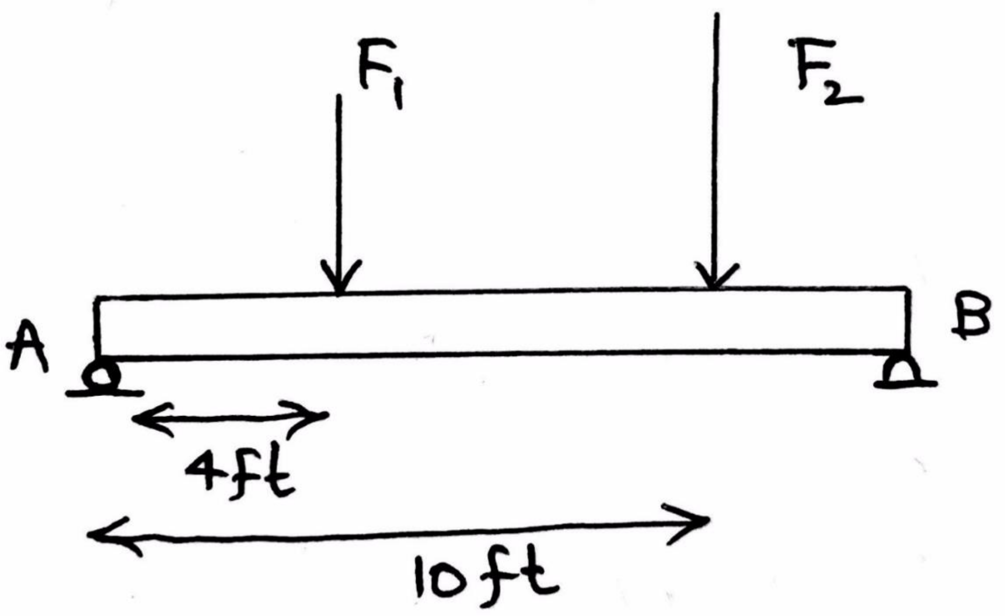
بالنسبة ل **الموقع الخاص بالمثلث** : إذا كنا بإتجاه الزاوية الصغيرة نضرب المسافة ب الثلثين وخلاف ذلك ب الثلث

$$\bar{x}_1 = \frac{2}{3}(6) = 4 \text{ ft}$$

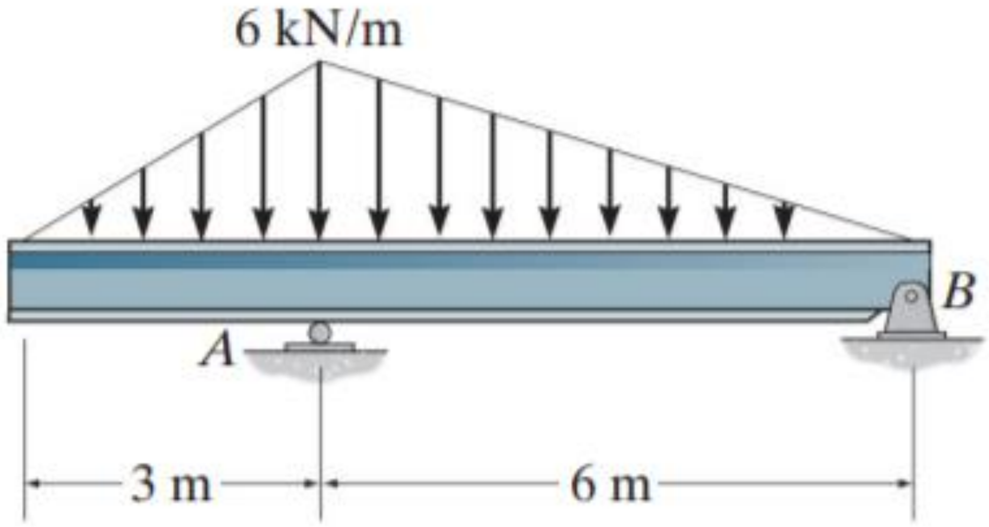
$$F_R = 1200 + 450 = 1650 \text{ lb}$$

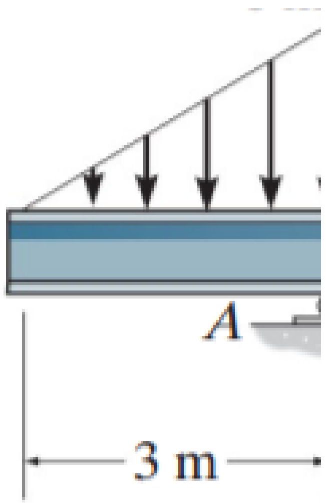
$$-1650d = -450*4 - 1200*10$$

$$d=8.36\ m$$



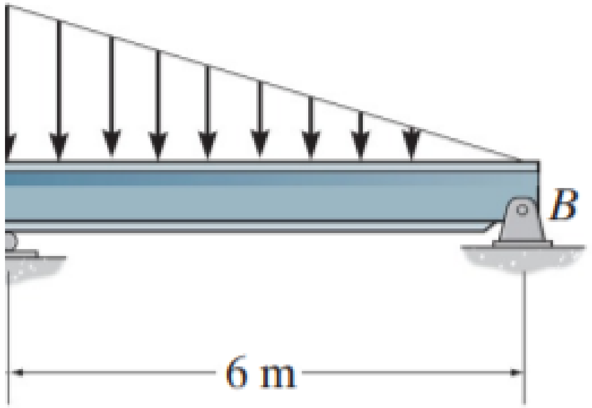
- **F4-39 .** Determine the resultant force and specify where it acts on the beam **measured from A** ?





$$F_1 = \frac{1}{2} 6 \cdot 3 = 9 \text{ kN}$$

$$X_1 = \frac{1}{3} * 3$$



$$F_2 = \frac{1}{2} 6 \cdot 6 = 18 \text{ kN}$$

$$X_2 = \frac{1}{3} * 6$$

$$F_R = F_1 + F_2 = 27 \text{ kN}$$

بالنسبة ل **الموقع الخاص بالمثلث** : إذا كنا بإتجاه الزاوية الصغيرة نضرب المسافة ب الثلثين وخلاف ذلك ب الثلث

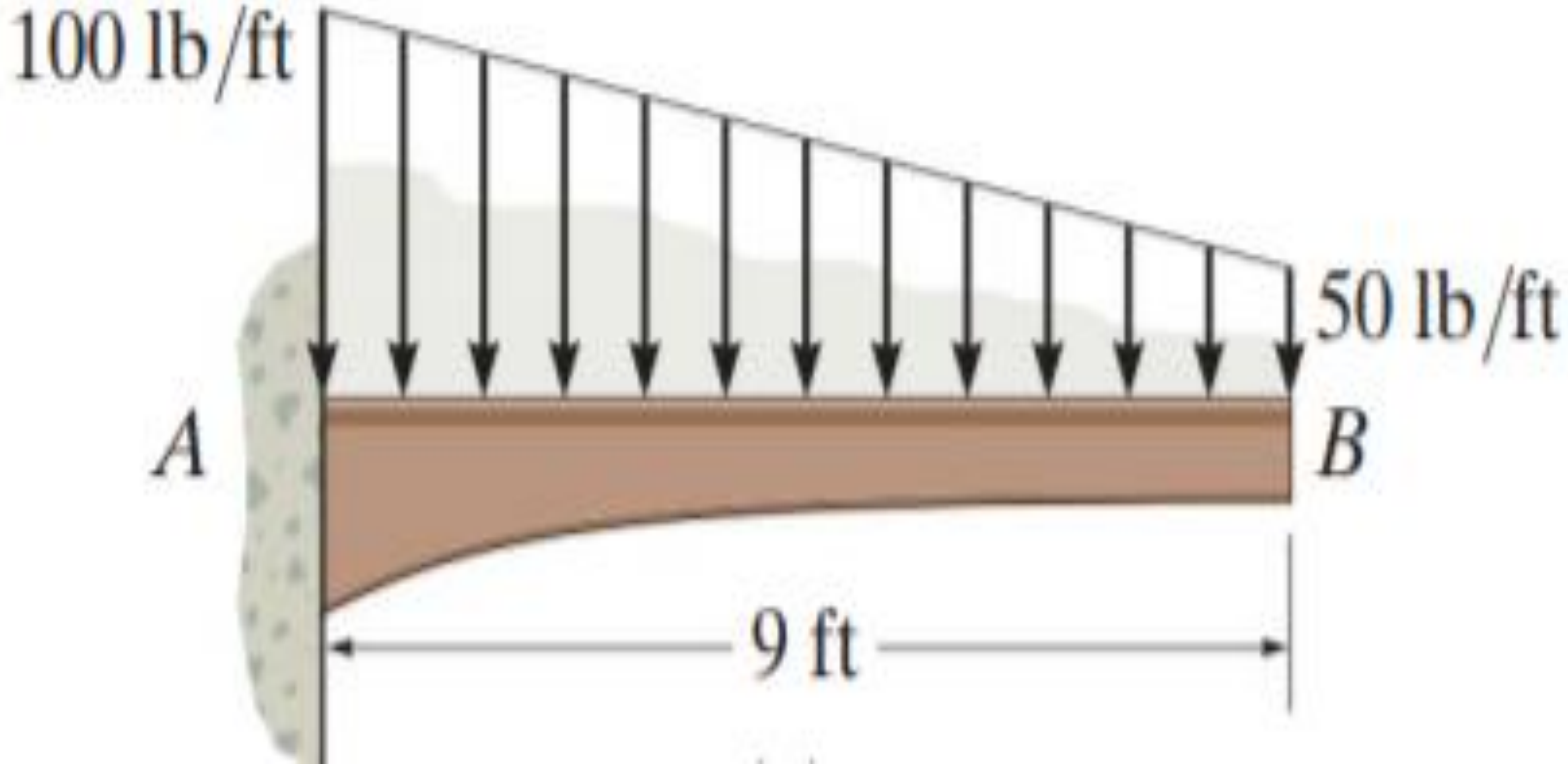
Moment about joint A is:

$$\overset{\curvearrowright}{M}_A = -F_1 \cdot 1 + F_2 \cdot 2$$

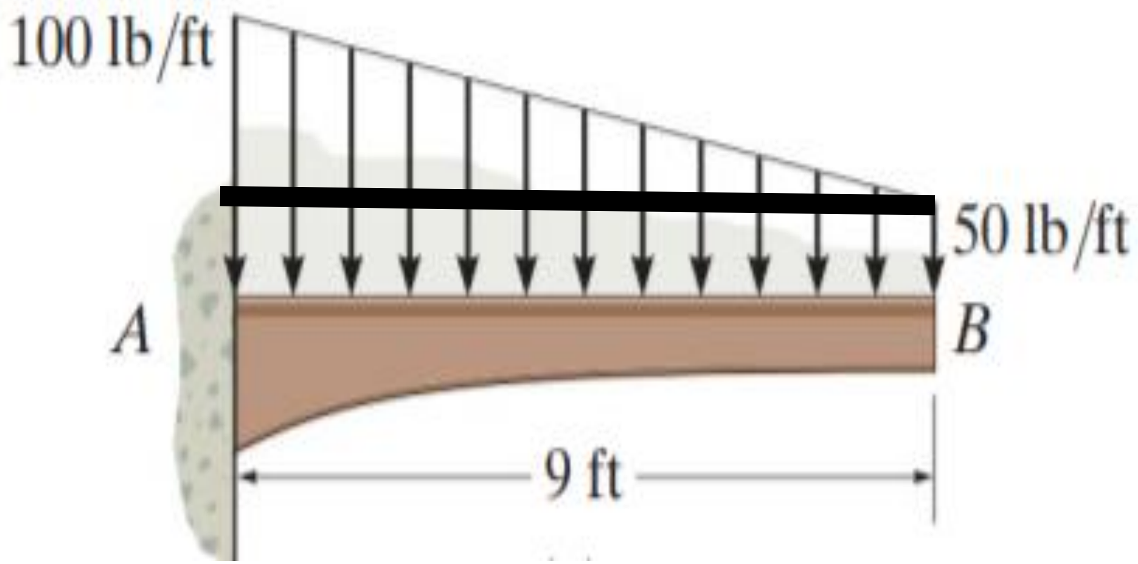
$$\overset{\curvearrowright}{M}_A = 27\mathrm{kN} \cdot \mathrm{m}$$

$$x = \frac{M_A}{F_R} = 1\mathrm{m}$$

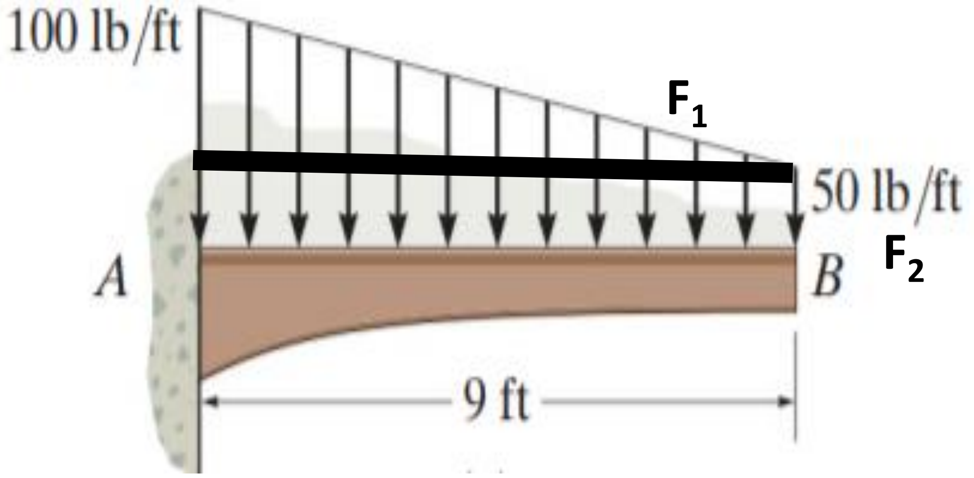
- **Example.** The granular material exerts the distributed loading on the beam as shown . Determine the magnitude and location of the equivalent resultant of this load ?

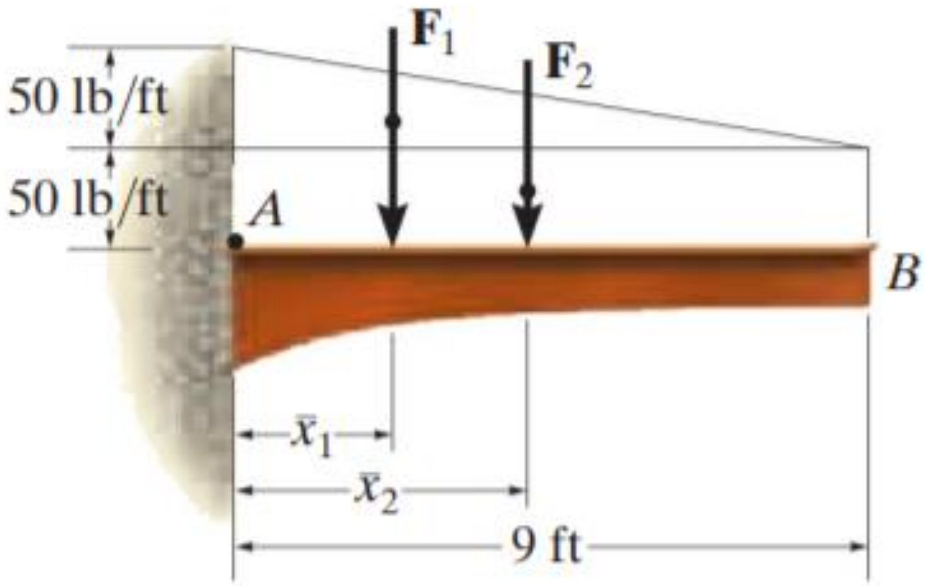


في الأشكال المنتظمة ليس داعي للتكامل , ما نلاحظه أنه ليس مثلثا إنما يتكون من جزئين فنقوم بتقسيم الشكل إلى شكلين قادرين على التعامل معهم .



تم تقسيمه إلى مثلث ومستطيل ونقوم بالعمليات الحسابية على كل جزء الأن





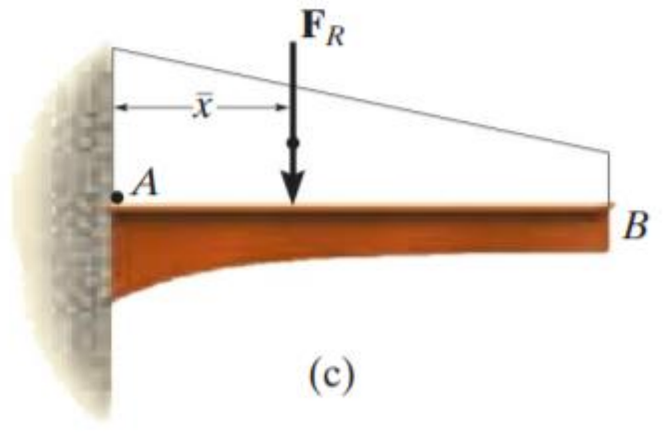
$$F_1 = \tfrac{1}{2}(9\text{ ft})(50\text{ lb/ft}) = 225\text{ lb}$$ خاص بالمثلث

$$F_2 = (9\text{ ft})(50\text{ lb/ft}) = 450\text{ lb}$$ خاص بالمستطيل

$$\bar{x}_1 = \tfrac{1}{3}(9\text{ ft}) = 3\text{ ft}$$

$$\bar{x}_2 = \tfrac{1}{2}(9\text{ ft}) = 4.5\text{ ft}$$

بالنسبة ل **الموقع الخاص بالمثلث** : إذا كنا بإتجاه الزاوية الصغيرة نضرب المسافة ب الثلثين وخلاف ذلك ب الثلث



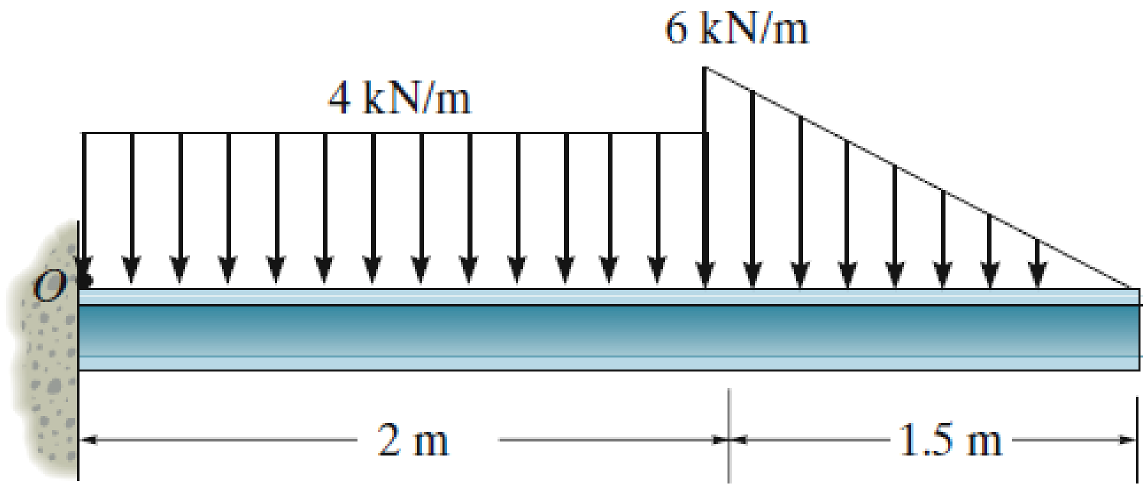
(c)

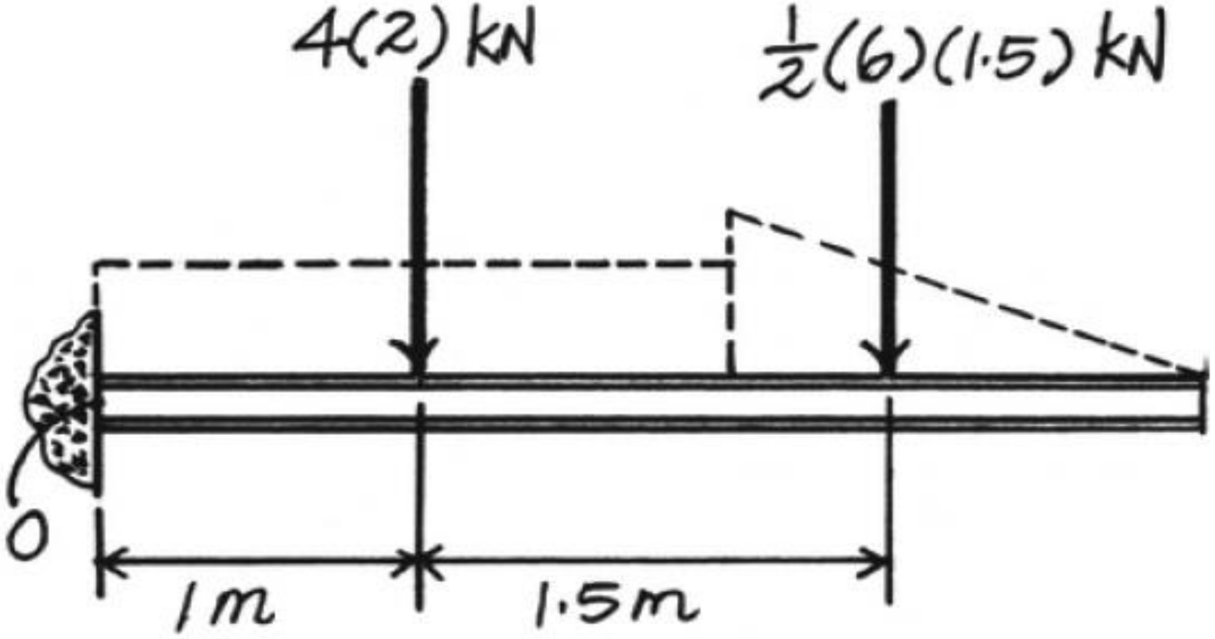
$$+\downarrow F_R = \Sigma F; \qquad F_R = 225 + 450 = 675 \text{ lb}$$

$$\circlearrowleft + (M_R)_A = \Sigma M_A; \quad \bar{x}(675) = 3(225) + 4.5(450)$$

$$\bar{x} = 4 \text{ ft}$$

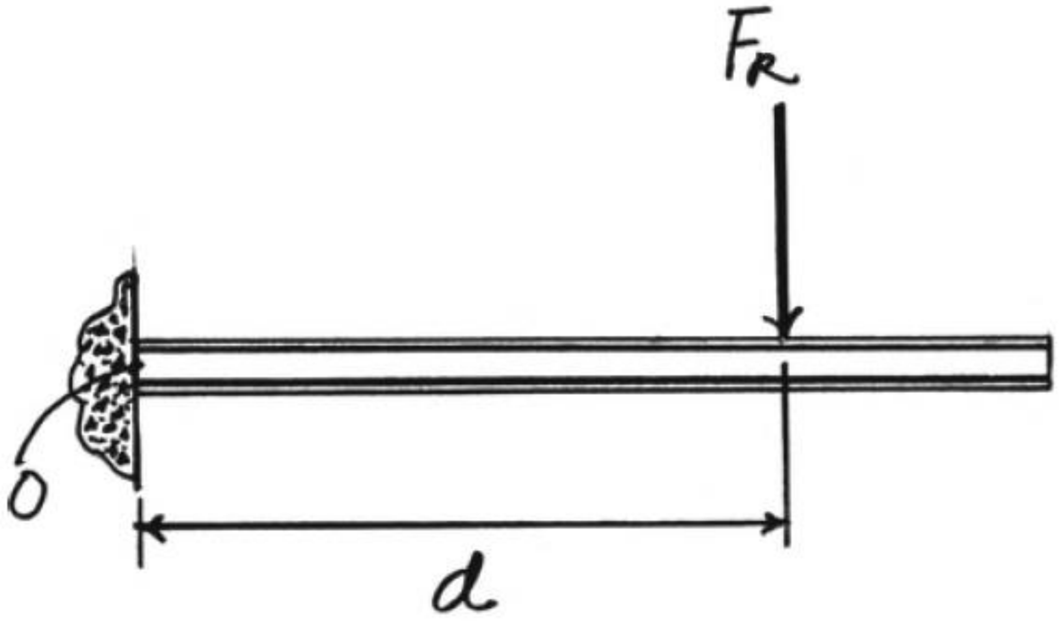
❑**Prop4-143.** Replace this loading by an equivalent resultant force and specify its location, measured from point O ?





$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \quad -F_R = -4(2) - \frac{1}{2}(6)(1.5)$$

$$F_R = 12.5\ \mathrm{kN}$$



$$\zeta + (M_R)_O = \Sigma M_O; \quad -12.5(d) = -4(2)(1) - \frac{1}{2}(6)(1.5)(2.5)$$

$$d = 1.54 \text{ m}$$

أسئلة سنوات

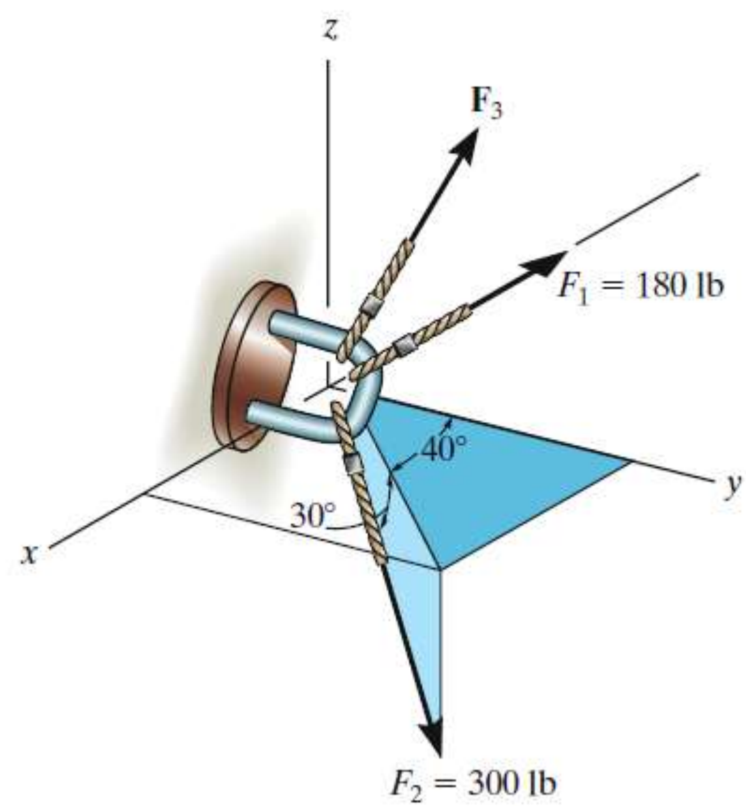
مادة الفيرست

تحتوي أهم أفكار السنوات و البروبلمز

2–67.

Determine the magnitude and coordinate direction angles of $\mathbf{F}_3$ so that the resultant of the three forces acts along the positive y axis and has a magnitude of 600 lb.

SOLUTION



$F_{Rx} = \Sigma F_x$; $\quad 0 = -180 + 300 \cos 30^\circ \sin 40^\circ + F_3 \cos \alpha$

$F_{Ry} = \Sigma F_y$; $\quad 600 = 300 \cos 30^\circ \cos 40^\circ + F_3 \cos \beta$

$F_{Rz} = \Sigma F_z$; $\quad 0 = -300 \sin 30^\circ + F_3 \cos \gamma$

$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

Solving:

$$F_3 = 428 \text{ lb}$$

$$\alpha = 88.3^\circ$$

$$\beta = 20.6^\circ$$

$$\gamma = 69.5^\circ$$

[Q]: Determine the angle between F1 and F2

Sol:-

$$\vec{U}_{F_1} = \frac{4}{5}\hat{i} + 0\hat{j} + \frac{3}{5}\hat{k}$$

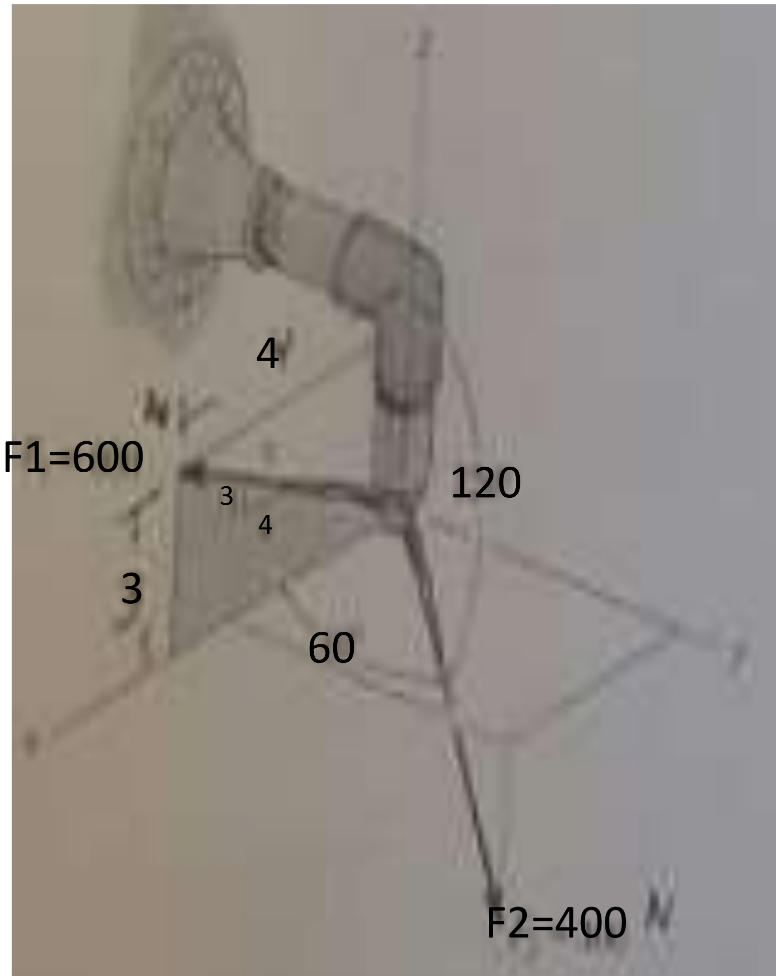
$$\cos^2 60 + \cos^2 120 + \cos^2\beta = 1$$

$$\boxed{\beta = 45^\circ}$$

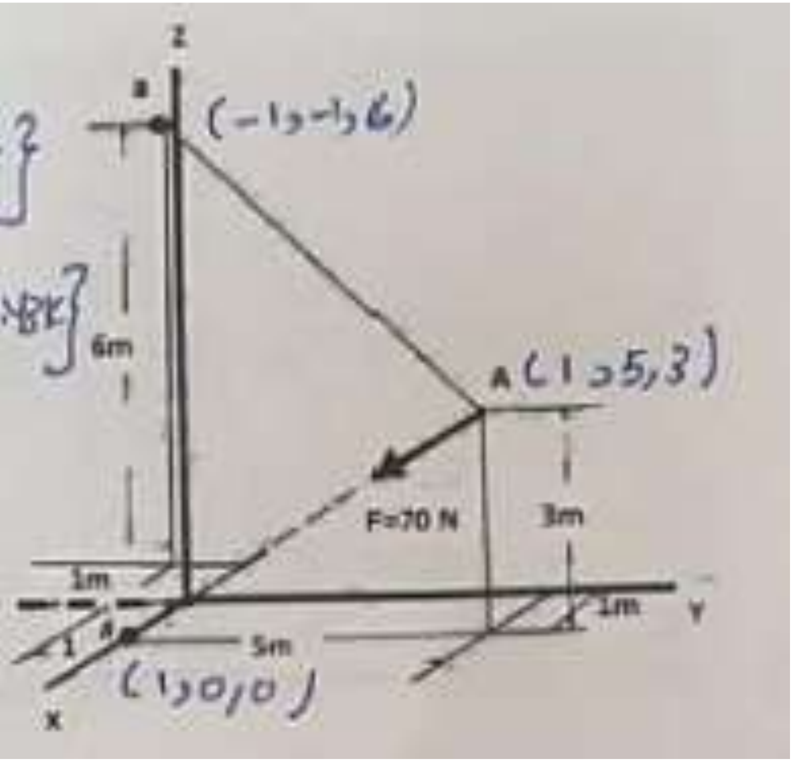
$$\vec{U}_{F_2} = \cos 60\,\hat{i} + \cos 45\,\hat{j} + \cos 120\,\hat{k}$$

$$\cos\theta = \vec{U}_{F_1} \cdot \vec{U}_{F_2} = \frac{(0.4)(0+0.3)}{(1)(1)}$$

$$\theta = 84.26^\circ$$



[Q]: Determine the component of the force F along as cartesian vector



$$\vec{F} = 70\left\{\frac{0i - 5\hat{j} - 3\hat{k}}{\sqrt{5^2 + 3^2}}\right\} = \{0\hat{i} - 60.03\hat{j} - 36.02\hat{k}\}$$

$$\vec{u}_{Aa} = \frac{2\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}}{\sqrt{2^2 + 6^2 + 3^2}} = \{-0.29\hat{i} - 0.86\hat{j} + 0.43\hat{k}\}$$

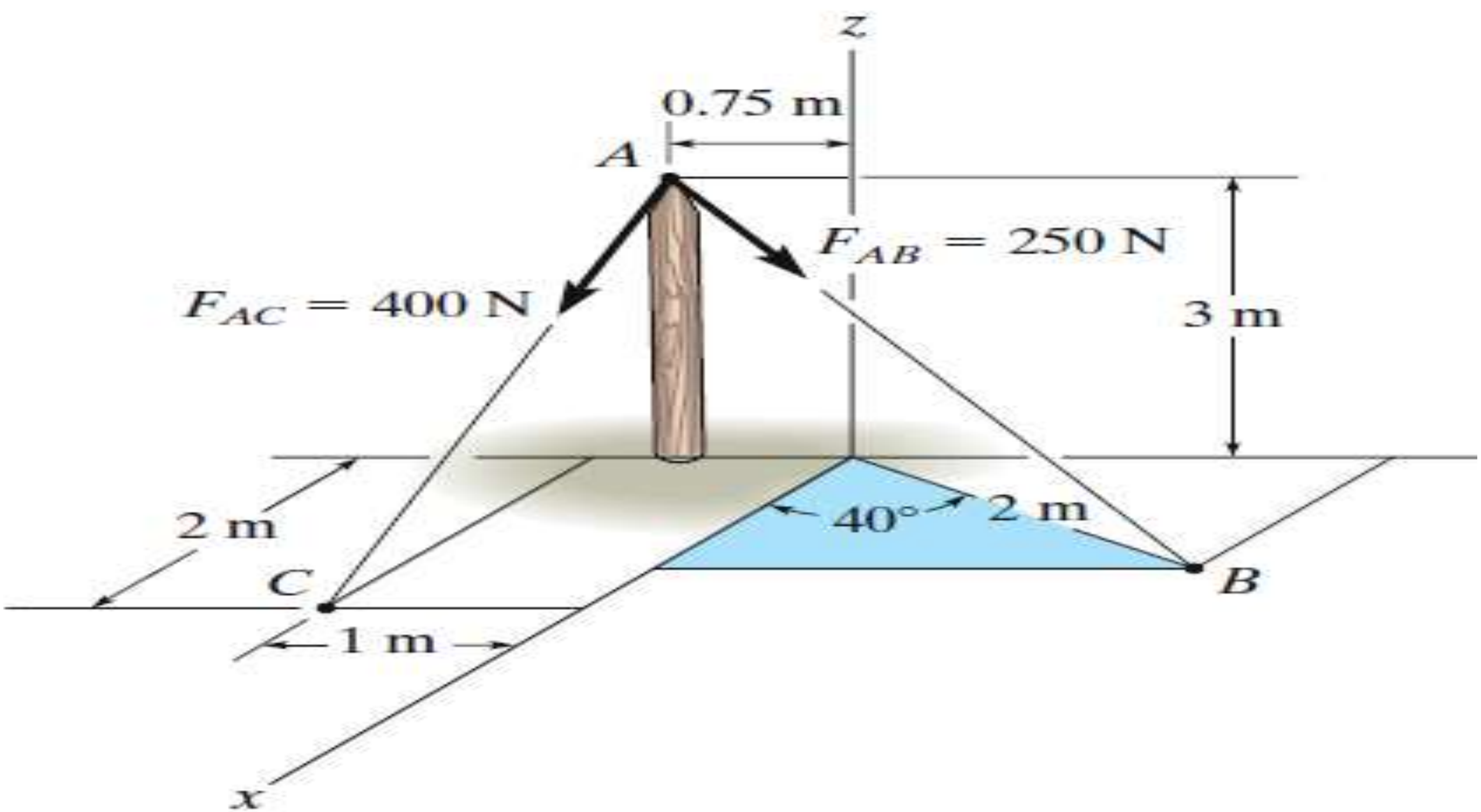
$$|F_{Aa}| = \vec{F} \cdot \vec{u}_{Aa} = 36.14\ N$$

$$\vec{F}_{\parallel Aa} = 36.14\{-0.29\hat{i} - 0.86\hat{j} + 0.43\hat{k}\}$$

$$= \{-10.48\hat{i} - 31.10\hat{j} + 15.52\hat{k}\}\ N$$

Prob2.93

Express each of the forces in Cartesian vector form and determine the magnitude and coordinate direction angles of the resultant force.



Sol :-

$A(0, -0.75, 3)$ $\quad B(2\cos 40, 2\sin 40, 0)$ $\quad C(2, -1, 0)$

$$\vec{u}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{|r_{AB}|} = \frac{(2\cos 40 - 0)\hat{i} + (2\sin 40 - 0.75)\hat{j} - 3\hat{k}}{\sqrt{(2\cos 40)^2 + (2\sin 40)^2 + (-3)^2}}$$

$$\boxed{\vec{u}_{AB} = 0.3893\hat{i} + 0.51725\hat{j} - 0.7622\hat{k}}$$

$$\vec{u}_{AC} = \frac{\vec{r}_{AC}}{|r_{AC}|} = \frac{2\hat{i} - 0.75\hat{j} - 3\hat{k}}{\sqrt{4 + 9 + (0.75)^2}} = 0.5534\hat{i} - 0.0692\hat{j} - 0.8301\hat{k}$$

Force vectors :-

$$\vec{F}_{AB} = F_{AB}\,\vec{u}_{AB} = 250(0.3893\hat{i} + 0.517\hat{j} - 0.7622\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{F}_{AB} = 97.3\hat{i} + 129\hat{j} - 191\hat{k}}$$

$$\vec{F}_{AC} = F_{AC}\,\vec{u}_{AC} = 400(0.553\hat{i} - 0.069\hat{j} - 0.83\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{F}_{AC} = 22\hat{i} - 27.7\hat{j} - 332\hat{k}\ N}$$

Resultant force :-

$$F_R = F_{AB} + F_{AC} = 318.67\hat{i} + 101.63\hat{j} - 522.98\hat{k}$$

$$|F_R| = \sqrt{(318)^2 + (101)^2 + (522)^2} = 620.48N = \boxed{620\ N}$$

direction :-

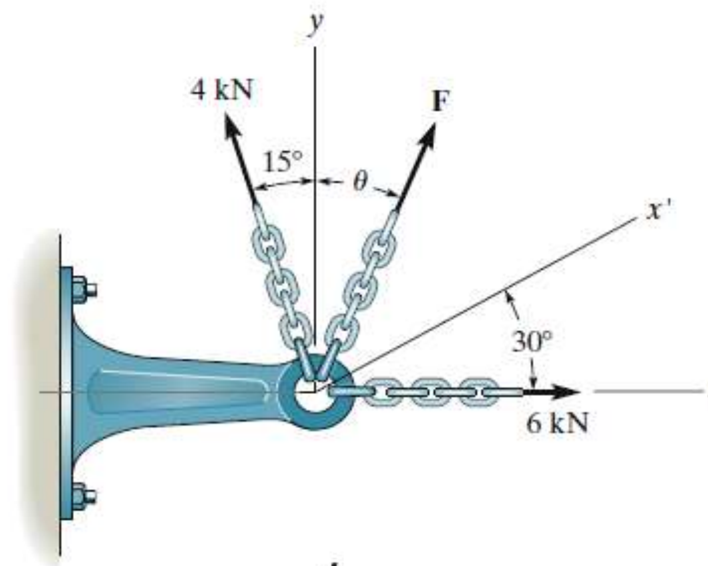
$$\alpha = \cos^{-1}\frac{318.67}{620.46} = 59.1 \qquad \beta = \cos^{-1}\frac{101.63}{620.46} = 80.6$$

السالب بيجوش

$$\gamma = \cos^{-1}\frac{-522.58}{620.46} = 147$$

2–58.

Three forces act on the bracket. Determine the magnitude and direction θ of **F** so that the resultant force is directed along the positive x' axis and has a magnitude of 8 kN.



SOLUTION

Scalar Notation. Equating the force components along the x and y axes algebraically by referring to Fig. a,

$$\xrightarrow{+} (F_R)_x = \Sigma F_x; \qquad 8 \cos 30^\circ = F \sin\theta + 6 - 4 \sin 15^\circ$$

$$F \sin\theta = 1.9635 \qquad (1)$$

$$+\uparrow (F_R)_y = \Sigma F_y; \qquad 8 \sin 30^\circ = F \cos\theta + 4 \cos 15^\circ$$

$$F \cos\theta = 0.1363 \qquad (2)$$

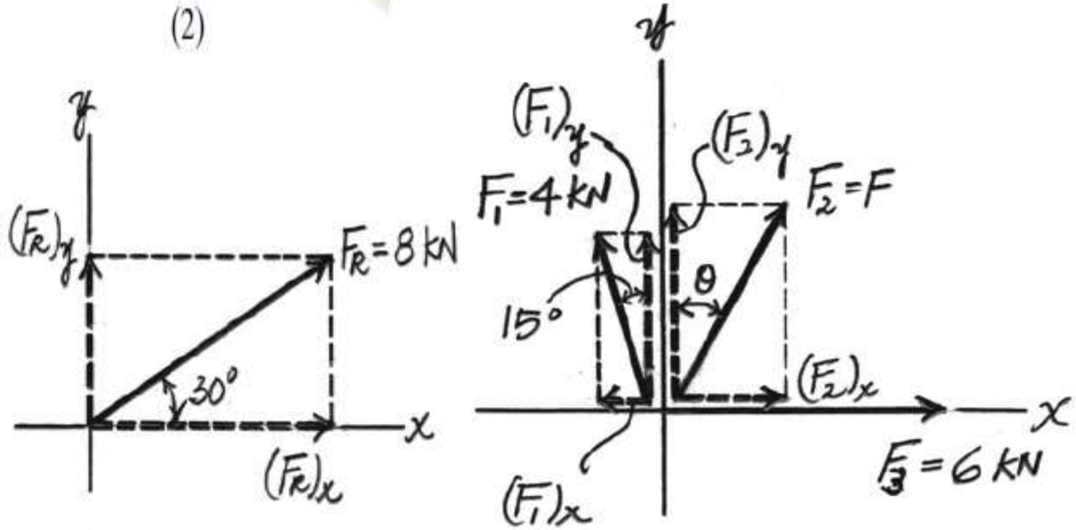
Divide Eq (1) by (2)

$$\tan\theta = 14.406 \qquad \theta = 86.03^\circ = 86.0^\circ$$

Substitute this result into Eq (1)

$$F \sin 86.03^\circ = 1.9635$$

$$F = 1.968 \text{ kN} = 1.97 \text{ kN}$$



2–79.

Determine the coordinate direction angles of the force $\mathbf{F}_1$ and indicate them on the figure.

SOLUTION

Unit Vector For Force $\mathbf{F}_1$:

$$\mathbf{u}_{F_1} = -\cos 50^\circ \cos 30^\circ\, \mathbf{i} + \cos 50^\circ \sin 30^\circ\, \mathbf{j} - \sin 50^\circ\, \mathbf{k}$$

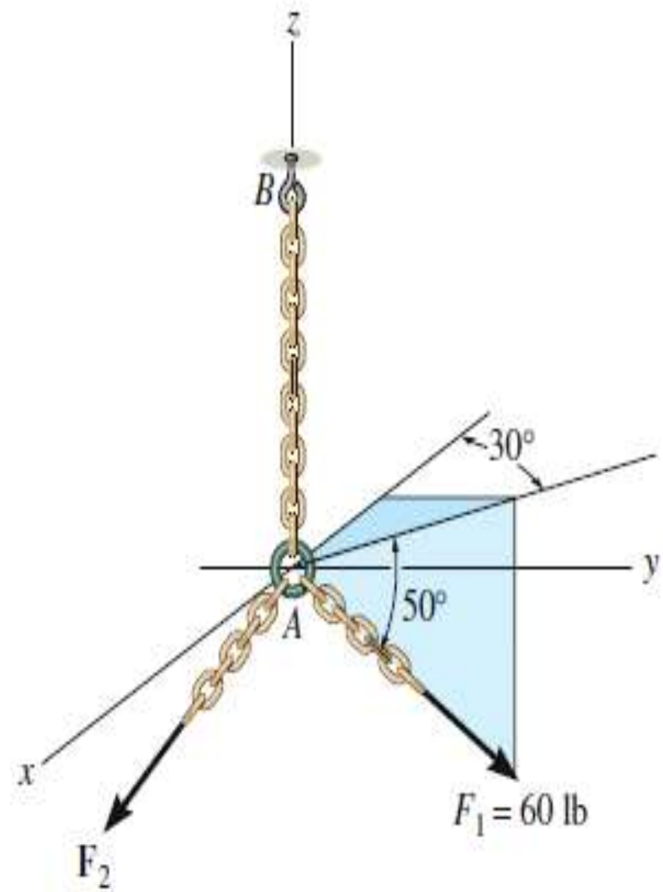
$$= -0.5567\,\mathbf{i} + 0.3214\,\mathbf{j} - 0.7660\,\mathbf{k}$$

Coordinate Direction Angles: From the unit vector obtained above, we have

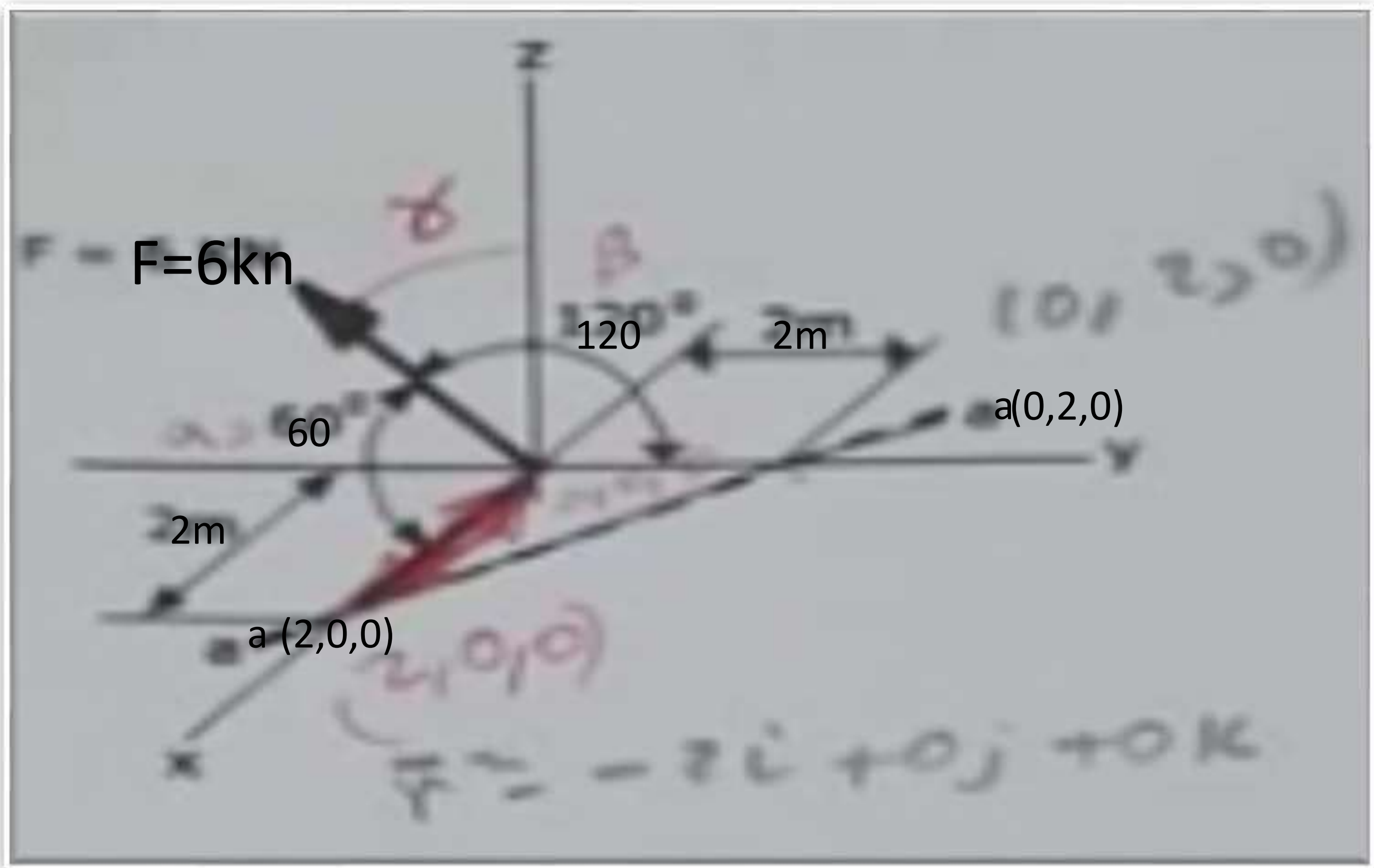
$$\cos\alpha = -0.5567 \qquad \alpha = 124^\circ$$

$$\cos\beta = 0.3214 \qquad \beta = 71.3^\circ$$

$$\cos\gamma = -0.7660 \qquad \gamma = 140^\circ$$



[Q]: Determine the **magnitude of the projection** of the moment caused by the force about the a-a axis .



Sol:

يجب التدرب على فكرة ال proj وحفظ القانون
لتعمد تكراره في كل امتحان بسبب كثرة نسيان القانون.

a (0, 2, 0)
a (2, 0, 0)

$$\vec{r}_{oa} = -2\hat{i}\cancel{+2\hat{j}}+0\hat{k} = -2\hat{i}$$

$$\cos^2 60 + \cos^2 120 + \cos^2 \gamma = 1 \Rightarrow \cos^2\gamma = 0.5 \Rightarrow \boxed{\gamma = 45^\circ}$$

$$\bar{F} = 6\cos 60\hat{i} + 6\cos 120\hat{j} + 6\cos 40\hat{k}$$

$$\bar{F} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + 4.24\hat{k}$$

$$\bar{u}_{a-a} = \frac{-2\hat{i}+2\hat{j}+0\hat{k}}{\sqrt{4+4}} = -0.707\hat{i} + 0.707\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\bar{M}_{a-a} = (\bar{r}\times\bar{F})\cdot u_{a-a} = \begin{array}{ccc} + & - & + \end{array}\begin{vmatrix} -0.707 & 0.707 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 4.24 \end{vmatrix} = \underline{6\,KN}$$

[Prob.2-88]

Express force **F** as a cartesian vector then determine its coordinate direction angles

SOLUTION

$$\mathbf{r}_{AB} = (5 + 10\cos 70^\circ \sin 30^\circ)\mathbf{i}$$
$$+ (-7 - 10\cos 70^\circ \cos 30^\circ)\mathbf{j} - 10\sin 70^\circ\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_{AB} = \{6.710\mathbf{i} - 9.962\mathbf{j} - 9.397\mathbf{k}\}\text{ ft}$$

$$r_{AB} = \sqrt{(6.710)^2 + (-9.962)^2 + (-9.397)^2} = 15.25$$

$$\mathbf{u}_{AB} = \frac{\mathbf{r}_{AB}}{r_{AB}} = (0.4400\mathbf{i} - 0.6532\mathbf{j} - 0.6162\mathbf{k})$$

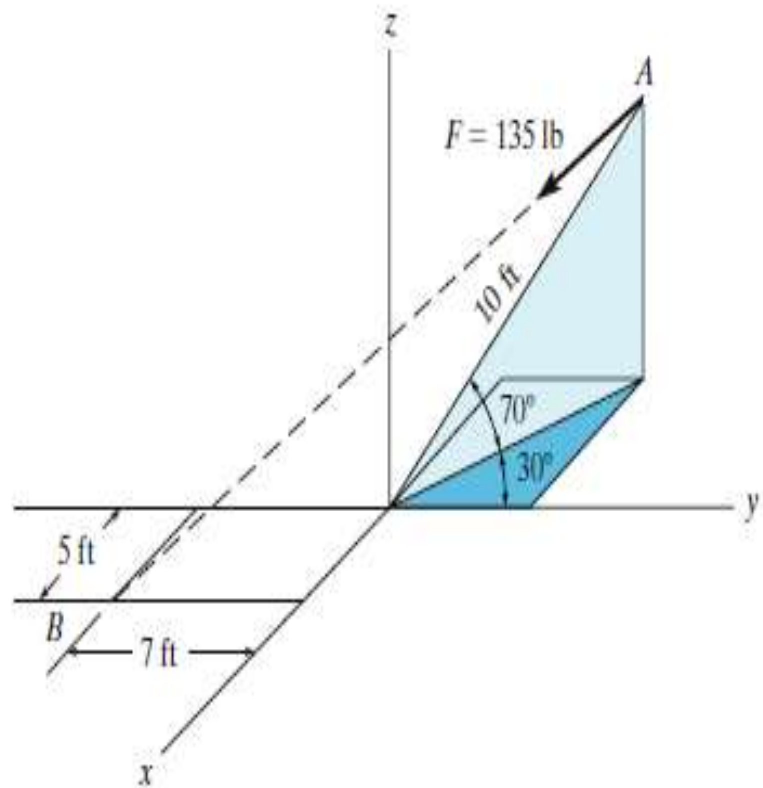
$$\mathbf{F} = 135\mathbf{u}_{AB} = (59.40\mathbf{i} - 88.18\mathbf{j} - 83.18\mathbf{k})$$

$$= \{59.4\mathbf{i} - 88.2\mathbf{j} - 83.2\mathbf{k}\}\text{ lb}$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{59.40}{135}\right) = 63.9^\circ$$

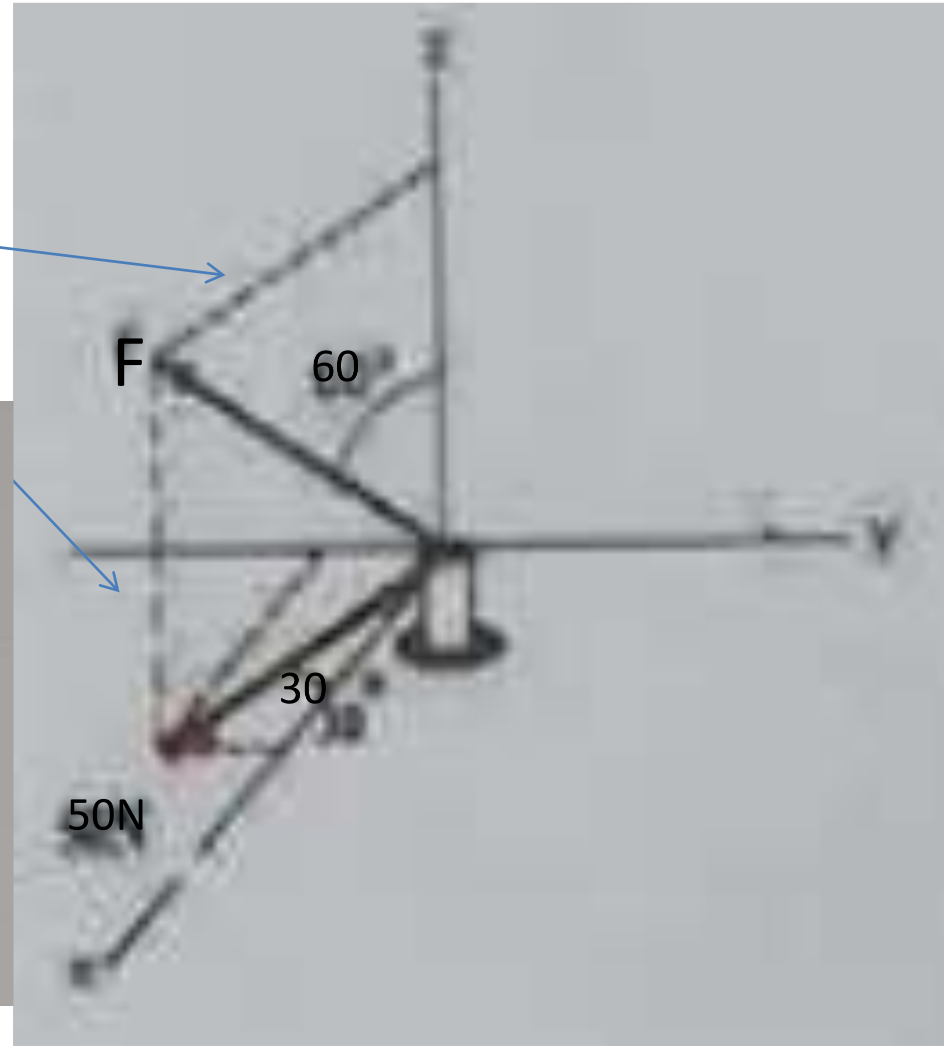
$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{-88.18}{135}\right) = 131^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{-83.18}{135}\right) = 128^\circ$$



[Q]:Force F has one of its components lying in the x-y plane and magnitude of 50N . Express F as a cartesian vector

ملاحظة : قبل البدء بحل السؤال ننظر الى
رأس كل قوة على اي محور تحلل فمثلا
امتداد F على محور z و القوة
50n
اما القوة 50 n تحلل الى المحورين x-y
فقط (انتبه الى اي محور تحلل)



Sol:-

$F\sin 60 = 50 \Rightarrow F = 57.74N$

$\bar{F} = 50\cos 30\,\hat{i} - 50\sin 30\,\hat{j} + 57.74\cos 60\,\hat{k}$

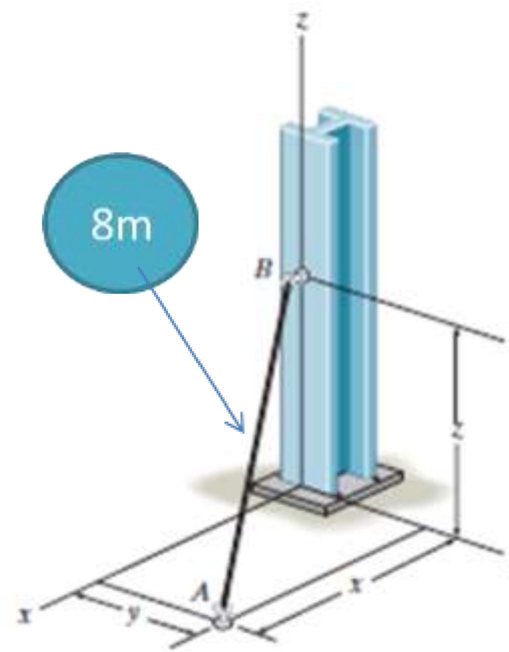
$\bar{F} = 43.30\,\hat{i} - 25\,\hat{j} + 28.87\,\hat{k}$

[Q] :The cable AB has length of 8 m . If **x= 4m** and **y=2** Determine the coordinate z .

SOL: •

$8^2 = z^2 + 2^2 + 4^2$

$Z = \sqrt{44} = 6.63$ m



[Q]: Determine the angle θ
if the resultant force to be **directed vertically upward** . What is the resultant force ?

اتجاه القوة
المحصلة
للاعلى

Sol:

$\Sigma F_x = 0$

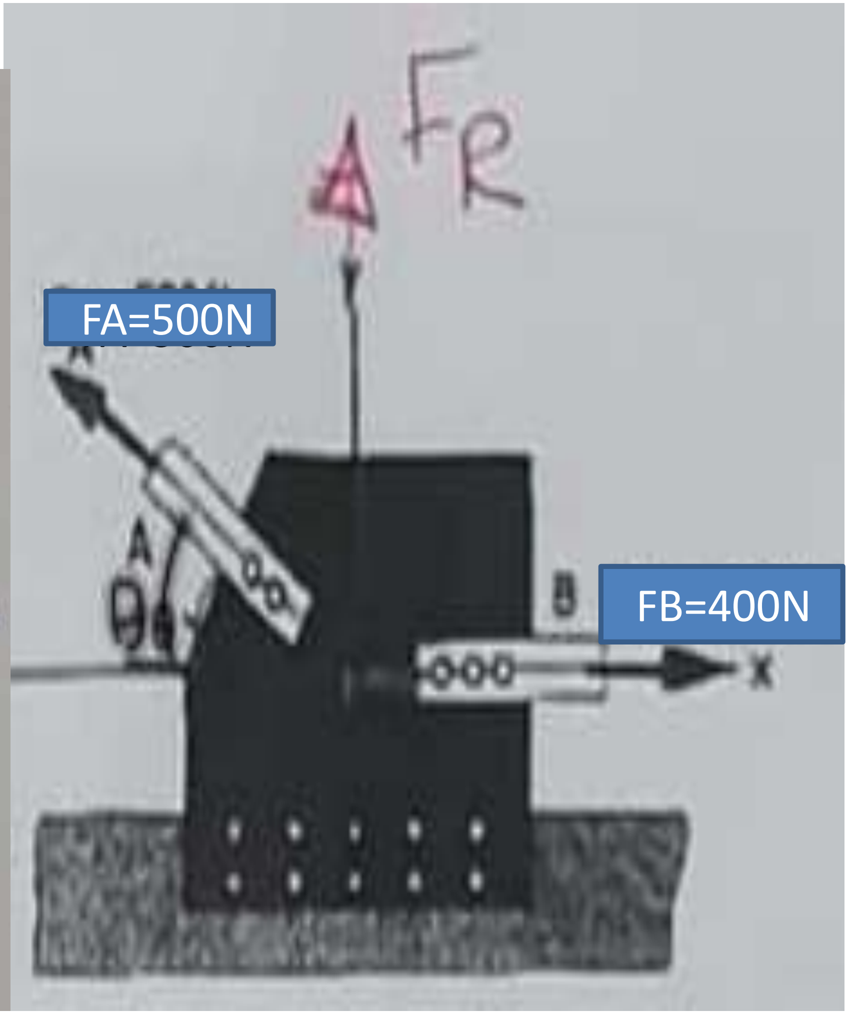
$400 - 500\cos\theta = 0$

$400 = 500\cos\theta \Rightarrow \boxed{\theta = 36.87^\circ}$

$\Sigma F_y = F_R$ [معطى في السؤال ان القوة المحصلة للاعلى]

$500 \sin 36.87 = F_R$

$F_R = 300\,N$



[Q]: Three couple moments act on the pipe assembly shown the magnitude of M3 and the angle for equilibrium .

Sol:-

$\Sigma M_x = 0 \rightarrow 900 - M_3 \cos\theta - 500 \sin 45 = 0$

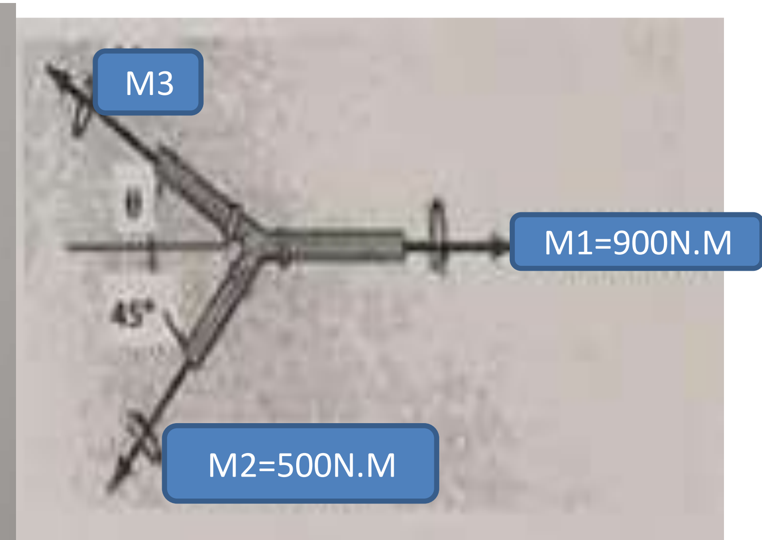
$M_3 \cos\theta = 546.45 \quad ----(1)$

$\Sigma M_y = 0 \rightarrow M_3 \sin\theta = 500 \sin 45 = 353.55$

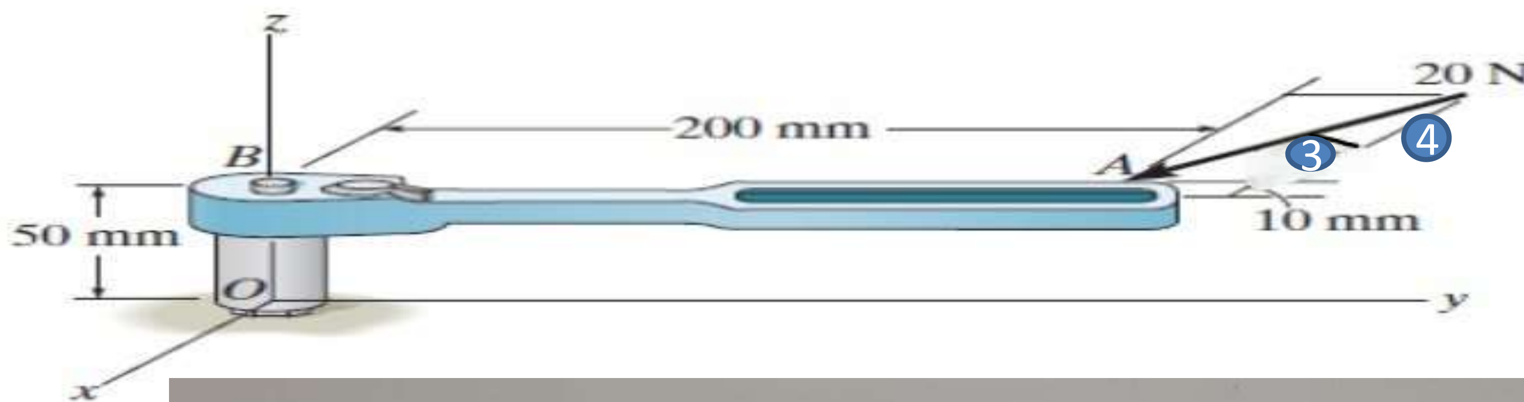
نقسم $\frac{\Sigma M_y}{\Sigma M_x}$ لايجاد θ

$\frac{\cancel{M_3} \sin\theta}{\cancel{M_3} \cos\theta} = \frac{353.55}{546.45} \Rightarrow \tan\theta = \frac{353.55}{546.45}$

$\theta = 32.9^\circ \Rightarrow$ باستخدام معادلة 1 $\quad M_3 = \frac{546.45}{\cos 32.9} = 650.83\ N.m$



[Q]: Determine the magnitude and direction of the moment of the force about point B .



Sol:-

A (-10, 200, 50)

B (0, 0, 50)

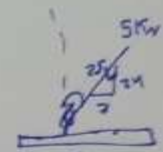
$\vec{F} = 40\hat{i} - 30\hat{j} + 0\hat{k}$ $\quad\quad$ $\vec{r} = -10\hat{i} + 200\hat{j} + 0\hat{k}$

$$\bar{M}_B = \bar{r} \times \bar{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -10 & 200 & 0 \\ 40 & -30 & 0 \end{vmatrix} = \{0\hat{i} + 0\hat{j} - 7700\hat{k}\} \text{ N.mm}$$

$|M_B| = \underline{\underline{7700 \text{ N.mm}}}$ about the z-axis

[Q] : Determine the magnitude of F and its direction $\boldsymbol{\theta}$
Its location d on beam so that the loading system is equivalent to a rusultant force of **12kn** acting vertically downward at point A and clockwise couple moment of **50 kn.m**

Sol:



$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F\cos\theta - 5\left(\frac{7}{25}\right) \rightarrow F\cos\theta = 1.4$ ---(1)

$\cancel{\Sigma F_y = 0} \rightarrow \underline{\Sigma F_y = -12\,KN} \rightarrow$ { acting Vertically downward

مخفي في السؤال
والاشارة السالبة هي
اقرأ السؤال بتركيز قبل الحل
مفتاح السؤال

$-12 = -3 - F\sin\theta - 5\left(\frac{24}{25}\right)$

$\underline{F\sin\theta = 4.2}$ — (2)

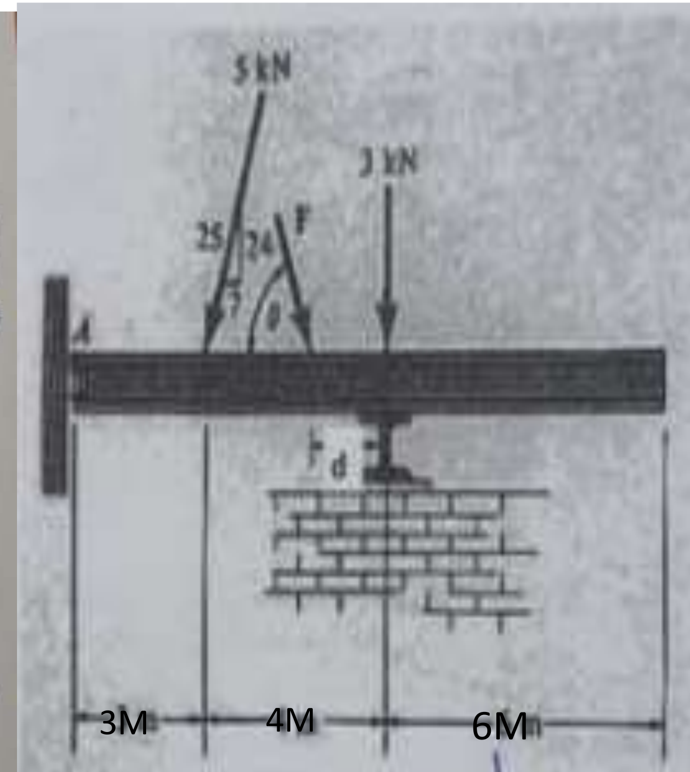
قسمة 2 ع 1

$\frac{F\sin\theta}{F\cos\theta} = \frac{4.2}{1.4} \Rightarrow \tan\theta = \frac{4.2}{1.4} \Rightarrow \theta = 71.57^\circ$

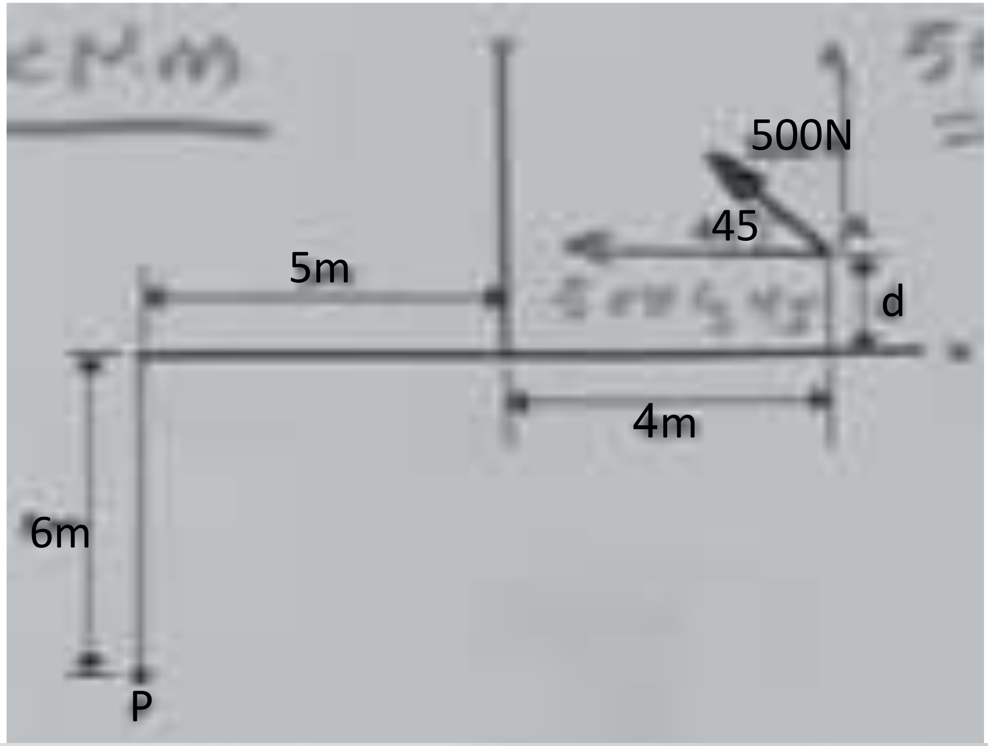
$\boxed{F = 4.43\,KN}$

$\Sigma M_A = -50 \Rightarrow (-4.8 * 3) - 4.43\sin 71.57\,(7-d) - (3*7) = 50$

$\boxed{d = 3.53}$



[Q] : Determine the distance **d** if the force proudsucees a moment of **5 kn.m** **cownter clock wise about point P .**



sol:-

$\circlearrowleft \Sigma M_P = 5\,KN$ → معطي في السؤال

$5000 = 500 \underset{\cos 45}{\cancel{\sin 45}}(6+d) + 500 \sin 45 (9)$

$5000 = 358.6(6+d) + 353.6(9) \Longrightarrow \boxed{d = -0.86\ m}$

[Q]: Replace the force by an equivalent force and couple moment acting at point O .

Sol :-

$$\bar{F_R} = -500\hat{j} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\bar{M}_{OR} = 0\hat{i} - 500(7.5)\hat{j} + 500(4.5)\hat{k}$$

$$\bar{M}_{OR} = 0\hat{i} - 3750\hat{j} + 2250\hat{k}$$

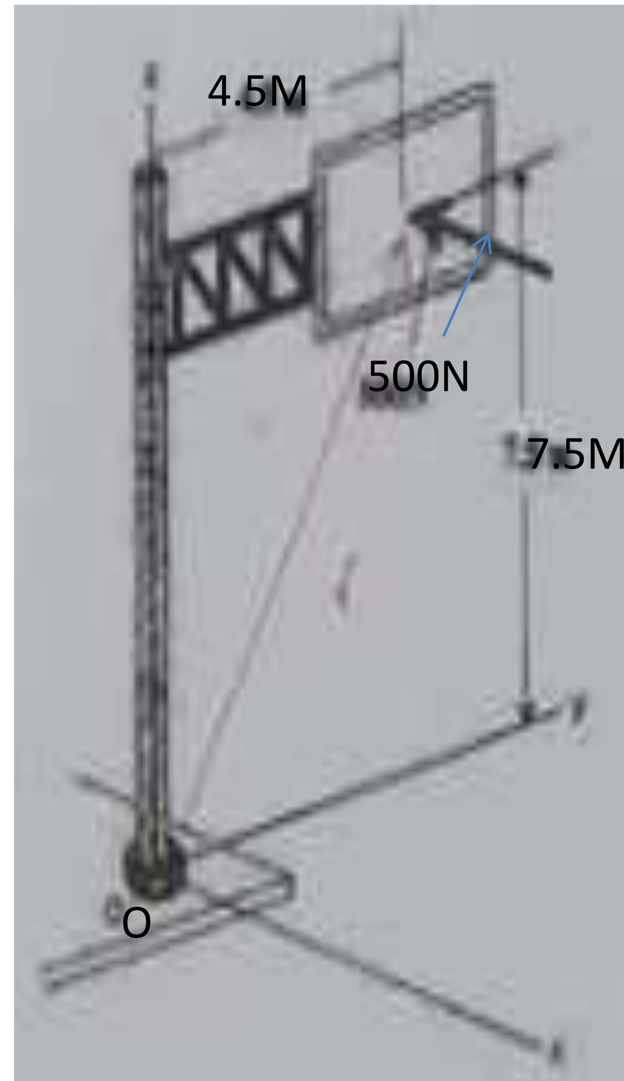
توضيح لاشارة المومنت على المحورين z-y

تخيل ان الفورس بتلتف على المحور الى انت بدك تحسب عليه

اذا كان اتجاه اصبعك الابهام داخل بلمحور يعني متجه للمحور السالب المعاكس الو فبكون اشارة المومنت سالبة زي Y

اما اذا كان اتجاه اصبعك الابهام خارج من المحور بكون اتجاه المومنت موجب زي Z

هاي أكثر اشي بقدر اوصل فكرته علورق , ضروري جدا تكون فاهم الاشارات لانو راح يتكرر معك كمان مرة بمادة مقاومة مواد عخير



[Q]: The stretched legth of spring AB is 4.5 m . If the block is held in the equilibrium position shown , **determine the mass of block at D** .

sol:-

$\Delta AB = 5 - 4.5 = 0.5\ m$

$F_{AB} = K\Delta = 300(0.5) = 150\ N$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$

$-F_{AC}\cos 45 + 150\left(\frac{4}{5}\right) = 0 \Rightarrow F_{AC}\cos 40 = F_{AB}\left(\frac{4}{5}\right)$

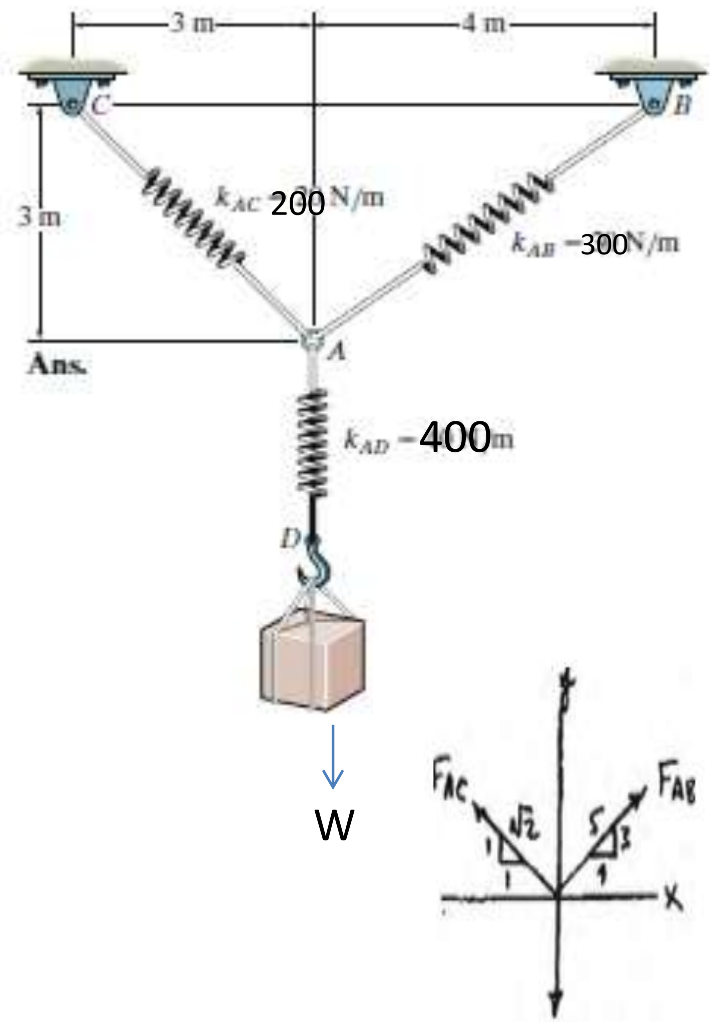
$F_A = 169.7\ N$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{AC}\cos 45 + F_{AB}\left(\frac{3}{5}\right) - W = 0$

$169.7 + 150\left(\frac{3}{5}\right) - W = 0$

$W = 210$

$m = \frac{210}{9.81} = \underline{21.4\ Kg}$



Prob.3.19

Determine the unstretched length of **DB** to hold the **40 kg** crate in the position shown .take **k=180n/m**

SOLUTION

Equations of Equilibrium. Referring to the *FBD* shown in Fig. *a*,

$$\xrightarrow{+}\Sigma F_x = 0; \qquad T_{BD}\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right) - T_{CD}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$$

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad T_{BD}\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right) + T_{CD}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 40(9.81) = 0$$

Solving Eqs (1) and (2)

$$T_{BD} = 282.96\text{ N} \qquad T_{CD} = 332.96\text{ N}$$

The stretched length of the spring is

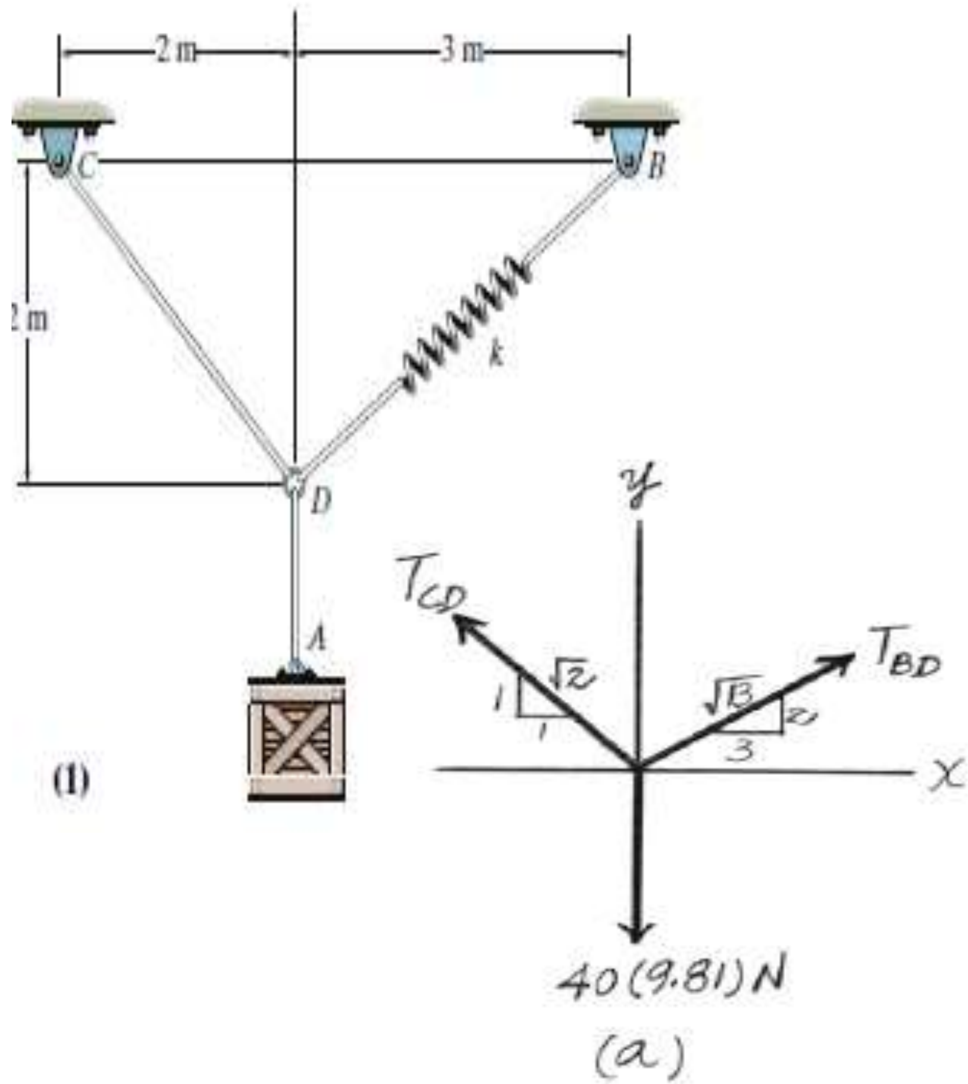
$$l = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}\text{ m}$$

(1)

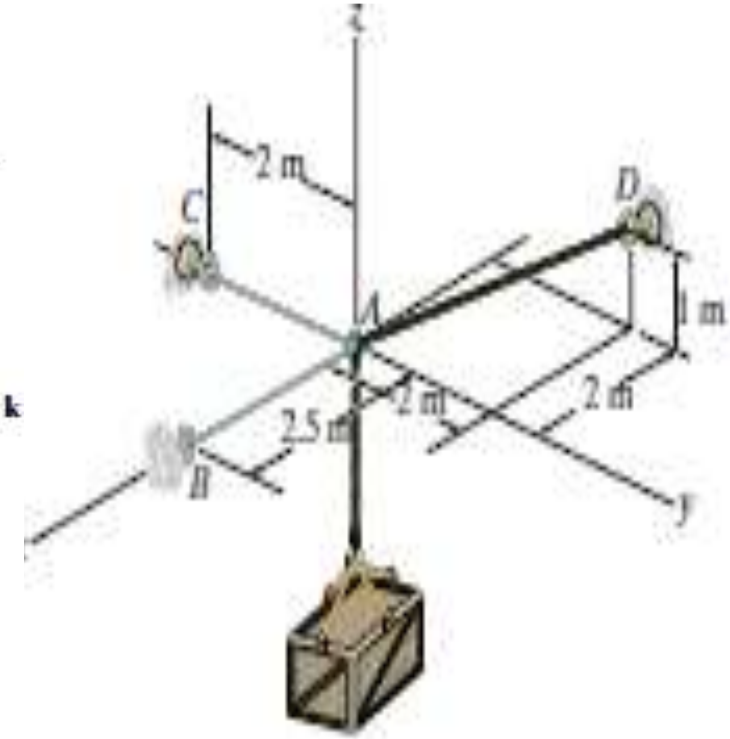
Then, $x = l - l_0 = \sqrt{13} - l_0$. Thus

$$F_{sp} = kx; \qquad 282.96 = 180(\sqrt{13} - l_0)$$

$$l_0 = 2.034\text{ m} = 2.03\text{ m}$$



[Q]: Determine the tension in the cables in order to support the **100-kg box** in the equilibrium position shown



SOLUTION

Force Vectors: We can express each of the forces on the free-body diagram shown in Fig. (*a*) in Cartesian vector form as

$$\mathbf{F}_{AB} = F_{AB}\,\mathbf{i}$$

$$\mathbf{F}_{AC} = -F_{AC}\,\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_{AD} = F_{AD}\left[\frac{(-2-0)\mathbf{i}+(2-0)\mathbf{j}+(1-0)\mathbf{k}}{\sqrt{(-2-0)^2+(2-0)^2+(1-0)^2}}\right] = -\frac{2}{3}F_{AD}\,\mathbf{i} + \frac{2}{3}F_{AD}\,\mathbf{j} + \frac{1}{3}F_{AD}\,\mathbf{k}$$

$$\mathbf{W} = [-100(9.81)\mathbf{k}]\text{N} = [-981\,\mathbf{k}]\text{N}$$

Equations of Equilibrium: Equilibrium requires

$$\Sigma\mathbf{F} = \mathbf{0}; \qquad \mathbf{F}_{AB} + \mathbf{F}_{AC} + \mathbf{F}_{AD} + \mathbf{W} = \mathbf{0}$$

$$F_{AB}\,\mathbf{i} + (-F_{AC}\,\mathbf{j}) + \left(-\frac{2}{3}F_{AD}\,\mathbf{i} + \frac{2}{3}F_{AD}\,\mathbf{j} + \frac{1}{3}F_{AD}\,\mathbf{k}\right) + (-981\mathbf{k}) = \mathbf{0}$$

$$\left(F_{AB} - \frac{2}{3}F_{AD}\right)\mathbf{i} + \left(-F_{AC} + \frac{2}{3}F_{AD}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{1}{3}F_{AD} - 981\right)\mathbf{k} = 0$$

Equating the **i**, **j**, and **k** components yields

$$F_{AB} - \frac{2}{3}F_{AD} = 0 \qquad (1)$$

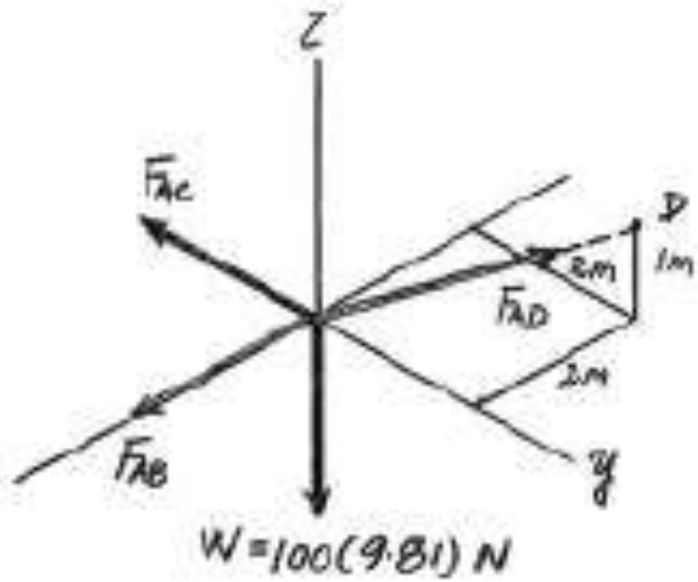
$$-F_{AC} + \frac{2}{3}F_{AD} = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{1}{3}F_{AD} - 981 = 0 \qquad (3)$$

Solving Eqs. (1) through (3) yields

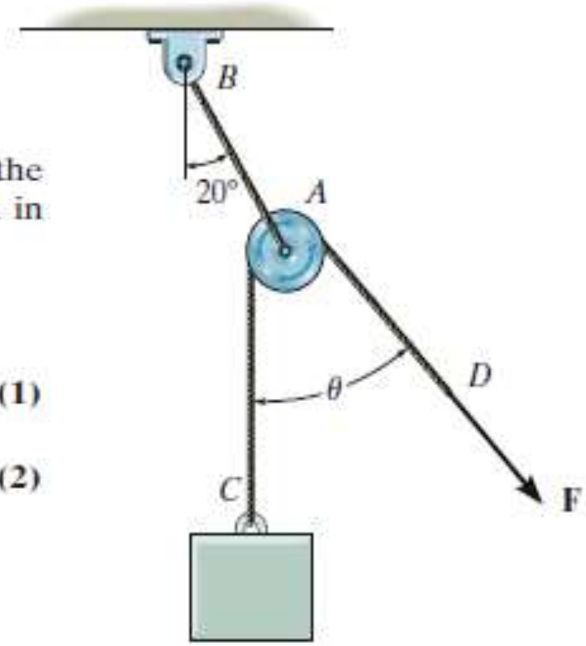
$$F_{AD} = 2943\text{ N} = 2.94\text{ kN} \qquad \textbf{Ans.}$$

$$F_{AB} = F_{AC} = 1962\text{ N} = 1.96\text{ kN} \qquad \textbf{Ans.}$$



3–10.

The block has a weight of 20 lb and is being hoisted at uniform velocity. Determine the angle θ for equilibrium and the force in cord AB.



SOLUTION

Equations of Equilibrium. Assume that for equilibrium, the tension along the length of cord CAD is constant. Thus, $F = 20$ lb. Referring to the FBD shown in Fig. a,

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad 20 \sin\theta - T_{AB}\sin 20^\circ = 0$$

$$T_{AB} = \frac{20\sin\theta}{\sin 20^\circ} \tag{1}$$

$$+\uparrow\Sigma F_y = 0; \qquad T_{AB}\cos 20^\circ - 20\cos\theta - 20 = 0 \tag{2}$$

Substitute Eq (1) into (2),

$$\frac{20\sin\theta}{\sin 20^\circ}\cos 20^\circ - 20\cos\theta = 20$$

$$\sin\theta\cos 20^\circ - \cos\theta\sin 20^\circ = \sin 20^\circ$$

Realizing that $\sin(\theta - 20^\circ) = \sin\theta\cos 20^\circ - \cos\theta\sin 20^\circ$, then

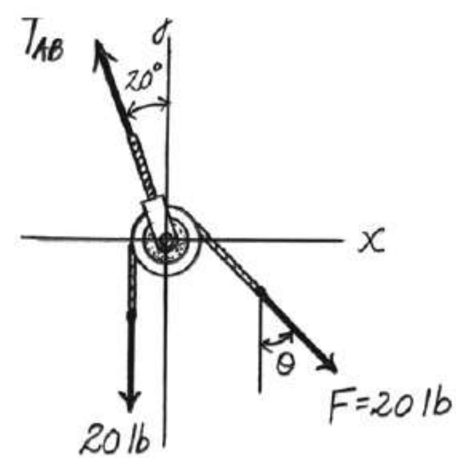
$$\sin(\theta - 20^\circ) = \sin 20^\circ$$

$$\theta - 20^\circ = 20^\circ$$

$$\theta = 40^\circ \qquad \textbf{Ans.}$$

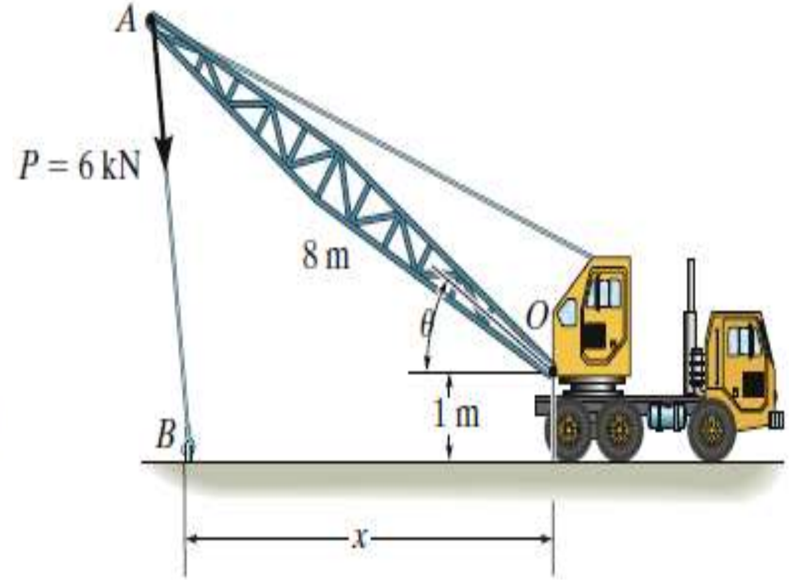
Substitute this result into Eq (1)

$$T_{AB} = \frac{20\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ} = 37.59\text{ lb} = 37.6\text{ lb} \qquad \textbf{Ans.}$$



4–11.

The towline exerts a force of $P = 6$ kN at the end of the 8-m-long crane boom. If $\theta = 30°$, determine the placement x of the hook at B so that this force creates a maximum moment about point O. What is this moment?



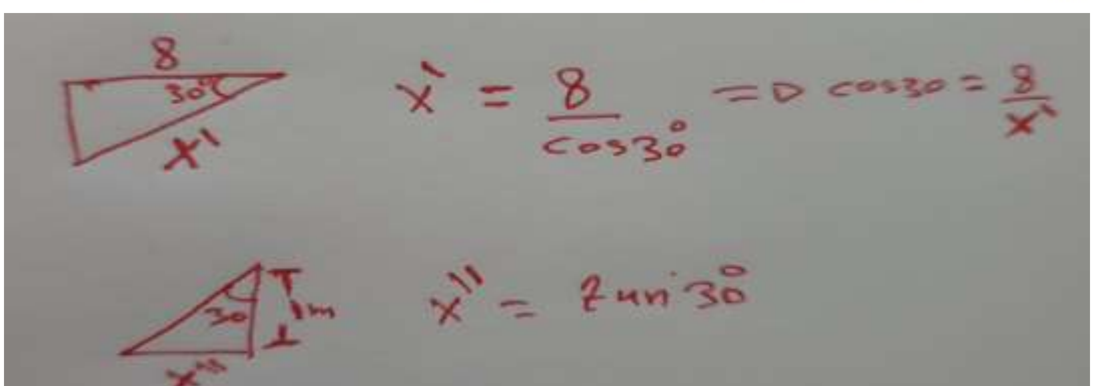
SOLUTION

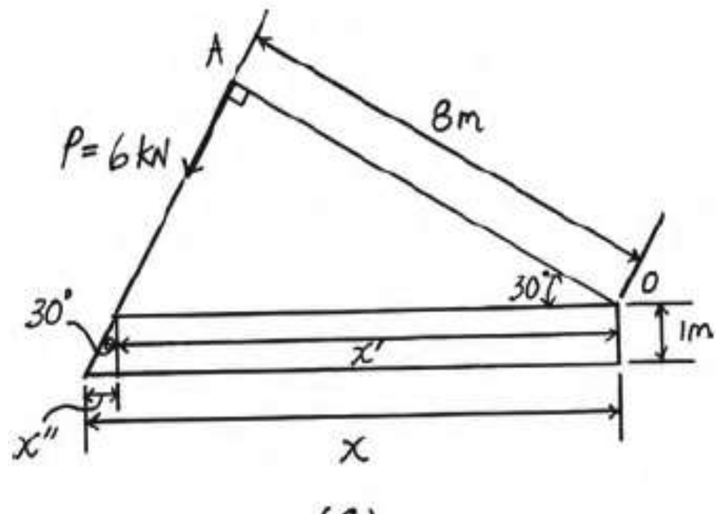
In order to produce the maximum moment about point O, **P** must act perpendicular to the boom's axis OA as shown in Fig. *a*. Thus

$$\circlearrowleft + (M_O)_{max} = 6\,(8) = 48.0\ \text{kN}\cdot\text{m (counterclockwise)} \qquad \textbf{Ans.}$$

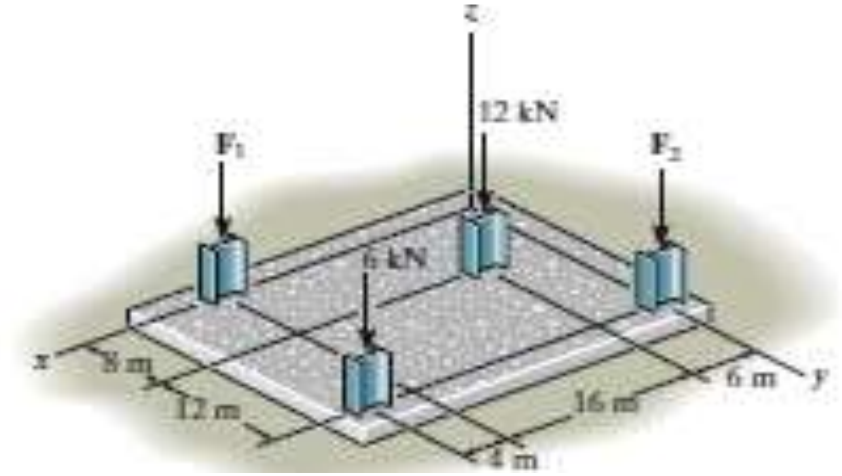
Referring to the geometry of Fig. *a*,

$$x = x' + x'' = \frac{8}{\cos 30°} + \tan 30° = 9.814\ \text{m} = 9.81\ \text{m} \qquad \textbf{Ans.}$$





[Q] : The building slab is subjected to four parallel column loadings Determine the equivalent resultant force and spccify its location (x,y) on the slah . Take f1=8kn , f2=9kn



SOLUTION

Equivalent Resultant Force. Sum the forces along z axis by referring to Fig. *a*

$$+\uparrow (F_R)_z = \Sigma F_z; \quad -F_R = -8 - 6 - 12 - 9 \quad F_R = 35\text{ kN} \quad \textbf{Ans.}$$

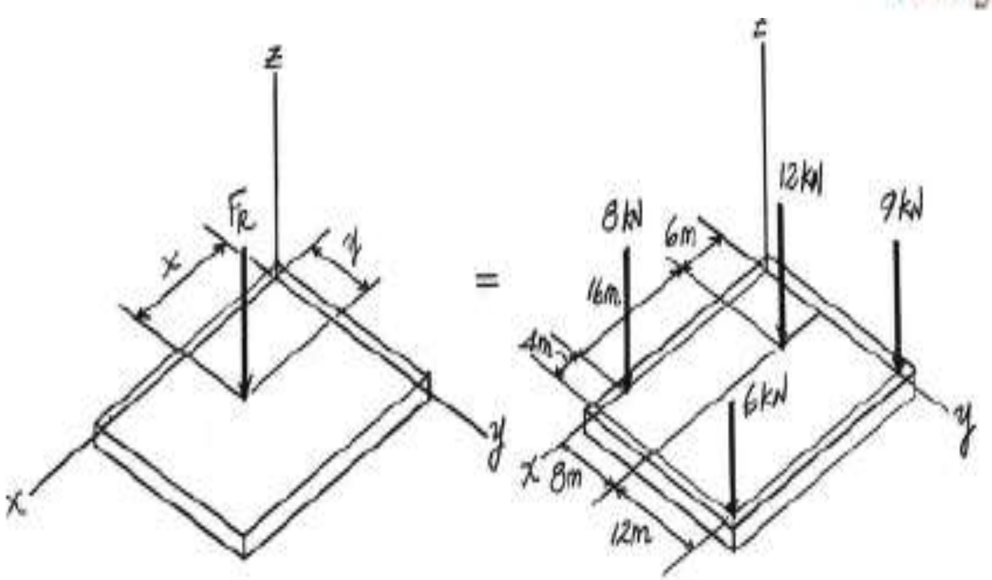
Location of the Resultant Force. Sum the moments about the x and y axes by referring to Fig. *a*,

$$(M_R)_x = \Sigma M_x; \quad -35y = -12(8) - 6(20) - 9(20)$$

$$y = 11.31\text{ m} = 11.3\text{ m} \quad \textbf{Ans.}$$

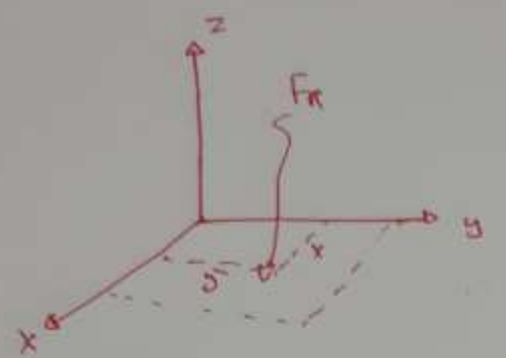
$$(M_R)_y = \Sigma M_y; \quad 35x = 12(6) + 8(22) + 6(26)$$

$$x = 11.54\text{ m} = 11.5\text{ m} \quad \textbf{Ans.}$$



[Q]: The building slap is subjected to four . Parallel column loadings . Determine the equivalent resultant force and specify its location (x,y) on the slap take F2=50KN F1=20KN

Sol:



$F_z = -20 - 50 - 20 - 50 = -140\ KN$

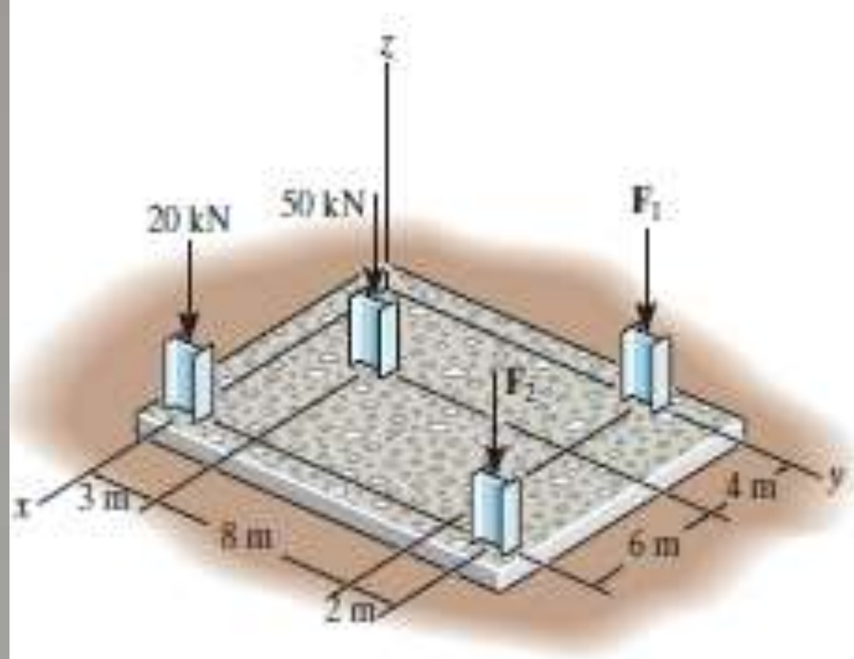
$\Sigma M_x = (-50)(13) - (20)(11) - (50)(3) = -140\bar{y}$

$\Sigma M_y = (50)(4) + (50)(10) + (20)(10) = 140\bar{x}$

$\boxed{\bar{x} = 6.43}$ $\boxed{\bar{y} = 7.29}$

عند حساب ال Moment نأخذ المسافة العامودية كل force

فمثلاً عند اخذ العزوم عند x المسافة العامودية على القوة هي $\bar{y}$



Prob. R4-7

[Q]: Replace the loading by an equivalent single resultant force and specify where its line of action intersect member AB

$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0:$

$-6 - 5(\frac{3}{5}) = -9$ KN ←

$+\uparrow \Sigma F_y = 0:$

$-2 - 5(\frac{4}{5}) = -6$ KN ↓

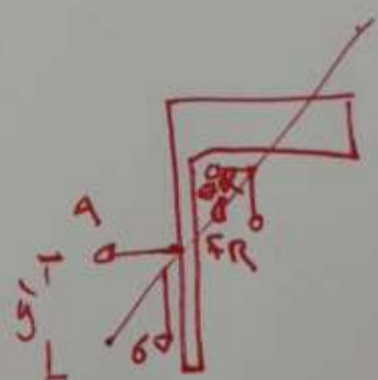
$\circlearrowleft + \Sigma M_A =$

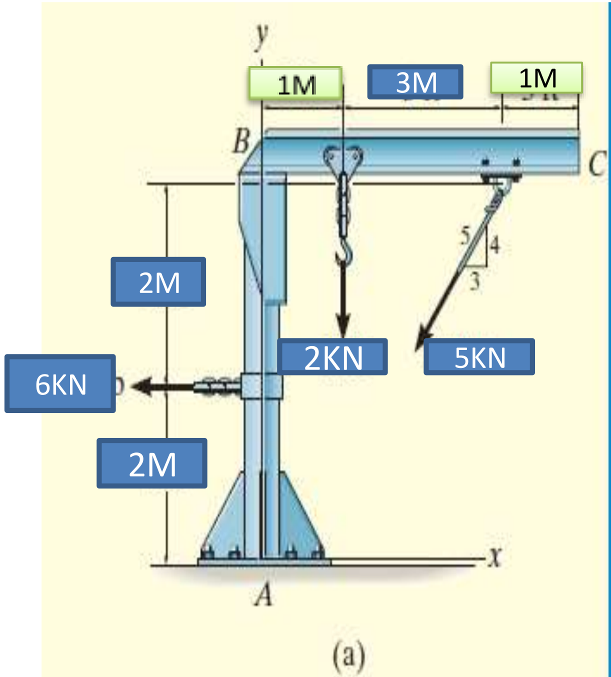
$6(2) - 2(1) + 3(4) + 4(3)$

$= 10$ KN.m

$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 10$ KN.m $= 9y'$

$y' = 1.11$ m





A

FR

[Q]: Replace the loding system by an **equivalent resultant force** and where its line of ***action intersects AB measured from B*** .

المطلوب في السؤال تحويل القوى الى قوة محصلة ثم ايجاد المسافة بين القوة المحصلة التي حددت في السؤال نفسه على AB والنقطة B

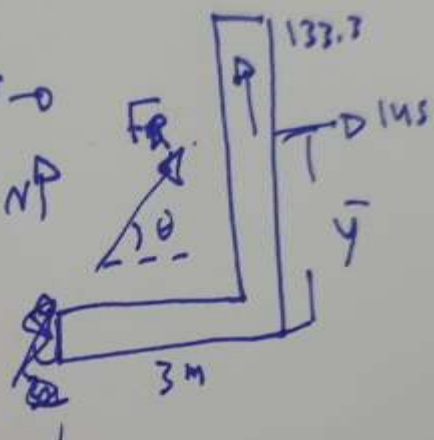
Sol

$\Sigma F_x = 150(\frac{4}{5}) + 50\sin 30 = 145 N \rightarrow$

$\Sigma F_y = 150(\frac{3}{5}) + 50\cos 30 = 133.3 N \uparrow$

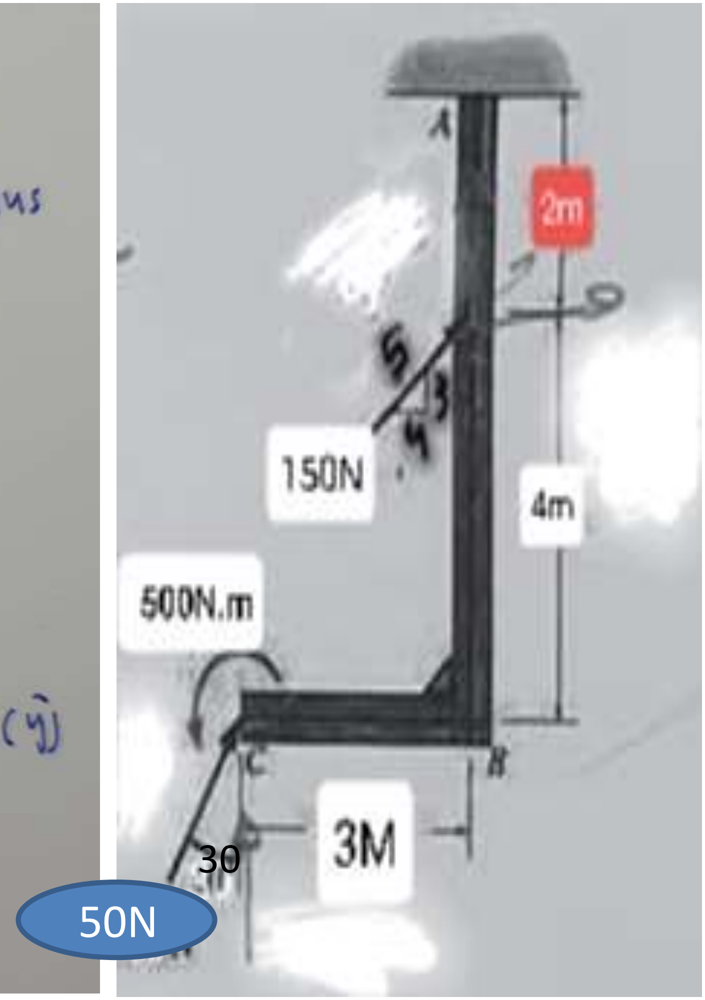
$F_R = \sqrt{(133.3)^2 + (145)^2} = 196.46 N$

$\tan\theta = \frac{133.3}{145} \Rightarrow \theta = 42.59^{\circ}$



$\circlearrowleft^{+} M_{R_B} = 500 - 50\cos 30(3) - 150(\frac{4}{5})(4) \cdot 145(\bar{y})$

$\boxed{\bar{y} = 0.76 m}$



[Q]:The frictional effects of the air on the blades creates a **couple moment** of Mo=6N.m . Determine the magnitude of couple forces (f) at the base of the fan so the resultant couple moment on the fan is zero .

Couple moment

لها ثلاث شروط

Tow equal forces , Non collinear , opositive forces

قوتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه وعلى استقامة واحدة

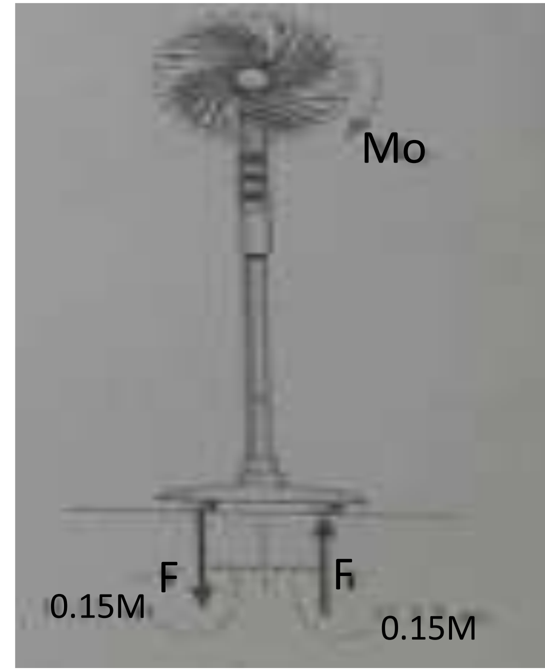
دائما في ***Couple moment*** نأخذ المسافة العامودية بين 2-forses لتسهيل الحل

قيمة ال **moment** تساوي قيمة وحدة من ال forces مضروبة **بلمسافة العامودة بينهم**

M=d*F

واتجاه المومنت يكون مع اتجاه الأسهم (CCW/CCW)

ملاحظة : بس يكون عندي COUPLE ما بهتم للنقطة الي طالب عندها المومنت



SOL:

Mo= F * (0.30) = 6

F = 20 N

[Q]: Determine the magnitude of the moment of the force F=[300i+200j+150k] about OA-axis

☺خطوات الحل لايجاد ال momentعلى axis (مهم جدا)☺

1) Find force as vector

<u>2) نحدد r وهي المسافة من أي نقطة على الaxis الى بدي اوجد المومنت عليه لاي نقطة على خط عمل القوة</u>

3) بنعمل cross بين m=r * f مع مراعاة الترتيب وهيك بنكون طلعنا المومنت على نقطة بتوقع على ال axis المطلوب

4) نجد ال unit vector لل axis المطلوب عليه المومنت

بين أي نقطتين على الaxis

$$\vec{U}_{axis} = \frac{r_c}{\|r\|}$$

5)بنعمل Dot product بين ال unit vector للaxis ول moment تاع النقطة الي عل axis

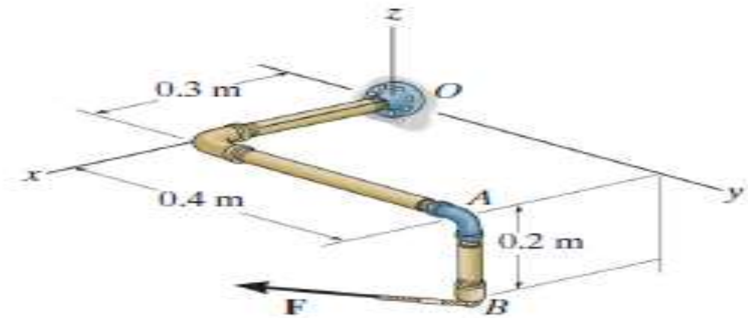
$$M_{(axis)} = \vec{M}_{(\text{النقطة})} * \vec{u}_{(axis)}$$

(بيجد ال M ك قيمة)

6) اذا بدنا نوجد moment as vector بنرجع نضرب المومنت على axis ب unit vector لل axis

$$\vec{M}_{(axis)} = M_{(axis)} * \vec{u}_{(axis)}$$

بيجد ال M ك Vector



Sol:-

O(0,0,0) A(0.3, 0.4, 0)

B(0.3, 0.4, -0.2)

$r_{OA} = 0.3\hat{i} + 0.4\hat{j}$

$r_{AB} = -0.2\hat{j}$

$$m = r * f = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -0.2 \\ 300 & -200 & 150 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\vec{m} = -40\hat{i} - 60\hat{j}}$$

$$\vec{U}_{axis} = \frac{r_{OA}}{|r|}$$

$$= \frac{0.3\hat{i} + 0.4\hat{j}}{\sqrt{0.3^2 + (0.4)^2}} = 0.6\hat{i} + 0.8\hat{j}$$

$$\boxed{U_{axis} = 0.6\hat{i} + 0.8\hat{j}}$$

$M_{axis} = \vec{M}_O \cdot U_{axis} = (-40 \times 0.6) + (-60 \times 0.8)$

$M_{axis} = -72$ N.M

$\vec{M}_{axis} = M_{axis} * U_{axis}$

$= -72(0.6\hat{i} + 0.8\hat{j})$